曹茂森,任青文,王怀洪. 基于小波与分形理论的地震异常检测. 地球物理学报, 2005, **48**(3):672~679 Cao M S, Ren Q W, Wang H H. A method of detecting seismic singularities using combined wavelet with fractal. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2005, **48**(3):672~679

基于小波与分形理论的地震异常检测

曹茂森^{1,2},任青文¹,王怀洪³

1 河海大学土木工程学院,南京 210098
 2 山东农业大学水利土木工程学院,泰安 271018
 3 山东科技大学地球信息科学与工程学院,泰安 271019

摘 要为了提高地震异常检测精度,探讨了小波与分形结合的地震异常检测方法.首先采取功率谱密度对地震 波的分形性质进行分析,得出其具有且仅在几个高频段具有自仿射分形性质,这为分形的合理应用提供了依据并 揭示了现有单一综合分形维方法的不足;继而提出了频率、时间有序的无次采样小波包变换(POTO-NWPT),该算法 为地震波分形分析创造了优良平台.基于前两者,提出了小波与分形优势结合的地震异常检测方法:由 FOTO-NWPT 将地震波分解在若干尺度上,依据尺度关联维分析构建地震剖面分形参数空间,参数奇异标志了地震异常.工程实 验证明,该方法比现有方法的科学性和实用性更强,为实现度量参数化精细地震勘探提供了一条新的思路. 关键词 地震波,分形性质,频率、时间有序的无次采样小波包算法,关联维,剖面分形维谱,异常检测 文章编号 0001 - 5733 (2005) 03 - 0672 - 08 中图分类号 P631 收稿日期 2003 - 12 - 29, 2004 - 12 - 29 收修定稿

A method of detecting seismic singularities using combined wavelet with fractal

CAO Mao-Sen^{1,2}, REN Qing-Wen¹, WANG Huai-Hong³

1 College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China

2 College of Water Conservancy and Civil Engineering, Shandong Agricultural University, Tai 'an 271018, China

3 College of Geoinformation Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Tai 'an 271019, China

Abstract A new method of utilizing combined wavelet with fractal to detect seismic singularities is proposed aiming at improving the detecting precision. Firstly the fractal property of seismic wave is comprehensively investigated based on its power spectrum density analysis, and the conclusion is made that seismic wave is of self-affine fractal property only in several higher frequency bands. This not only provides the theoretic foundation for reasonably applying fractal into seismic wave analysis, but also reveals the shortage of employing single integrated fractal dimension to detect seismic singularities. Secondly an algorithm of frequency and time-ordered non-decimated wavelet packet transform is put forward to produce excellent platform for fractal analysis of seismic wave. On the basis of the above two aspects, a wavelet-fractal based method for detecting seismic singularities is developed, which consists of three successive steps: seismic wave is decomposed into multi-scale coefficient sequences, and then fractal-parameter space of seismic profile is constructed depending on the correlation dimension analysis of effective scale coefficient sequences; in the end, singular parameters are identified and they indicate the seismic singularities. An engineering example shows that the proposed method

基金项目 国家自然科学基金项目(50379005)和水利部科技创新基金资助项目(SCX2000-56)资助.

作者简介 曹茂森,男,1971年生,山东临淄人,副教授,博士,主要从事土木工程无损检测研究. E-mail: cmszhy@sohu.com

outperforms the existing wavelet and fractal concerned methods in rationality and practicability, so it provides a new approach for parameterized accurate seismic geophysical prospecting.

Keywords Seismic wave, Frequency and time-ordered non-decimated wavelet packet transform, Correlation dimension, Profile fractal dimension spectrum, Singularity detection

1 引 言

3期

一般认为地震波具有随机性质并用随机过程数 学模型对其进行描述,但现代研究证明地震波是一 个复杂动力系统,其中蕴含着混沌机制^[1,2]. 地震波 的高度复杂性及"由粗约向精细、由人工向智能"转 变的地震勘探要求,使传统的地震波分析方法日益 表现出局限性.近几年,小波、分形等先进数学理论 被引入到地震勘探领域^[3~7],为该领域技术的发展 带来契机.目前,在该领域中,小波的基本应用水平 是在信号分析范畴内努力提高信噪比和分辨率、分 形的基本应用水平是提取刻画地震波的分形维特征 量,而且这两个理论是单独应用的.虽然现有地震勘 探中不乏小波、分形成功应用的实例,但如何基于这 两个理论发展先进的地震勘探技术是一个不断探索 的课题,还有许多问题亟待解决,例如地震记录是否 具有分形性质一直存在争议,文献[2]认为在某一频 段内具有分形性质,而文献[8]则认为"应正确对待 地震记录中的分形".这一认识上的差异影响了分形 的有效应用.本文的目的是基于这两个理论发展地 震异常的度量参数化精细检测方法,拟以递进的方 式对以下几个问题进行讨论: 进一步探究地震波 的分形性质: 提出适应工程需要的一种新的地震 波小波分析方法: 基于 、 并超越小波、分形单 独应用的现状,提出小波与分形优势结合的地震异 常检测有效方法.

2 地震波的分形性质分析

分形在地震勘探中的应用方兴未艾,基本应用 方式有两类: 采用滑动窗技术计算地震波的分形 维轨迹线,由轨迹线的奇异特征检测纵向地震异 常^[3,6]; 计算每个地震波的单一综合分形维,由地 震剖面分形维变化曲线的奇异特征检测横向地震异 常.这些应用的前提是假定地震波为分形,然而,对 于地震波是否具有分形性质、具有怎样的分形性质 这一基础问题的研究尚不够深入,这影响了分形理 论的合理应用.

2.1 时间序列为分形的判据

如果时间序列 x(t) 具有自相似或自仿射的分形特征,在时间 t 的标度变换 t = t 之下,x(t) 应满足标度律

$$x(t) = {}^{a}x(t) , \qquad (1)$$

其中 a 为标度指数.如果 a = 1,则 x(t)具有自相似 性;如果 a = 1,则 x(t)具有自相化

由 x(t)满足式(1)标度律,可推得其功率谱密 度 S(f)满足负幂律

$$S(f) \quad f$$
, (2)

其中 为功率谱密度指数.

文献[2]证明时间序列的功率谱密度满足式(2)
 且满足1
 3,是该时间序列为分形的必要条件.
 这一条件可作为 x(t)是否为分形的判据.

具体应用中,将式(2)变换为

绘出 *S*(*f*)、*f* 双对数坐标图,若点集(lg*S*(*f*),lg*f*)呈 一直线,且1<3,则认为 *x*(*t*)为分形.当然现实 中的对象不可能严格服从这一规律,但至少应在相 当宽度的频带范围内满足标度律才能解释为分形.

 $\lg S(f) - \lg f$,

2.2 分形性质分析

现有的许多应用中,一般将地震波时间序列无 量纲图形化后,假设为自仿射曲线进行分形分析,而 没有考虑其分形性质究竟怎样,这是不够严谨的.通 过对多个地震波进行分析,发现它们的功率谱密度 在一定程度上具有如图 1c 所示的共性.

图 1a 为一个典型的实测地震波,图 1b 为功率 谱,图 1c 为其功率谱的双对数表示.图 1c 中点集 (lg S (f),lgf)按状态平稳性可细分为子段 1 ~ 5.按 式(3)对每个子段进行一元线性回归求得 1、2、 3、4、5,其中:1<0,相应频段:1比<f 25比;2 0,相应频段:25比<f 85比,为噪声为主的过渡 段;3相应频段:85比<f 145比,满足 1 < 3 3; 4相应频段:145比<f 290比,满足 1 < 4 3; 5

子段 3,4 满足分形条件.从大量地震波分析中得出, 点集(lg S(f),lgf)一般可细分为 4 至 6 个子段,且几 个高频段满足分形条件.这验证并延伸了文献[2]中 的有关结论. 基于以上分析可以认识到: 地震波具有且仅 在某几个高频段具有自仿射分形性质.这一方面说 明了在一定标度范围内可以对地震波进行自仿射分 形描述;同时,揭示了现行的在整个标度范围内(以 整个地震波为分析对象)由单一综合分形维对地震 波进行描述不够合理. 小波分析具有的自适应分 解能力能够有效地对地震波进行尺度(频段)划分, 从而可以作为标度划分的有效手段,在尺度上进行 分形分析适应了在一定标度范围内对地震波进行自 仿射分形描述的要求.



图 1 地震波分形性质分析 Fig. 1 Fractal property analysis of seismic wave

3 频率、时间有序的无次采样小波包 变换

在尺度上进行分形分析的关键是采用合理的小 波算法产生尺度划分细致、具有稳定性、信息量丰富 的尺度对象.现有小波算法中,相对来说,二进小波 变换是较优选择,但其尺度二进性并不符合地震波 的本质规律.如图 1b 中纵虚线为采用该算法将图 1a 分解至 5 层时的情形,可见尺度的二进划分具有机 械、粗糙的特点,且增多分解层数已没有意义.因此 基于地震波的二进小波变换,在尺度上进行分形分 析有其局限性.这里基于小波包变换提出一种新的 小波算法.

小波包是由 Coifman、Meyer 和 Wickerhauser 通过 推广多分辨分析与小波之间的联系而引入的^[9],标 准小波包变换(WPT: wavelet packet transform)是 Mallat 算法的拓展.为了适应不同工程需要,Pesquet 在 WPT 基础上提出了无次采样小波包变换(NWPT: non-decimated wavelet packet transform)^[10]; Nason 和 Sapatinas 又在 NWPT 基础上提出了时间有序的无次 采样小波包变换(TO-NWPT: time-ordered nondecimated wavelet packet transform)^[11].



图 2 FOTO-NWPT 算法示意图 Fig. 2 Schematic diagram showing frequency and time-ordered non-decimated wavelet packet transform

为了建立适应分形分析的良好尺度对象,这里在NWPT、TO-NWPT基础上,提出频率、时间有序的 无次采样小波包变换(FOTO-NWPT: frequency and time-ordered non-decimated wavelet packet transform).

3期

设{ *u_n*}_{*n*} _{*z*} 为离散地震波序列,定义如下基本 算子:

H、*G*——尺度函数和小波函数确定的低通、高通共轭正交滤波器算子:

 $\{Hu\}_{k} = \int_{n} h_{n-k} u_{n}; \{Gu\}_{k} = \int_{n} g_{n-k} u_{n}$ $D_{0}, D_{1} \longrightarrow (B_{0} \otimes B_{0} \otimes B_{0$

由基本算子组合产生系数子带算子: *D*₀ *H*, *D*₀ *G*, *D*₁ *H*, *D*₁ *G*.

FOTO-NWPT 算法分为两个步骤: 基于子带算 子产生频率有序的无次采样小波包变换(FO-NWPT: frequency-ordered non-decimated packet wavelet transform),其基本操作是由子带算子链接生成如图 2 所示的四叉树结构,如 $[D_0 H(D_0 H(D_0 H))]$ 产生 树末稍 A、[D₀ H(D₁ G(D₀ G))]产生树末稍 B. FO-NWPT不同于 NWPT 之处在于:在四叉树结构生成 过程中,将每个四叉子结构的第2、4枝再次分解,产 生四叉子结构的第1与第2枝及第3与第4枝的位 置进行交替,以实现 、 两部分的每个精度层上实 线连接子带和虚线连接子带分别按升频排列,而 NWPT算法中相应子带并非按升频排列,而是遵守 Paley 序; 借鉴 TO-NWPT 中的系数编织方法,对 FO-NWPT 进行系数编织 .达到子带系数按时间有序 排列,即构成 FOTO-NWPT.

FOTO-NWPT 具有如下特色: 与 WPT、NWPT 相 比,NWPT 克服了 WPT 的平移可变性,TO-NWPT 克 服了 NWPT 的系数序列非时间有序性,而 FOTO-NWPT 则进一步克服了 TONWPT 的子带序列非频率 有序性. 从而 FOTO-NWPT 具有平移不变性、系数序 列时间有序性和子带序列频率有序性. 另外,与二进 小波变换相比,FOTO-NWPT 有效克服了地震波尺度 二进划分的不合理性. 这些性质使 FOTO-NWPT 具 有: 尺度划分均匀、细致; 子带系数具有稳定性; 每个子带保留了最大量信息; 有效子带选取简 便易行. 从而适应了对地震波有效分形分析的要求.

下面对 FOTO-NWPT 在有效子带选取上比 TO-NWPT 具有的优势进行说明:对图 1a 地震波进行 TO-NWPT 变换,精度层 4 上的子带系数见图 3a,横 坐标为子带的频率序号,可见横坐标上频率是非有 序的;再对该地震波进行 FOTO-NWPT 变换,精度层 4 上的子带系数见图 3b,横坐标为子带的频率序号, 可见频率有序排列.这样参照功率谱容易进行有效 子带选取. 若把图 3b 中的前 9 个子带作为有效子带,这些子带则散乱地占据了图 3a 的整个子带空间,因此在有效子带选取上 FOTO-NWPT 比 TO-NWPT 具有优势. FOTO-NWPT 的前 8 个子带见图 4, 子带 i = 6之后的能量已很小,从而有效子带选取为 子带 $i = [0 \sim 6]$.



图 3 子带系数序列对比 Fig. 3 Comparison of subband coefficient sequences





4 关联维的改进 GP 算法

分形理论的基本概念是分形维. 在诸多的分形 维中,基于相空间重构产生的关联维对时间序列的 动力机制反映敏感且易于程序实现. 关联维的基本 计算方法是 GP(Grassberger-Procaccia)法,简述如下: 设时间序列为 x(t),选取时间延迟为 p、嵌入 维数为 m,对 x(t)进行相空间重构得到相轨线 Y.

组数为 m, 对 x(t) 进行相空间重构得到相轨线 Y. 现已证明,只要 m = 2D + 1(D 为吸引子拓扑维数), 重构的 m 维空间能够表征原系统的动力特性. 相轨 线 Y 的相点矢量为

 $Y_{i} = [x(i), x(i + p), x(i + 2p), ..., x(i + (m - 1)p)],$ (4)

其中 $i = 1, 2, ..., N_m, N_m = n - (m - 1) p$ 为相点数, n 为 x(t)数据点数.

计算相关函数 C_m(r):

$$C_m(r) = \frac{1}{N_m(N_m - 1)} \int_{i,j=1;i-j}^{N_m} (r - i_j), \quad (5)$$

式中 $_{ij}$ 为相点矢量之间的距离,为 Heaviside 函数:x > 0, (x) = 1;x = 0, (x) = 0.

若在一定区间内存在 $C_m(r)$ $r^{d(m)}$,当 d(m)不随 m 的升高而变化时,则关联维 $D_2 = \lim d(m)$.

文献[12]给出了在较少数据点下具有较高计算 精度的关联维的改进 GP算法,其核心是用下式

$$C_{m}(r) = \frac{2}{(N_{m} - W + 1)(N_{m} - W)}$$

$$\times (r - |Y_{i+k} - Y_{i}|) \quad (6)$$

代替式(5)计算关联积分.式(6)中 W | 2/N_m|^{2/m}, 为时间延迟.

关联维的改进 GP 算法适应了下节中对较少数 据点的地震波序列进行分形分析的要求.

5 小波与分形结合的地震异常检测方法

5.1 基本方法

5.1.1 小波与分形结合的基础^[13,14]

小波、小波包变换由多分辨分析纳入统一框架 之中. 一个多分辨分析是由尺度函数 ϕL^2 生成的 一个空间的贯(nest) $N(\phi)$,生成规则符合下面关系:

(a) $\ldots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \ldots$,

$$V_n = \{0\}, V_n = L_2,$$

(b) $\forall m$ Z, $V_m = \operatorname{Clos}_{L_2} \{ \phi_{m,n} \}_{m Z}$, 且 $\{ \phi_{m,n} \}_{n Z} \notin V_m$ 的无条件基,其中,(a)中的"—"表 示对集合取闭包,(b)中的 $\operatorname{Clos}_{L_2}$ 表示在 L_2 中取闭 包, $\phi_{m,n}(x) = 2^{m/2} \phi (2^m x - n)$.

多分辨分析显示了小波、小波包变换具有从低 分辨到高分辨的显微能力,这与分形从大尺度向小 尺度逐渐深化的认知规律是一致的.

多分辨分析由 Mallat 算法实现,如果从逆向来 看 Mallat 算法,它从理论上表示由分形迭代产生分 形. H. G. Stark 将 Mallat 算法中的尺度递推迭代公式 简化为

$$f(x) = C_{j,k} C_{j,k-j,k}(x) , \qquad (7)$$

并构造出许多分形来^[14].

另外,分形集 F 由紧支集函数 (t) 按 (n) = r^{H} (t) 迭代生成,而小波是由小波基函数 (t) 按 $a,b(t) = a^{-1/2}$ ((t - b)/a) 迭代生成,前者中的自 相似仿射算子 r 和后者的伸缩算子 a 是一致的.

由此可见,小波与分形从思想本质和实现方法 上均具有相通性,因此将两者进行结合有其可行性 和必然性.

5.1.2 地震波的多尺度分形参数空间

在尺度水平上进行分形分析,提取度量参数化 分形特征量——尺度分形维,可以构建地震波及地 震剖面的多尺度分形参数空间:尺度分形维集合、剖 面分形维谱.

尺度分形维集合:对地震波进行 FOTO-NWPT 分析,精度层 *j* 上的 2^{*j*} 个子带对地震波进行等频段 划分,每个子带承载了地震波相应频段的信息.选取 2^{*k*},*k* < *j* 个有效子带并对每个子带系数序列进行分 形分析,产生 2^{*k*} 个分形维元素,这些元素构成地震 波的尺度分形维集合,该集合刻画了地震波的分形 动力学特征.图 1a 地震波的尺度关联维集合见 图 5.



of seismic wave of Fig. 1a

剖面分形维谱:对一个地震剖面中的每个地震 波进行 FOTO-NWPT 分析,将所有的尺度分形维集 合按地震波序号和子带序号进行组合,得到矩阵 [D]_{N×1}(N为地震道数,I为有效子带数).矩阵 [D]_{N×1}称为剖面分形维谱,该谱刻画了地震剖面的 分形动力学特征,图 1a 地震波所在地震剖面的剖面

关联维谱见图 6.

3期



Fig. 6 Seismic profile correlation dimension spectrum of Fig. 1a

5.1.3 方法解释

尺度分形维集合、剖面分形维谱是地震波和地 震剖面的分形参数空间,其中地震波的异常必然反 映在尺度分形维集合中某些元素的奇异上,进而地 震剖面的局部异常必然表现在剖面分形维谱的局部 奇异区间上.通过辨识剖面分形维谱的局部奇异区 间便可以实现地震异常检测.

从方法本质上,FOTO-NWPT将地震波分解为若 干个尺度系数序列,本质上是将具有复杂动力机制 的原始系统解耦为若干个动力机制相对简单的子系 统,尺度系数序列作为新的分析对象适应了分形分 析的要求;同时,关联维对时间序列的动力机制反映 敏感,可以有效地提取分形维特征量,两者结合实现 了优势联合.从工程应用上,FOTO-NWPT将地震波 中的异常信息相对独立地分解到某一个或几个尺度 中,异常信息得以凸现,在尺度水平上进行关联维分 析,尺度关联维集合构成的剖面关联维谱精细地刻 画了地震剖面的分形特征,从而有效地提高了地震 异常的检测精度.

5.2 实施步骤

建立剖面分形维谱. 对地震剖面所含地震波 实施 FOTO-NWPT 分析,选取有效子带并对这些子 带进行关联维分析,建立剖面关联维谱; 确定含异 常信息的关键尺度. 由于关键尺度中分布有异常道 的异常信息,该尺度上会出现关联维相对变化幅度 较大的现象,而其他尺度则呈现出全局平稳性; 辨 识关键尺度中的局部奇异. 关键尺度中表征异常信 息的关联维值明显偏高,且由于异常信息会对相邻 尺度产生抑制作用,相邻尺度往往会表现出相应关 联维值偏低的现象; 剖面分形维谱的局部奇异区 间标志了地震异常.

6 工程实例

1998 年长江流域发生特大洪水后,数千公里的 地下连续墙得以兴建,在基础工程的防渗和加固中 发挥着重要作用.但隐蔽性、施工质量难以控制且运 行环境复杂等特点,使地下连续墙的健康诊断成为 土木工程领域的一个研究热点和难点.

采用德国 DMT 公司生产的 summit 遥测数字地 震仪,对某地下连续墙工程进行缺陷检测,采样间隔 为 0.125ms,检波器间隔 1m. 由经验知识从地震剖面 中确定异常区域,并开窗提取含有异常信息的局部 剖面如图 7 所示.依据水平方向上剖面中部同相轴 的错断、不连续现象,初步推断介质存在空洞或松散 架构等异常,但在传统方法下难以进行细致的定量 分析.这里基于第 5 节中提出的小波与分形结合的 地震异常检测方法对该问题作进一步分析.



图 7 地震剖面局部

Fig. 7 Segment of seismic profile

建立剖面关联维谱. 对图 7 中所有记录进行 FOTO-NWPT 分析,依据功率谱密度分析在第 4 精度 层上选取前 7(*i* = [0~6])个子带作为有效子带,基 于有效子带建立剖面关联维谱,对关联维谱按尺度 进行二维平面显示,见图 8.

确立关键尺度. 对图 8 关联维元素按尺度进 行聚类,见图 9. 图中 i = [0,1,5,6]四个尺度的关联 维聚类紧凑,而 i = [2,3,4]三个尺度的关联维聚类 松散、相对变化幅度较大;计算各尺度关联维元素的 标准差,尺度 i = [0 ~ 6]分别为[0.0243,0.0344,0.0750,0.1036,0.1150,0.0320,0.0266],可见 i =



图 8 剖面关联维谱

Fig. 8 Profile correlation dimension spectrum

[2,3,4]三个尺度的标准差较大,说明元素之间的偏 离程度较大.由此将 *i* = [2,3,4]三个尺度确定为关 键尺度.



图 9 剖面关联维谱聚类分析 Fig. 9 Cluster analysis of profile correlation dimension spectrum

图 8 剖面分形维谱中, *i* = [0,1,5,6]尺度中关 联维曲线波动舒缓、一致性相对较强;而尺度 *i* = [2,3,4]中关联维波动幅度大、非平稳性强,符合上述分析.

辦识关键尺度中的局部奇异. 图 8 中尺度 *i* = [3,4]上 13~18 各道的关联维值明显高于其他 道,而尺度 *i* = 2 上相应各道关联维值明显低于其他 道. 从这一异常现象的呼应上,可以判断异常信息分 布在 *i* = [3,4]尺度上,而 *i* = 2 尺度由于受到抑制作 用呈现出相反的奇异表现. 由此判断 13~18 道为奇 异道.

在工程现场试验中,采用高密度电阻率法、探地

2

雷达法、局部开挖相结合的手段,较好地验证了上述 结论,因此基于小波与分形结合进行地震异常检测 是可行、有效的,其中度量参数化精细分析能力是其 优于传统方法的特色.

采用常规的单一综合分形维方法对图 7 进行异 常检测,见图 10.图中 14~18 道的关联维值有偏高 趋势,但与其他道差距较小,据此难以判断这些道为 异常道,并且 13 道被遗漏.





总之,与单一综合分形维方法相比,基于小波与 分形结合的地震异常检测方法,适应了地震波分形 分析的要求,并且在异常信息的凸现中抽取了问题 的主旨,多尺度对比分析、奇异特征相互印证,操作 可行性增强,检测精度得到明显提高.同时,应该说 明的是,地震异常特征在空间上表现为水平和竖直 两个方面,文中所提方法只适用于水平方向的地震 异常检测,竖直方向的地震异常检测属于地震波奇 异点辨识范畴.对于后者,小波具有专长而分形也有 成功应用的范例^[3,6].

7 结 论

在继承前人工作的基础上,进一步探讨了地震 波的分形性质,所得结论不但揭示了该领域现行分 形方法的不足,而且为分形在地震勘探中的合理应 用提供了理论依据;提出了能够为地震波分形分析 创造优良平台的频率、时间有序的无次采样小波包 算法;创新性地提出了小波和分形结合的度量参数 化精细地震异常检测方法并开发了相应的软件系 统,在工程应用中,方法的有效性和先进性得以验 证.本文研究成果预示了将小波、分形等新理论应用 于地震勘探领域具有广阔的发展空间.

参考文献(References)

 Turcotte D L. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. New York :Cambridge Univ. Press ,1997

679

- [2] 曾锦光,舒雅琴,钟 勇. 地震波的分形与混沌性质. 石油地 球物理勘探,1995,30(6):743~748
 Zeng J G, Shu YQ, Zhong Y. Fractal and chaotic characteristics of seismic data. *Oil Geophysical Prospecting* (in Chinese),1995,30 (6):743~748
- [3] Boschetti F, Dentith D M, List D R. A fractal-based algorithm for detecting first arrivals. *Geophysics*, 1996, 61(4):1095~1102
- [4] 李世雄.一维波动方程的奇性反演与小波.地球物理学报, 1995,38(1):93~104
 Li S X. Analysis and inversion of singularities of one-dimensional wave equations and wavelets. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese),

wave equations and wavelets. Chinese J. Geophys. (In Chinese) 1995, $38(1): 93 \sim 104$

[5] 李世雄,汪继文.信号的瞬时参数与正交小波基.地球物理学报,2000,43(1):97~104

Li S X, Wang J W. Instantaneous parameters of signals and orthogonal bases of wavelets. *Chinese J*. *Geophys*. (in Chinese), 2000, $43(1):97 \sim 104$

- [6]常旭,刘伊克. Hausdorff 分数维识别地震初至走时. 地球物理学报,1998,41(6):826~832
 Chang X, Liu Y K. Picking first break in seismic trace by fractal method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 1998, 41(6): 826~832
- [7] 常 旭,刘伊克. 地震记录的广义分维及其应用. 地球物理学报,2002,45(6):839~846

Chang X, Liu Y K. The generalized fractal dimension of seismic records and its applications. Chinese J. Geophys. (in Chinese),

2002,45(6):839~846

[8] 李庆忠. 怎样正确对待分形. 石油地球物理勘探,1996,61
(1):136~160
Li Q Z. How to correctly use fractal and fractal-dimension

techniques ? Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 1996, 61 (1): 136~160

- [9] Coifman R R, Meyer Y, Wickerhauser M V. Wavelet analysis and signal processing. In Wavelets and Their Application. Boston, 1992.
 153 ~ 178
- [10] Pesquet JC, Krim H, Carfantan H. Time-invariant orthonormal wavelet representations. *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 1996, 44, 1964 ~ 1970
- [11] Nason G P, Sapatinas T, Sawczenko A. Wavelet packet modelling of infant sleep state using heart rate data. *Sankhya*, Series B, 2001, 63, 199 ~ 217
- [12] Theiler J. Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time series data. *Phys. Rev.*, 1986, A(34):2427 ~ 2432
- [13] 汪富泉,李后强.小波理论与分形.物理,1994,23(9):539
 Wang F Q, Li H Q. Wavelet theory and fractal. *Physics* (in Chinese), 1994, 23(9): 539
- [14] 刘 峰,刘贵忠,张茁生. 分形信号的小波基表示. 自然科学 进展,2001,11(6):621~624
 Liu F, Liu GZ, Zhang Z S. Representation of fractal signal using wavelet bases. *Progress in Natural Science* (in Chinese), 2001,11
 (6):621~624