

徐天河, 杨元喜. 利用 CHAMP 卫星几何法轨道恢复地球重力场模型. 地球物理学报, 2005, 48(2): 288 ~ 293

Xu T H, Yang Y X. CHAMP gravity field recovery using kinematic orbits. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, 48(2): 288 ~ 293

# 利用 CHAMP 卫星几何法轨道恢复地球重力场模型

徐天河, 杨元喜

西安测绘研究所, 西安 710054

**摘 要** 介绍了利用 CHAMP 几何法轨道恢复地球重力场模型的基本原理和算法, 提出了基于牛顿数值微分公式并辅助移去 - 恢复方法计算卫星速度的算法. 利用现有重力场模型标定 CHAMP 加速度计数据的差分算法, 采用 Technical University of Munich (TUM) 提供的 CHAMP 几何法轨道, 计算出了三组 50 × 50 地球重力场模型. 与 GRIM5-C1、EIGEN-1S 和 EIGEN-2 模型比较表明, 无论位系数差值阶方差或大地水准面差值, 恢复出的模型与 EIGEN-2 模型都最接近. 利用北极实测重力数据对上述模型进行了检验, 结果显示, 本文得到的三组模型均优于 GRIM5-C1 模型, 且与 EIGEN-1S、EIGEN-2 模型精度相当.

**关键词** 卫星重力, 能量守恒, 移去 - 恢复, 几何法轨道

文章编号 0001 - 5733(2005)02 - 0288 - 06 中图分类号 P223 收稿日期 2004 - 07 - 27, 2004 - 10 - 21 收修定稿

## CHAMP gravity field recovery using kinematic orbits

XU Tian-He, YANG Yuan-Xi

*Xi ' an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi ' an 710054, China*

**Abstract** A global gravity field recovery based on energy balance approach using CHAMP kinematic orbits is presented. A method combining the Newton ' s numerical differential formula and the remove-restore procedure for determining kinematic velocities is developed. Three global gravity field models with 50 degree and order grids are recovered using CHAMP kinematic orbits provided by Technical University of Munich (TUM). The comparisons with GRIM5-C1, EIGEN-1S and EIGEN-2 indicate that the recovered models are in good agreement EIGEN-2 with degree variance of difference as well as geoid difference. The assessments on these models using Arctic gravity anomalies data show that they have nearly the same quality with EIGEN-1S and EIGEN-2, and perform better than GRIM5-C1.

**Key words** Satellite gravity, Energy conservation, Remove-restore, Kinematic orbit

## 1 引 言

德国的 CHAMP 卫星已运行四年多, 它装载有 GPS 接收机和三轴加速度计, 是第一颗同时提供了卫星轨道和非保守力加速度数据的低轨卫星. 随着 CHAMP 数据的解密公布, 利用 CHAMP 数据研究全

球重力场、磁场、大气等取得了丰硕成果<sup>[1~3]</sup>. 基于 CHAMP 卫星轨道数据和加速度计数据, 可简便、快捷地获取全球重力场模型<sup>[4~6]</sup>, 许多学者利用模拟或实测数据做了大量卓有成效的研究工作, 提出了许多方法, 其中主要的有 Kaula 线性摄动方法<sup>[5]</sup>、能量守恒方法<sup>[7~12]</sup>、牛顿数值微分方法<sup>[4,6]</sup>和牛顿数值积分方法<sup>[4]</sup>. 能量守恒方法是目前用于恢复 CHAMP

**基金项目** 国家自然科学基金项目(40274002、40474001)和建设部项目(104-2-015)资助.

**作者简介** 徐天河, 男, 1975 年生, 2004 于郑州信息工程大学获博士学位, 现主要从事卫星重力数据处理及卫星导航定位方法研究.

E-mail: xianhe @263. net

重力场模型最为常用和有效的方法之一,学者们对该方法进行了深入的研究<sup>[7-12]</sup>. CHAMP 卫星轨道和加速度计数据可由德国地学研究中心(GFZ)提供,其轨道基于动力法或约化动力法计算得到.许多学者的研究表明,利用能量守恒方法,由动力法或约化动力法轨道计算出的重力场在一定程度上受动力学定轨所采用的先验重力场模型的影响<sup>[7,10,11]</sup>,克服这一影响的有效方法是采用几何法轨道(Kinematic Orbit)<sup>[11]</sup>,因为几何法定轨不采用任何先验重力模型.

CHAMP 几何法轨道的确定在文献[13]中有详细的描述,该轨道由非差载波相位观测值和高精度的 GPS 轨道及钟差数据计算得到.与 SLR 观测值比较,两者的一致性在 3~5cm<sup>[13]</sup>.由于几何法轨道提供的仅仅是卫星的位置,而利用能量守恒方法恢复地球重力场不仅需要卫星位置,还需要卫星的速度,并且对速度的精度要求较高,因此采用几何法轨道恢复地球重力场的关键问题之一是如何利用位置数据获得卫星的速度.本文将利用 TUM 提供的几何法轨道恢复 CHAMP 重力场模型,提出利用牛顿数值微分公式,并辅助移去-恢复技术计算卫星速度的方法.鉴于 CHAMP 卫星加速度计数据还存在偏差,需重新标定<sup>[7,8,10-12]</sup>,给出基于现有重力模型标定加速度计数据的差分算法.本文还应用能量守恒方法,利用 TUM 提供的几何法轨道恢复出了三组 CHAMP 重力场模型,并对这些模型进行检验.

## 2 能量守恒方程

惯性系下 CHAMP 卫星运行中的能量守恒方程可表示为<sup>[8,14]</sup>

$$T = \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - V_s - V_m - (xv_y - yv_x) - F - E_0 - U, \quad (1)$$

其中  $T$  为地球重力场扰动位,  $\frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2$  为卫星的动能,  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$  为卫星的速度矢量,  $V_s$  和  $V_m$  分别为太阳和月球产生的引力位,  $\omega$  为地球自转角速度,  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  为卫星位置矢量,  $F$  是由非保守力引起的能量损失或耗散,  $E_0$  为积分常量,  $U$  为地球重力场正常位(不包括离心力位),通常取 1980 年大地参考系(Geodetic Reference System 1980,简称为 GRS80)的正常重力位.公式(1)是能量守恒方法恢复地球重力场模型的基本方程.

耗散能量  $F$  的计算公式为

$$F = \int_{t_0}^t \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} dt, \quad (2)$$

其中  $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)^T$  为非保守力引起的加速度矢量,由星载加速度计测量得到.

由于 CHAMP 卫星加速度仪的其中一个电极出现故障,导致所测径向方向的加速度值误差较大.因此若径向方向的加速度观测值未得到合理的处理,利用(2)式计算耗散能量会产生较大偏差.目前国外许多学者建议采用如下公式<sup>[8,10]</sup>

$$F = \int_{t_0}^t |\mathbf{v}| \cdot a_T dt, \quad (3)$$

其中  $|\mathbf{v}|$  为速度矢量的模,非保守力中量级最大的是大气阻力,而大气阻力引起的摄动加速度正好是由加速度仪沿迹方向的分量  $a_T$  测得.

## 3 几何轨道速度的确定

根据牛顿数值微分公式,时刻  $t$  的卫星速度  $\mathbf{v}(t)$  可以由  $n$  个等间隔的已知离散位置数据内插得到<sup>[4,6,15]</sup>,

$$\mathbf{v}(t) = \begin{pmatrix} q \\ 1 \end{pmatrix}_{1/2} + \begin{pmatrix} q \\ 2 \end{pmatrix}_{\frac{2}{1}} + \dots + \begin{pmatrix} q \\ n \end{pmatrix}_{n/2}, \quad (4)$$

其中  $q = (t - t_0)/(t_1 - t_0) = (t - t_0)/\Delta t$ ,  $\Delta t$  为相邻两个星历的时间间隔,

$$\begin{pmatrix} q \\ i/2 \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^i (-1)^{k+i} \binom{i}{k} \mathbf{x}(t_i), \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} q \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{t} \frac{1}{i!} \sum_{j=0}^{i-1} \sum_{k=0}^{i-1} (q-k)^{i-1-k} \mathbf{x}(t_j). \quad (6)$$

## 4 移去-恢复技术用于计算卫星速度

移去-恢复方法内插速度的基本思路与重力场计算中的移去-恢复方法类似,具体步骤为

(1) 以动力法或约化动力法轨道作为参考轨道,由此得到几何轨道相对于参考轨道的轨道摄动;

(2) 以该轨道摄动量作为观测值,利用牛顿数值微分公式计算扰动速度;

(3) 将参考轨道的速度观测值,即动力法或约化动力法速度加上扰动速度,便可得到最终几何法轨道的速度.

上述算法的前提条件是几何法轨道和参考轨道

要有相同的采样间隔和起始时间,且参考轨道不含有粗差.

利用 TUM 提供的 2003 年 1 月 2 日几何法轨道,采用 3 种方案计算卫星速度. 方案 1 直接使用数值微分公式计算速度;方案 2 以 GFZ 提供的快速科学轨道 (Rapid Science Orbit, 简称为 RSO) 作为参考轨道,利用移去 - 恢复方法计算速度;方案 3 以 TUM 提供的约化动力法轨道 (Reduced Dynamic Orbit, 简称为 RDO) 作为参考轨道,利用移去 - 恢复方法计算速度. TUM 提供的约化动力法速度的精度较高,将其作为比较的基准值. 计算结果见表 1.

表 1 几何法轨道内插速度与 RDO 速度的比较结果  
Table 1 Comparisons between different interpolating schemes for CHAMP kinematic velocities and RDO velocities

方案	坐标轴	均值 (mm/s)	标准偏差 (mm/s)	最大值 (mm/s)	最小值 (mm/s)
方案 1	x	$4.851 \times 10^{-4}$	0.171	1.576	-1.650
	y	$-3.886 \times 10^{-4}$	0.199	2.587	-3.558
	z	$1.316 \times 10^{-3}$	0.287	2.424	-3.322
方案 2	x	$-3.134 \times 10^{-4}$	0.162	1.122	-1.458
	y	$1.885 \times 10^{-3}$	0.172	1.394	-1.283
	z	$-4.572 \times 10^{-4}$	0.238	1.546	-1.447
方案 3	x	$3.512 \times 10^{-4}$	0.163	1.135	-1.322
	y	$1.036 \times 10^{-3}$	0.174	1.366	-1.298
	z	$-1.779 \times 10^{-3}$	0.239	1.437	-1.436

由表 1 可以看出,利用移去 - 恢复方法一定程度上可以提高内插速度的精度,因此在由 CHAMP 几何法轨道的位置观测值获得卫星速度时,建议以 CHAMP 动力法或约化动力法轨道作为参考轨道,利用移去 - 恢复方法内插卫星速度. 用 GFZ 的 RSO 或 TUM 的 RDO 作为参考轨道,计算得到的速度差值很小,说明参考轨道选择的不同,对内插出的速度精度影响较小,但前提条件是参考轨道间的精度接近.

### 5 加速度计数据的标定

采用公式 (3) 计算耗散能量,并标校加速度计,即仅求沿迹分量的标校参数. 利用 EGM96 或最新公布的 EIGEN-2 等重力场模型,计算卫星高度处的扰动位. 设偏差参数、尺度因子和偏差漂移分别为  $k_0$ 、 $k_1$  和  $k_2$ ,则方程 (1) 可改写为

$$\int_0^t |\mathbf{v}| (k_0 + k_1 a_T + k_2 (t - t_0)) dt$$

$$= \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 - V_s - V_m - (xv_y - yv_x) - T - E_0 - U, \quad (7)$$

文献 [12] 基于公式 (7),提出了相邻历元间差分算法,大大简化了计算,并且避免了积分常量  $E_0$  的计算. 令公式 (7) 右端为  $L$ ,假定有  $n$  个观测历元,其对应的观测时刻为  $t_1, t_2, \dots, t_n$ ,则离散化后的差分方程为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} k_0 + k_1 a_T(t_2) + \frac{3}{2} tk_2 &= \tilde{L}(t_2), \\ k_0 + k_1 a_T(t_3) + \frac{5}{2} tk_2 &= \tilde{L}(t_3), \\ \dots \\ k_0 + k_1 a_T(t_n) + \frac{2n-1}{2} tk_2 &= \tilde{L}(t_n), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\tilde{L}(t_i) = \frac{L(t_i) - L(t_{i-1})}{|\mathbf{v}(t_{i-1})| t} \quad (i = 2, 3, \dots, n)$ .

由 (8) 式利用最小二乘估计解算 3 个标校参数,为了控制观测异常,可采用抗差估计,有关这方面的内容可参见有关文献 [16, 17],在此不再复述.

文献 [12] 的研究结果表明,标校参数对先验重力场模型的选择并不敏感,因而受先验重力场模型的影响不大. 为了分析轨道数据对标校参数的影响,给出了同一天不同轨道计算出的加速度计标校参数 (见表 2). 从表 2 的结果可以看出,几何轨道得到标校参数与 RSO、RDO 轨道计算出的略有差异,而 RSO 和 RDO 得到的参数值差异更小,这是因为 RSO 和 RDO 都是采用约化动力法得到的轨道,由此计算出的标校参数差异小,而几何轨道是利用几何法得到的轨道,与动力学轨道有本质不同,因此它们间的差异要大.

表 2 不同轨道计算出的标校参数结果  
(2003 年 1 月 2 日)

Table 2 Calibration parameters from different orbits (January 2 2003)

轨道	尺度	偏差 (m/s <sup>2</sup> )	偏差漂移 (m/s <sup>3</sup> )
GFZ (RSO)	0.8090	$-0.2844 \times 10^{-5}$	$0.1314 \times 10^{-12}$
TUM (RDO)	0.8046	$-0.2830 \times 10^{-5}$	$0.1236 \times 10^{-12}$
TUM (KIN)	0.7817	$-0.2758 \times 10^{-5}$	$0.1409 \times 10^{-12}$

### 6 重力场恢复

#### 6.1 计算过程及模型检验

确定标校参数后,可对加速度计数据进行修正,然后根据 (1) 式计算卫星高度处的扰动位  $T$ ,由此求

解引力位系数,具体计算公式可参见文献[12].利用上述方法计算 50 阶以下的低阶位系数,方程病态并不严重,可直接采用最小二乘算法<sup>[12]</sup>.但当位系数超过 70 阶以上时,方程的病态性会大大增加,必须采用正则化算法,如截尾奇异值分解法(TSVD)、Tikhonov 正则化方法等<sup>[18-20]</sup>.

本文采用 TUM 提供的 3 个月的几何法轨道计算出了 3 组 50 阶次地球重力场模型.采用 2002 年 4 月、8 月、12 月的数据,由此得到 3 组重力场模型记为 XISM02. KIN1、XISM02. KIN2 和 XISM02. KIN3. 将

上述模型与 GRIM5-C1, EIGEN-1S 和 EIGEN-2 模型进行比较,结果见图 1,横坐标为阶.图 2 给出了 EIGEN-1S 与 EIGEN-2、GRIM5-C1 模型位系数差值的阶方差比较结果.

采用综合航空重力、海洋重力、陆地重力数据及卫星测高数据计算得到的北极重力异常,对这些模型进行检验,这些实测数据为最新公布的北极地区  $5^\circ \times 10^\circ$  的网格平均重力异常值,网格范围为纬度  $64^\circ \sim 90^\circ \text{N}$ ,经度  $-180^\circ \sim 180^\circ$ ,共约 673920 个格网数据,检验结果见表 3.

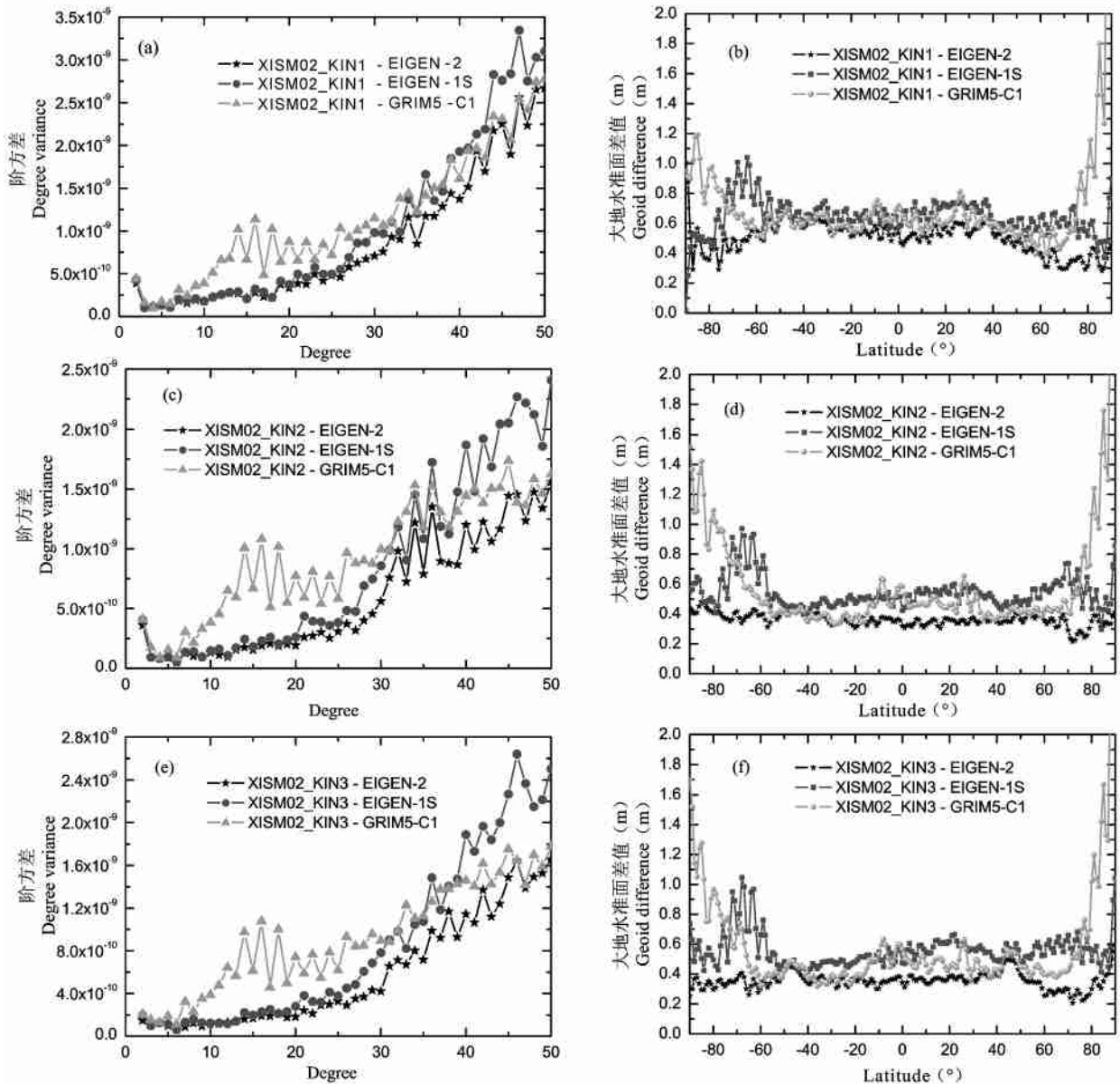


图 1 XISM02- KIN 系列模型与 GRIM5-C1、EIGEN-1S、EIGEN-2 模型位系数差值阶方差及大地水准面差值结果  
 (a)、(c)、(e) 为 XISM02. KIN 系列模型与其他模型位系数差值的阶方差比较结果;  
 (b)、(d)、(f) 为 XISM02. KIN 系列模型与大地水准面差值的比较结果.

Fig. 1 Degree variance and geoid difference of three XISM02. KIN models and GRIM5-C1, EIGEN-1S and EIGEN-2 models

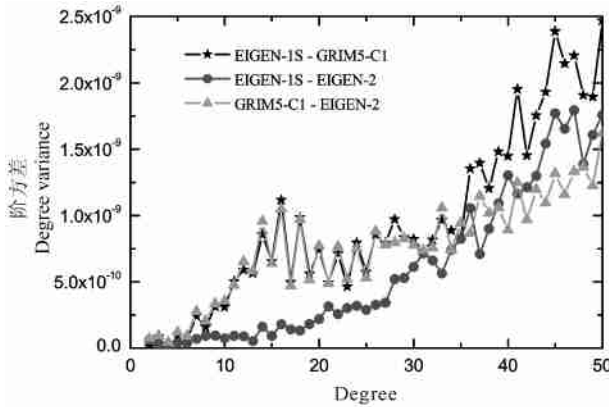


图 2 EIGEN-1S、GRIM5-C1 和 EIGEN-2 模型间  
位系数差值阶方差结果

Fig. 2 Degree variance of difference of  
EIGEN-1S, GRIM5-C1 and EIGEN-2

表 3 各重力场模型计算出的重力异常与  
北极实测重力异常比较结果

Table 3 Gravity model assessment using  
Arctic gravity anomalies data

重力场模型	均值 (mGal)	标准偏差 (mGal)	最大值 (mGal)	最小值 (mGal)
GRIM5C1	- 1.581	25.447	219.960	- 211.164
EIGEN1S	0.306	23.936	222.776	- 208.119
EIGEN2	0.145	23.776	219.473	- 209.295
XISM02. KIN1	- 0.015	23.796	218.498	- 203.798
XISM02. KIN2	0.007	23.734	220.156	- 209.084
XISM02. KIN3	- 0.063	23.704	222.014	- 208.598

6.2 结果

从位系数差值的阶方差结果看,与其他模型相比,XISM02. KIN 系列模型与 EIGEN-2 模型更接近,由于几何轨道不受任何先验重力场模型的影响,说明由 CHAMP 几何轨道利用能量守恒方法得到的重力场模型与公布的 EIGEN-2 模型一致性较好.

35 阶以前,XISM02. KIN 模型与 EIGEN-1S、EIGEN-2 模型系数差值的阶方差相差较小,而与 GRIM5-C1 差值的阶方差较大,其原因是 EIGEN-1S、EIGEN-2、XISM02. KIN 模型都包含 CHMAP 数据,而 GRIM5-C1 模型中未包含 CHAMP 数据.但 35 阶后,XISM02. KIN 模型与 EIGEN-2 和 GRIM5-C1 模型较接近,而与 EIGEN-1S 模型相差较大,这是由于 EIGEN-1S 模型在 35 阶后与 EIGEN-2 和 GRIM5-C1 相差较大(见图 2).

从大地水准面差值的比较来看,在纬度 - 60°~

60 区域内,与其他模型相比,XISM02. KIN 与 EIGEN-2 模型也更接近,其原因与上述类似.但在两极地区,GRIM5-C1 模型与 XISM. KIN 系列模型相差最大,其原因在于 GRIM5-C1 模型中没有包含 CHAMP 数据,因此在两极地区与 XISM02. KIN 系列模型有较大差异,而 EIGEN-1S、EIGEN-2、XISM02. KIN 模型中都包含 CHAMP 数据,它们间的差异要小.

从与北极实测重力数据的比较来看,EIGEN-1S、EIGEN-2 和 XISM02. KIN 模型的精度大致相当,而 GRIM5-C1 模型的精度明显低于其他模型.

7 结论

本文研究了利用 CHAMP 几何法轨道恢复地球重力场模型的方法,提出了利用牛顿数值微分公式并辅助移去 - 恢复方法计算卫星速度的方法,获得了较高的精度;给出了利用现有重力场模型标定 CHAMP 加速度计数据的差分算法,大大简化了计算过程.本文基于 CHAMP 几何法轨道,利用能量守恒方法获得的 XISM02. KIN 模型不受任何先验重力场模型影响,所包含的仅仅是 CHAMP 测定的重力场信息,其精度与 EIGEN-1S、EIGEN-2 模型相当,且优于 GRIM5-C1 模型,说明了利用几何法轨道计算全球重力场的有效性.

致谢 德国 GFZ 数据中心提供了所需的 CHAMP 加速度计数据,TUM 的 Gerlach C 和 Svehla D 两位学者提供了 CHAMP 几何法轨道,在此一并表示感谢.

参考文献 (References)

[ 1 ] Reigber C, Balmino G, Schwintzer P, et al. A high quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and accelerometry (EIGEN - 1S). *Geophysical Research Letters*, 2002, **29** (14) : 371 ~ 374

[ 2 ] Reigber C, Schwintzer P, Neumayer K H, et al. The CHAMP - only earth gravity field model EIGEN - 2. *Advances in Space Research*, 2003, **31** (8) : 1883 ~ 1888

[ 3 ] 曾 桢, 胡 雄, 张训械等. 电离层 GPS 掩星观测反演技术. *地球物理学报*, 2004, **47** (4) : 578 ~ 583  
Zeng Z, Hu X, Zhang X J, et al. Inversion of ionospheric GPS occultation data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004, **47** (4) : 578 ~ 583

[ 4 ] 沈云中. 应用 CHAMP 卫星星历精化地球重力场模型的研究 [ 博士论文 ]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 2000  
Shen Y Z. Study of recovering gravitational potential model from the ephemerides of CHAMP [ Ph. D. thesis ] (in Chinese). Wuhan: Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 2000

- [ 5 ] Hwang C. Gravity recovery using COSMIC GPS data :application of orbital perturbation theory. *Journal of Geodesy* ,2001 ,**75** :117 ~ 136
- [ 6 ] Reubelt T, Austen G, Grafarend E W. Harmonic analysis of the earth 's gravitational field by means of semi-continuous ephemeris of a low earth orbiting GPS-tracked satellite , case study : CHAMP. *Journal of Geodesy* ,2003 ,**77** :257 ~ 278
- [ 7 ] Han S C, Jekeli C, Shum C K. Efficient gravity field recovery using in situ disturbing potential observables from CHAMP. *Geophys. Res. Letters* ,2002 ,**29**(16) :1789 ~ 1794
- [ 8 ] Howe E, Stenseng L, Tscherning C C. Analysis of one month of CHAMP state vector and accelerometer data for the recovery of the gravity potential. *Advances in Geosciences* ,2003 ,**1** :1 ~ 4
- [ 9 ] Visser P N A M, Sneeuw N, Gerlach C. Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates. *Journal of Geodesy* ,2003 ,**77** :207 ~ 216
- [10] Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, et al. CHAMP gravity field recovery using energy balance approach. *Advances in Geosciences* ,2003 ,**1** :73 ~ 80
- [11] Gerlach C, Foldvary L, Svehla D, et al. A CHAMP - only gravity field model from kinematic orbit using the energy integral. *Geophysical Research Letters* ,2003 ,**30**(20) :2037 ~ 2041
- [12] 徐天河. 利用 CHAMP 卫星轨道和加速度计数据推求地球重力场模型[博士论文]. 郑州:信息工程大学测绘学院,2004  
Xu T H. Gravity field recovery from orbit and accelerometer data [Ph. D. thesis] (in Chinese). Zhengzhou: Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 2004
- [13] Svehla D, Rothacher M. Kinematic and reduced - dynamic precise orbit determination of low earth orbiters. *Advances in Geosciences* , 2003 ,**1** :47 ~ 56
- [14] Jekeli C. The determination of gravitational potential differences from satellite-to-satellite tracking. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* ,1999 ,**75** :85 ~ 101
- [15] 徐天河. 一种用于计算卫星速度及加速度的实用数值微分公式. 西安测绘研究所学报,2002 ,**22**(3) :1 ~ 5  
Xu T H. An applied numerical differential formula to calculate the velocity and acceleration of the satellite. *Journal of Xi 'an Research Institute of Surveying and Mapping* (in Chinese) ,2002 ,**22**(3) :1 ~ 5
- [16] Yang Y. Robust estimation for dependent observations. *Manuscripta Geodaetica* ,1994 ,**19** :10 ~ 17
- [17] 李平,许厚泽. 地球物理抗差估计和广义逆方法. 地球物理学报,2000 ,**43**(2) :232 ~ 240  
Li P, Xu H Z. Robust estimation plus pseudo-inverse method in geophysical inversion. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese) ,2000 ,**43**(2) :232 ~ 240
- [18] Xu P L. Truncated SVD methods for discrete linear ill-posed problems. *Geophys. J. Int.* ,1998 ,**135** :505 ~ 514
- [19] Tikhonov A N. Solution of incorrectly formulated problems and regularization method. *Soviet Math. Dokl.* ,1963 ,**4** :1035 ~ 1038
- [20] 王兴涛,夏哲仁,石磐等. 航空重力测量数据向下延拓方法比较. 地球物理学报,2004 ,**47**(6) :1017 ~ 1022  
Wang X T, Xia Z R, Shi P, et al. A comparison of different downward continuation methods for airborne gravity data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese) ,2004 ,**47**(6) :1017 ~ 1022