DOI:10.3969/j.issn.1000-1298.2010.08.041

双压力角非对称齿轮轮齿接触分析^{*}

肖望强¹ 段东平¹ 李 威² 赵纪伟¹ 李 婷¹ (1. 中国科学院过程工程研究所, 北京 100190; 2. 北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

【摘要】 对双压力角非对称齿轮在修形和误差条件下的啮合过程进行了全面推导,并编制了轮齿接触分析 (TCA)计算机数值仿真程序。通过对非对称齿轮与标准对称齿轮进行仿真计算,得出双鼓形非对称齿轮在有安装 误差的情况下,接触迹的偏移量比标准对称齿轮小,传动误差的幅值比标准对称齿轮有明显降低,因此具有良好的 传动平稳性和较高的承载能力。

关键词:齿轮传动 轮齿接触分析 双压力角 非对称齿廓 传动误差 中图分类号:TH132.413 文献标识码:A 文章编号:1000-1298(2010)08-0199-07

Tooth Contact Analysis for Unsymmetric Gear with Double Pressure Angles

Xiao Wangqiang¹ Duan Dongping¹ Li Wei² Zhao Jiwei¹ Li Ting¹

(1. Institute of Process Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

2. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract

The process of meshing and contact for unsymmetric gear with double pressure angles in case of modified geometry and transmission errors was proposed. Computer programs of tooth contact analysis (TCA) of unsymmetric gear and conventional gear were developed. Two versions of modified geometry were investigated and compared with numerical examples. The results showed that the displacement of contact path of unsymmetric gear was smaller than conventional symmetric gear where alignment errors exist, and the function of transmission errors for unsymmetric gear was indeed a continuous parabolic one with a reduction in magnitude. It was proved that involute gear with unsymmetric tooth could efficiently improve transmission stabilization and load capacity of tooth surface.

Key words Gear transmission, Tooth contact analysis, Double pressure angle, Unsymmetric gear profile, Transmission error

引言

目前齿轮传动正向着承载能力大、振动噪声小、 体积小、重量轻、节能高效等趋势发展。很多研究成 果表明^[1-2],适当增大压力角会显著提高齿根弯曲 强度、齿面接触强度和抗胶合承载能力。但是如果 在齿轮两侧同时增大压力角,会使得轮齿齿顶变薄, 加载时容易断齿;同时也会使轮齿的柔度下降、刚度 增加,从而降低轮齿的抗冲击性能。综合上述大、小 压力角两种研究结果,现提出在工作齿面使用一个 大压力角,在非工作齿面使用一个小压力角,这样既 可以充分发挥大压力角的优点,又尽量避开其缺点, 是一种非常有效的提高轮齿综合性能和承载能力的 方法。基于这种思想,设计了一种新型齿轮——双 压力角非对称渐开线齿轮^[3-4]。

在齿轮副中,相互啮合传动的轮齿表面上,接触

收稿日期: 2009-06-03 修回日期: 2009-07-16

^{*} 国家自然科学基金资助项目(50575021)

作者简介:肖望强,助理研究员,主要从事机械设计、机械装备研究,E-mail: wqxiao@ home. ipe. ac. cn

线的集合形成的实际啮合区域称之为齿面接触区 域。接触区域的大小、形状和位置不仅仅反映了单 个齿轮的精度,更反映了齿轮副的安装精度,它是影 响齿轮副传动承载能力、使用寿命、传动质量及效 率、噪声等的重要技术指标。但是在实际的齿轮传 动工作过程中,由于受制造误差、装配误差、轮齿弹 性变形等因素的影响,接触区域的实际形状总是与 理想无误差、无修形工况下所产生的接触区域产生 一定程度的偏差,这将引起齿轮传动质量的下降。 因此为了预防和改善接触区域出现较大偏差,保证 齿轮传动的质量和效率,就必须对这些接触区域进 行修正。为了有效地分析和修正不良的齿面接触区 域,产生了对接触区域进行分析、修正的轮齿接触分 析技术(tooth contact analysis),简称 TCA 技术^[5-9]。

本文应用齿轮啮合理论,提出双压力角非对称 齿轮的轮齿接触分析方法,并编制计算机仿真程序, 对非对称齿轮和标准对称齿轮传动系统进行计算, 获得两种齿轮副的啮合路径、啮合印痕和传动误差。

1 双鼓形主动轮齿表面

1.1 加工主动轮的抛物线齿条表面

非对称齿轮齿廓修形的方法是改变刀具切削刃 的形状,以获得相应的齿面形状,改善啮合状况。用 齿条形刀具(如滚刀)加工非对称齿轮时,是以抛物 线代替齿条直线齿廓,以获得中凸的齿形,见图1。 在一个已经装配好的齿轮系统中,主动轮齿与从动 轮齿表面在啮合中保持瞬时线接触状态。



Fig. 1 Parabola rack cutter of pinion

图 1 为抛物线齿条的截面形状,主动轮齿条表面 *Σ_c* 是一个抛物线面,工作齿侧用下标 *d* 表示,非 工作齿侧用下标 *c* 表示,*a_{zd}、<i>a_{zc}*分别表示抛物线齿条 工作齿侧与非工作齿侧表面抛物线系数。

本文仅讨论非对称齿轮工作齿侧,下标 d 略去, 非工作齿侧与工作齿侧类似。图 2 所示为加工主动 轮齿条所用的坐标系,齿条表面 *S*₂ 在辅助坐标系 *S*_p 中方程为

 $\boldsymbol{r}_{p}(u_{z},\theta_{z}) = \begin{bmatrix} a_{z}u_{z}^{2} & u_{z} & \theta_{z} & 1 \end{bmatrix}'$ (1) 齿条表面 $\boldsymbol{\Sigma}_{z}$ 在辅助坐标系 \boldsymbol{S}_{p} 中的单位法矢量为





$$\boldsymbol{n}_{p}(u_{z}) = \frac{\frac{\partial r_{p}}{\partial u_{z}} \times \frac{\partial r_{p}}{\partial \theta_{z}}}{\left|\frac{\partial r_{p}}{\partial u_{z}} \times \frac{\partial r_{p}}{\partial \theta_{z}}\right|}$$
(2)

主动轮齿条表面 Σ₂ 在坐标系 S₂ 中齿面方程和 单位法矢量为

$$\boldsymbol{r}_{z}(u_{z},\boldsymbol{\theta}_{z}) = \boldsymbol{M}_{zp}(\boldsymbol{\alpha}_{d})\boldsymbol{r}_{p}(u_{z},\boldsymbol{\theta}_{z})$$
(3)

$$\boldsymbol{n}_{z}(\boldsymbol{u}_{z}) = \boldsymbol{L}_{zp}(\boldsymbol{\alpha}_{d}) \boldsymbol{n}_{p}(\boldsymbol{u}_{z})$$
(4)

式中 M_{zp} ——坐标系 S_p 到 S_z 的坐标转换矩阵

α_d——主动轮工作齿侧压力角

矩阵 L 是一个 3 × 3 的 3 阶矩阵,将矩阵 M 的 最后一行与最后一列消去即可得到。

1.2 齿廓鼓形修形的主动轮轮齿表面方程

在加工主动轮过程中,抛物线齿条与被加工的 齿轮保持相对平动与转动,如图2所示,齿廓鼓形修 形后的主动轮轮齿表面 Σ₁ 确定方程为

$$\boldsymbol{r}_{1}^{\mathrm{I}}\left(\boldsymbol{u}_{z},\boldsymbol{\theta}_{z},\boldsymbol{\varphi}_{1}\right) = \boldsymbol{M}_{1z}\left(\boldsymbol{\varphi}_{1}\right)\boldsymbol{M}_{zp}\boldsymbol{r}_{p}\left(\boldsymbol{u}_{z},\boldsymbol{\theta}_{z}\right) \qquad (5)$$

$$f_1(u_z, \varphi_1) = 0 \tag{6}$$

式中 q1---被加工的主动轮1转动参数

式(5)为加工非对称主动轮齿条表面曲线族 Σ_{z} 在坐标系 S_1 中的方程,式(6)为非对称齿条与被加 工的主动齿轮的啮合方程,上标 I 含义为主动轮。

非对称鼓形修形齿廓主动轮齿表面单位法矢量 为

$$\boldsymbol{n}_{1}(\boldsymbol{u}_{z},\boldsymbol{\varphi}_{1}) = \boldsymbol{L}_{1z}(\boldsymbol{\varphi}_{1})\boldsymbol{n}_{z}(\boldsymbol{u}_{z})$$
(7)

由于在 Σ_1 与 Σ_2 的接触线上任意点齿条表面法 矢量均通过瞬时旋转轴P - P,可得

$$\frac{X_{1} - x_{1}(u_{z}, \theta_{z})}{n_{x1}} = \frac{Y_{1} - y_{1}(u_{z}, \theta_{z})}{n_{y1}} = \frac{Z_{1} - z_{1}(u_{z}, \theta_{z})}{n_{z1}}$$
(8)

式中, $x_1(u_z, \theta_z)$ 、 $y_1(u_z, \theta_z)$ 、 $z_1(u_z, \theta_z)$ 是非对称齿廓 鼓形修形主动轮齿表面 Σ_1 啮合点的坐标, n_{x1} 、 n_{y1} 、 n_{x1} 是 Σ_1 单位法矢量 $n_1(u_z, \varphi_1)$ 在各坐标轴上对应 的分量。

由式(7)、(8)可得啮合方程(6)的标量形式为

$$\varphi_{1} = \frac{2a_{z}^{2}u_{z}^{3} - 2a_{z}u_{z}l_{d} + u_{z}}{2a_{z}u_{z}r_{\rho_{1}}\cos\alpha_{d} + r_{\rho_{1}}\sin\alpha_{d}}$$
(9)

1.3 双鼓形修形的主动轮轮齿表面方程

1.3.1 磨削砂盘表面方程

除了齿廓修形,本文 还采用齿宽方向修形。在 加工主动轮过程中,通过 磨削砂盘的沉浮运动对主 动轮齿表面进行齿宽方向 修形。磨削砂盘面 Σ_1 的帮助 和主动轮齿表面 Σ_1 的 中主动轮齿表面 Σ_c 方程,设 定坐标系 S_1 刚性固连在 主动轮齿上,磨削砂盘石 面(y_s, z_s)坐标系如图 3 所示。



图 3 磨削砂盘在面 $(y_g, z_g)坐标系$ Fig. 3 (y_g, z_g) coordinate

system of grinding disk

砂盘的轴向轮廓在面 (y_s, z_s) 上表示为

$$\boldsymbol{r}_{g}(u_{z}) = \boldsymbol{M}_{g1}\boldsymbol{r}_{1}^{1}(u_{z})$$
(10)

坐标系 S_c 刚性固连在磨削砂盘上,辅助坐标系 S_g 的原点和 x 轴与坐标系 S_c 相同,砂盘表面 Σ_c 是 在坐标系 S_g 中由砂盘轴向轮廓表面绕轴 x_g 旋转所得。砂盘表面 Σ_c 的方程在坐标系 S_c 中表示为

 $\boldsymbol{r}_{c}(u_{z},\boldsymbol{\theta}_{c}) = \boldsymbol{M}_{c_{g}}(\boldsymbol{\theta}_{c})\boldsymbol{M}_{g^{1}}\boldsymbol{r}_{1}(u_{z})$ (11) 1.3.2 双鼓形修形主动轮齿表面方程

磨削砂盘表面 Σ_c 确定后,就可以求得双鼓形 修形主动轮齿表面 Σ_1^2 的方程,如图 4 所示。引入一 个辅助坐标系 S_t 来表示砂盘的运动。双鼓形修形 主动轮齿表面 Σ_1^2 在坐标系 S_1^2 上表示为

$$\boldsymbol{r}_{1}^{\mathbb{I}}(\boldsymbol{u}_{z},\boldsymbol{\theta}_{G},\boldsymbol{l}_{G}) = \boldsymbol{M}_{1b}\boldsymbol{M}_{bG}(\boldsymbol{l}_{G})\boldsymbol{r}_{G}(\boldsymbol{u}_{z},\boldsymbol{\theta}_{G}) \quad (12)$$

$$f_2(\theta_c, l_c) = 0 \tag{13}$$





Fig. 4 (Σ_1^2) coordinate system of pinion surface

非对称双鼓形修形主动轮齿表面 Σ_1^2 的单位法 矢量在坐标系 S_1^2 上表示为

$$\boldsymbol{n}_{1}^{\mathbb{I}}\left(u_{z},\boldsymbol{\theta}_{G},\boldsymbol{l}_{G}\right) = \boldsymbol{L}_{1b}\boldsymbol{L}_{bG}\left(\boldsymbol{l}_{G}\right)\boldsymbol{n}_{G}\left(u_{z},\boldsymbol{\theta}_{G}\right) \quad (14)$$

式(14)为磨削砂盘与双鼓形主动齿轮表面的 啮合方程。根据图 4 中的啮合关系,啮合方程计算 式为

$$N_{G} \boldsymbol{v}_{G}^{G1} = f_{2} (\theta_{G}, l_{G}) = 0$$
 (15)

式中 N_c——砂盘表面的法矢量

v_c^{c1}——砂盘与非对称主动轮齿相对速度

2 非对称从动轮齿表面方程

非对称从动轮齿表面是由非对称直线齿条生成的。设定坐标系 S_m 和 S_n 刚性固连在从动轮齿条上,坐标系 S_2 刚性固连在从动轮齿上,整体坐标系 为 S_i ,如图 5 所示。



图 5 从动轮轮齿表面坐标系 Fig. 5 Coordinate system of gear surface

由齿条产生的从动轮齿表面 Σ_2 在坐标系 S_2 中可表示为

$$\boldsymbol{r}_{2}(\boldsymbol{u}_{n},\boldsymbol{\theta}_{n},\boldsymbol{\varphi}_{2}) = \boldsymbol{M}_{2n}(\boldsymbol{\varphi}_{2})\boldsymbol{r}_{n}(\boldsymbol{u}_{n},\boldsymbol{\theta}_{n}) \quad (16)$$

 $f_{3}(u_{n},\varphi_{2}) = 0 \tag{17}$

3 非对称齿廓齿轮接触区的啮合仿真

进行非对称接触区啮合仿真来研究安装误差对 齿轮副传动误差和承载接触区的影响。啮合仿真的 前提是接触表面始终处于连续相切状态。表面相切 的必要条件是在瞬时接触点两个轮齿表面位置矢量 相等,法矢量保持同轴。轮齿表面理论上是点接触, 但实际上由于轮齿表面弹性变形接触扩展成一个椭 圆域。通过两个接触表面瞬时接触点的主曲率和方 向的关系,可以确定瞬时接触椭圆的形状参数以及 方向,一系列瞬时接触椭圆构成了齿面承载接触区 域。

3.1 齿轮副啮合仿真坐标系

设定 S_f 为固定坐标系, S_1 、 S_2 分别刚性固连在 非对称主动轮齿和从动轮齿上。辅助坐标系 S_u 、 S_v 分别表示安装误差中齿轮副中心距的安装误差 ΔE 和轴交角的安装误差 $\Delta \gamma$, 辅助坐标系 S_u 表示由直





在坐标系 S₂ 中从动轮齿表面和法矢量由 3 个 相关的参数确定,即

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{2} = \boldsymbol{r}_{2} \left(u_{n}, \varphi_{2}, \theta_{n} \right) \\ f_{3} \left(u_{n}, \varphi_{2}, \theta_{n} \right) = 0 \\ \boldsymbol{n}_{2} = \boldsymbol{n}_{2} \left(u_{n}, \varphi_{2}, \theta_{n} \right) \end{cases}$$
(18)

在坐标系 S₁ 中双鼓形修形主动轮齿表面和法 矢量由 4 个相关的参数确定,即

$$\begin{cases} \boldsymbol{r}_{1}^{\mathbb{I}} = \boldsymbol{r}_{1}^{\mathbb{I}} \left(u_{z}, \varphi_{1}, \theta_{G}, l_{G} \right) \\ f_{1} \left(u_{z}, \varphi_{1} \right) = 0 \\ f_{2} \left(\theta_{G}, l_{G} \right) = 0 \\ \boldsymbol{n}_{1}^{\mathbb{I}} = \boldsymbol{n}_{1}^{\mathbb{I}} \left(u_{z}, \varphi_{1}, \theta_{G}, l_{G} \right) \end{cases}$$
(19)

3.2 啮合仿真条件

若非对称齿轮副啮合表面的瞬时接触点位置矢量、法矢量相等,则两个轮齿接触表面连续相切,如图7所示。图中,T为轮齿接触表面瞬时切面。由图可知,在坐标系 S_f中,非对称齿轮副两个齿面啮合条件为

$$\boldsymbol{r}_{f}^{1(\parallel)}\left(u_{z},\boldsymbol{\varphi}_{1},\boldsymbol{\theta}_{G},\boldsymbol{l}_{G},\boldsymbol{\phi}_{1}\right)-\boldsymbol{r}_{f}^{2}\left(u_{n},\boldsymbol{\varphi}_{2},\boldsymbol{\theta}_{n},\boldsymbol{\phi}_{2}\right)=0$$

$$(20)$$

$$\boldsymbol{n}_{f}^{1(\parallel)}\left(u_{z},\boldsymbol{\varphi}_{1},\boldsymbol{\theta}_{G},\boldsymbol{l}_{G},\boldsymbol{\phi}_{1}\right)-\boldsymbol{n}_{f}^{2}\left(u_{n},\boldsymbol{\varphi}_{2},\boldsymbol{\theta}_{n},\boldsymbol{\phi}_{2}\right)=0$$

$$(21)$$

$$\begin{cases} f_1(u_z, \varphi_1) = 0\\ f_2(\theta_G, l_G) = 0\\ f_3(u_n, \varphi_2) = 0 \end{cases}$$
(22)

式(20)、(21)表示 Σ_1 与 Σ_2 有一个相同切点并 且在这一点有一个公共法矢量,但实际上 n 是单位 矢量,即 $n_{f}^{1(II)} - n_{f}^{2} = 0$,所以式(20)~(22)总共有8 个非线性标量,即

$$T_{i}(u_{z},\varphi_{1},\theta_{c},l_{c},\phi_{1},u_{n},\varphi_{2},\theta_{n},\phi_{2}) = 0$$

($T_{i} \in C^{1}$) ($i = 1, 2, ..., 8$) (23)





在仿真时,将一个未知量作为已知量来处理,比 如 φ₁。当在接触点满足 Jacobi 行列式不等于零时, 式(23)在接触点临域内肯定存在一组解满足

 $\{u_{z}(\boldsymbol{\phi}_{1}), \boldsymbol{\varphi}_{1}(\boldsymbol{\phi}_{1}), \boldsymbol{\theta}_{G}(\boldsymbol{\phi}_{1}), l_{G}(\boldsymbol{\phi}_{1}),$

 $u_n(\phi_1), \varphi_2(\phi_1), \theta_n(\phi_1), \phi_2(\phi_1) \} \in \mathbb{C}^1$ (24)

按一定步长选择 ϕ_1 就可以求得齿轮表面接触路径和传动误差 $\delta\phi_2(\phi_1)$ 。

4 仿真结果分析

非对称齿轮副轮齿接触分析按以下 4 种情况进行仿真,这 4 种仿真模型齿轮模数均为 5 mm,主动轮齿数为 30,从动轮齿数为 45,非对称齿轮工作齿侧压力角为 $\alpha_d = 35^\circ$,非工作齿侧压力角为 $\alpha_c = 20^\circ$ 。

4.1 标准对称主动齿轮(a_p = 0.000 196 85 mm⁻¹, a_z = 0)

通过直线齿条加工标准对称主动齿轮齿廓,为 了使齿轮副以点接触进行啮合,在齿宽方向通过磨 削砂盘进行修形,此时取 $a_p = 0.00019685 \text{ mm}^{-1}$,而 $a_z = 0$ 。图 8 显示了齿轮副中心距误差 ΔE 、轴交角 误差 $\Delta \gamma$ 引起的接触路径和承载区域的变化。由图 可见,轴交角误差 $\Delta \gamma$ 对啮合路径的影响很大;而中 心距误差 ΔE 对啮合路径与承载区域影响不大。同 时,由于齿廓修形与齿宽方向修形,齿轮副啮合区域 的位置是固定的,可以通过预先的设计计算出接触 路径,避免了边缘接触。

图 8a、8c 所对应的误差曲线为水平直线,图 8b 所对应误差曲线如图 9a 所示,图 8d 所对应的误差 曲线如图 9b 所示。由图可见,轴向安装误差 Δγ 引



(a) $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$, $\Delta E = 0$ (b) $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$, $\Delta E = 0.1$ mm

起不连续的传递误差,这成为齿轮副系统噪声与振 动主要来源之一。

4.2 非对称主动齿轮(a_p = 0.000 196 85 mm⁻¹, a_z = 0)

通过直线齿条加工压力角为 $\alpha_d = 35^{\circ}$ 的非对称 主动齿轮齿廓,在齿宽方向通过磨削砂盘进行修形, 此时取 $a_p = 0.000 \ 196 \ 85 \ \text{mm}^{-1}$,而 $a_z = 0$ 。图 10 显 示了非对称齿轮副中心距误差 ΔE 、轴交角误差 $\Delta \gamma$ 引起的接触路径和承载区域的变化。由图可见,轴 交角误差 Δγ 引起的非对称齿轮接触迹的偏移量比 标准对称齿轮小。

图 10b 所对应误差曲线如图 11a 所示,图 10d 所对应的误差曲线如图 11b 所示。由图可见,Δγ 引 起非对称齿轮不连续的传动误差幅值比标准对称齿 轮低,从而振动比标准对称齿轮也低。



4.3 标准对称主动齿轮(
$$a_p = 0.00019685 \text{ mm}^{-1}$$

 $a_z = 0.00035812 \text{ mm}^{-1}$)

通过抛物线齿条加工标准对称主动齿轮齿廓, 在齿宽方向通过磨削砂盘进行修形,此时取 $a_p =$ 0.000 196 85 mm⁻¹,经计算抛物线齿廓修形系数 $a_z = 0.000 358 12 \text{ mm}^{-1}$ 。图 12 显示了标准对称齿 轮副中心距误差 ΔE 、轴交角误差 $\Delta \gamma$ 引起的双鼓形 修形齿轮接触路径和承载区域的变化。由图可见, 由于进行齿廓修形,轴交角误差 Δγ 引起的标准对 称齿轮的接触迹偏移量比没有齿廓修形时要小。

4.4 非对称主动齿轮(*a_p* = 0.000 196 85 mm⁻¹,

 $a_z = 0.00035812 \text{ mm}^{-1}$)

通过抛物线齿条加工压力角为 α_a = 35°的非对称主动齿轮齿廓,在齿宽方向通过磨削砂盘进行修

形,此时取 $a_p = 0.000 \ 196 \ 85 \ \text{mm}^{-1}$,经计算抛物线齿 廓修形系数 $a_z = 0.000 \ 358 \ 12 \ \text{mm}^{-1}$ 。图 13 显示了 $\Delta E_{\chi} \Delta \gamma$ 引起的双鼓形修形非对称齿轮副接触路径 和承载区域的变化。由图可见,由于进行齿廓修形, 轴交角误差 $\Delta \gamma$ 引起的非对称齿轮的接触迹偏移量 比没有齿廓修形时要小,同时由于压力角的增大, $\Delta \gamma$ 引起的非对称齿轮接触迹的偏移量比标准对称 齿轮小。

(a)	(b)	(c)	(d)	
图 12 双鼓形对称齿轮接触路径				
Fig. 12 Contact path of symmetric gear				

(a) $\Delta \gamma = 0$, $\Delta E = 0$ (b) $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$, $\Delta E = 0$ (c) $\Delta \gamma = 0$, $\Delta E = 0.1$ mm (d) $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$, $\Delta E = 0.1$ mm

(a)	(b)	(c)	(d)
	图 12	1 74 11 +1 +1 +1 /1 /1 /1 /7	

图 13 双鼓形非对称齿轮接触路径

Fig. 13 Contact path of unsymmetric gear

 $(a) \ \Delta\gamma=0, \\ \Delta E=0 \quad (b) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0 \quad (c) \ \Delta\gamma=0, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.08^\circ, \\$

图 12 对应的传动误差曲线如图 14 所示。由图 可见,标准对称齿轮在经过齿廓修形后,传动误差变 为连续的抛物线形状,符合预先设计的抛物线函数, 避免了由安装误差引起的传动误差不连续跳跃和突 变的情况,有效改善了齿轮副系统噪声与振动,轮齿 寿命得到提高。

图 13 对应的传动误差曲线如图 15 所示。由图

 -1.4×10^{-1} -2.8×10^{-3} -4.2×10^{-3} $-\overline{30}$ -20-100 10 20 30 $\phi_1/(^\circ)$ (a) -0.0183-0.0194 § \$,/(°) -0.0206 -0.0217-0.0228 L - 20 -1020 30 0 10 $\phi_1/(°)$ (c)

可见,非对称齿轮在经过齿廓修形后,传动误差变 为连续的抛物线形状。同时传动误差幅值比标准 对称齿轮小,在无误差和 $\Delta\gamma = 0.08^{\circ}$ 、 $\Delta E = 0.1$ mm 等4种情况下,传动误差幅值比标准对称齿轮平 均降低40%。因此双压力角非对称齿轮与标准对 称齿轮相比,具有良好的传动平稳性和较高的承 载能力。



图 14 双鼓形对称齿轮传动误差曲线

Fig. 14 Transmission error of symmetric gear

 $(a) \ \Delta\gamma=0, \\ \Delta E=0 \quad (b) \ \Delta\gamma=0, \\ 08^\circ, \\ \Delta E=0 \quad (c) \ \Delta\gamma=0, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0, \\ 08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.1 \ \mathrm{mm} \quad (d) \ \Delta\gamma=0.08^\circ, \\ \Delta E=0.08^\circ, \\ \Delta E$

5 结论

(1)通过算例分析可以看出,经过齿廓修形和 齿宽方向修形的非对称齿轮,齿轮副啮合承载区域 的位置是固定的,可以通过预先的设计计算出接触 路径,避免了边缘接触的发生;在考虑安装误差时, 非对称齿轮传动误差为连续的抛物线形状,避免了 未修形的非对称齿轮传动误差突变的情况。

(2)双鼓形非对称齿轮在考虑有中心距误差和 轴交角误差的情况下,接触迹的偏移量比标准对称 齿轮小,传动误差的幅值比标准对称齿轮有明显降 低,在无误差和 $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$ 、 $\Delta E = 0.1 \text{ mm}$ 等4种情



(a) $\Delta \gamma = 0$, $\Delta E = 0$ (b) $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$, $\Delta E = 0$ (c) $\Delta \gamma = 0$, $\Delta E = 0.1$ mm (d) $\Delta \gamma = 0.08^{\circ}$, $\Delta E = 0.1$ mm

况下,传动误差幅值比标准对称齿轮平均降低 40%,因此具有良好的传动平稳性和较高的承载能力。

(3) 编制的轮齿接触分析(TCA)计算机仿真程

序可以适用于任意模数、齿数和工作齿侧压力角的 双鼓形修形非对称齿轮与标准对称齿轮的设计和分 析。

参考文献

- 1 Deng G, Nakanishi T. Bending load capacity enhancement using an asymmetric tooth profile[J]. JSME International Journal, 2003, 46(3): 1 171 ~ 1 176.
- 2 Kapelevich A. Geometry and design of spur gears with asymmetric teeth[J]. Mechanism and Machine Theory, 2000, 35(1): 117 ~ 130.
- 3 Litvin F L, Fuentes A, Howkins M. Design, generation and TCA of new type of asymmetric face-gear drive with modified geometry[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2001, 190(43~44): 5837~5865.
- 4 Atan e. On the prediction of the design criteria for modification of contact stresses due to thermal stresses in the gear mesh[J]. Tribology International, 2005, 38(3): 227 ~ 233.
- 5 Litvin F L. Gear geometry and applied theory [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall Inc., 1994.
- 6 肖望强,李威,韩建友.双压力角非对称齿廓齿轮的啮合机理分析[J].农业机械学报,2008,39(5):191~196. Xiao Wangqiang, Li Wei, Han Jianyou. Meshing theory on unsymmetric gear with double pressure angles[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(5):191~196. (in Chinese)
- 7 肖望强,李威,韩建友,等.非对称齿廓齿轮弯曲疲劳强度理论分析与试验[J]. 机械工程学报,2008,44(10):44~50. Xiao Wangqiang, Li Wei, Han Jianyou, et al. Theoretical analysis and experiment for asymmetric gear on bending fatigue strength[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(10): 44~50. (in Chinese)
- 8 肖望强,李威,韩建友,等.双压力角非对称齿廓渐开线齿轮的振动分析[J].中国机械工程,2006,17(6):645~649. Xiao Wangqiang, Li Wei, Han Jianyou, et al. Vibration analysis of involute gear with unsymmetric teeth and double pressure angles[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(6):645~649. (in Chinese)
- 9 肖望强, 李威, 韩建友, 等. 双压力角非对称齿轮传动接触分析 [J]. 北京科技大学学报, 2006, 28 (12):1167~1173.

Xiao Wangqiang, Li Wei, Han Jianyou, et al. Transmission contact analysis of the unsymmetric gear with double pressure angles [J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2006,28(12): 1 167 ~ 1 173. (in Chinese)