$D \to K l \tilde{\nu}_l (l=e,\mu)$衰变过程研究

王光怀[1],吴向尧[1],张春丽[1],刘　兵[1],刘晓静[1],吴义恒[1],杨传顶[2]
(1.吉林师范大学 物理学院,吉林 四平 136000;2.吉林大学 物理学院,吉林 长春 130021)

摘要:用光锥 QCD 求和规则研究 $D \to K l \tilde{\nu}_l (l=e,\mu)$衰变过程,通过构造适当的关联函数,既计算了 $D \to K$ 跃迁形状因子 $f_{DK}^{+}(q^2)$,又计算了形状因子中新的项 $\tilde{f}_{DK}(q^2)$,发现了轻子(e,μ)质量对分支比的影响。这样能分别计算 $D \to K e \tilde{\nu}_e$ 和 $D \to K \mu \tilde{\nu}_\mu$ 衰变过程的分支比,并使计算结果更为精确。计算出的分支比与实验数据在误差范围内一致。

关键词:D介子半轻衰变;分支比;形状因子
中图分类号:O56　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**1000-6931(2010)02-0153-06

Research on $D \to K l \tilde{\nu}_l (l=e,\mu)$ Decay

WANG Guang-huai[1], WU Xiang-yao[1], ZHANG Chun-li[1], LIU Bing[1], LIU Xiao-jing[1], WU Yi-heng[1], YANG Chuan-ding[2]
(1. *Institute of Physics, Jilin Normal University, Siping* 136000, *China*;
2. *Institute of Physics, Jilin University, Changchun* 130021, *China*)

Abstract: The $D \to K l \tilde{\nu}_l (l=e,\mu)$ decay was researched by light cone QCD sum rules. The form factor $f_{DK}^{+}(q^2)$ of $D \to K$ was calculated by choosing a new correlative function, and a new form factor $\tilde{f}_{DK}(q^2)$ was also calculated, so the effect of the lepton mass on the branching ratios can be found. The branch ratios of the $D \to K e \tilde{\nu}_e$, $D \to K \mu \tilde{\nu}_\mu$ decay were calculated and the calculation result is more precisely. The branch ratios are consistent with the experimental data.

Key words: D semileptonic decay; branch ratio; form factor

研究D介子衰变过程可了解强相互作用的有关信息,对研究CP破坏机制以及检验标准模型有重要的物理意义。在过去30多年中,对D介子衰变进行了大量研究,并取得一定的进展。目前,从QCD第一原理精确计算强子矩阵元尚不可能,因此,只能寻找各种唯象的方法来研究。研究D介子半轻衰变对计算CKM矩阵元以及夸克的混合均极为重要,因为半轻衰变中,强相互作用的影响比在非轻子衰变中弱,非微扰部分的贡献在半轻衰变中比非轻子衰变或强子衰变小。另外,在D介子的强子衰变中,还需考虑末态相互作用效应。目前,这种效应在粒子理论中尚无可靠的方法进行计算。因此,研究D介子半轻衰变能更精确地计算

收稿日期:2008-03-04;**修回日期:**2008-03-27
基金项目:吉林省教育厅科技计划资助项目(2006-76)
作者简介:王光怀(1963—),男,吉林公主岭人,副教授,理论物理专业

CKM矩阵元,且其强相互作用被参数化为跃迁形状因子,已有一些很好的方法计算形状因子,如QCD求和规则[1]、格点规范理论[2]、光锥QCD求和规则[3-4]、重夸克模型理论[5]等。本文进一步研究D→K半轻衰变过程中在整个运动学范围内的跃迁形状因子。研究D→K半轻衰变过程,可抽出$|V_{cd}|$,用改进光锥QCD求和规则即能消除twist-3波函数不确定性所带来的影响。因此,用这种方法研究D→K过程,能更精确地抽出$|V_{cs}|$。另一方面,计算半轻衰变宽度必须知道在整个运动学范围内的形状因子,在光锥QCD求和规则(LCSR)方法中,动量转移只适用在低、中等能量范围,而超过此能量范围的形状因子,可采用极点方法进行外推而得到。通过构造合适的关联函数,既可计算D→K跃迁形状因子$f^{+}_{DK}(q^2)$,又可计算形状因子中新的项$\tilde{f}_{DK}(q^2)$。通过这一项,即能考虑轻子l(l=e,μ)质量对计算结果的影响,从而使计算结果更加精确,同时又能分别计算$D\to Ke\tilde{\nu}_e$、$D\to K\mu\tilde{\nu}_\mu$衰变过程的分支比。

1 D→K半轻衰变

对$D\to Kl\tilde{\nu}_l$(l=e,μ)过程,其强子矩阵元可通过两个独立的形状因子表示为:

$$\langle K|\overline{d(s)}\gamma_\mu c|D\rangle = 2f^{+}_{DK}(q^2)p_\mu + (f^{+}_{DK}(q^2)+f^{-}_{DK}(q^2))q_\mu \tag{1}$$

其中,$f^{+}_{DK}(q^2)+f^{-}_{DK}(q^2)=\tilde{f}_{DK}(q^2)$,则其衰变宽度与动量转移平方的关系为:

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}q^2} = \frac{G^2\ |V_{cs}|^2(q^2-m_l^2)^2\ \sqrt{E_K^2-m_K^2}}{q^4 24\pi^3 m_D^2}\cdot \left\{\left(1+\frac{m_l^2}{2q^2}\right)m_D^2(E_K^2-m_K^2)[f^{+}_{DK}(q^2)]^2 + \frac{3m_l^2}{8q^2}(m_D^2-m_K^2)^2[f^0(q^2)]^2\right\} \tag{2}$$

其中,$E_K=(m_D^2+m_K^2-q^2)/2m_D$是K介子在D介子静止系中的能量,有:

$$f^0(q^2) = \left(1-\frac{q^2}{m_D^2-m_K^2}\right)f^{+}_{DK}(q^2) + \frac{q^2}{m_D^2-m_K^2}\tilde{f}_{DK}(q^2) \tag{3}$$

可见,欲计算$D\to Kl\tilde{\nu}_l$过程衰变宽度Γ,并结合实验数据抽取$|V_{cs}|$,必须精确计算在整个运动学范围内的形状因子,即计算$f^{+}_{DK}(q^2)$ $(0\ \mathrm{GeV}\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2=1.89\ \mathrm{GeV})$。

在LCSR方法中,计算出的形状因子的动量转移范围为$q^2\leqslant m_c^2-2m_c\chi\approx 0.6\ \mathrm{GeV}^2$,其中,$\chi=500$ MeV。在$q^2>0.6\ \mathrm{GeV}^2$时,计算发现,twist-4波函数贡献迅速增加,使得$f^{+}_{DK}(q^2)$与Borel参数M^2间的稳定性丢失,从而破坏了光锥展开,LCSR方法失效。那么,在LCSR动量转移范围外($m_c^2-2m_c\chi\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2$),采用极点近似方法,并通过外推,使极贡献来自于基态矢量介子D^*,用它来反映大q^2处的贡献。

为确定在大动量转移($m_c^2-2m_c\chi\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2$)范围内的形状因子$f^{+}_{DK}(q^2)$,不能用LCSR方法,考虑下列色散关系:

$$f^{+}_{DK}(q^2) = \frac{f_{D^*}\,g_{D^*DK}}{2m_{D^*}\left(1-\frac{q^2}{m^2_{D^*}}\right)} + \int_{\sigma_0}^{\infty}\frac{\rho(\sigma)\mathrm{d}\sigma}{1-\frac{q^2}{\sigma}} = F_G(q^2)+F_H(q^2) \tag{4}$$

其中:$\rho(\sigma)$为谱密度;σ_0为阈参数;f_{D^*}为D^*介子衰变常量,有:

$$\langle 0\ |\ \bar{d}\gamma_\mu c\ |\ D^*\rangle = m_{D^*}\,f_{D^*}\,\varepsilon_\mu \tag{5}$$

其中:ε_μ为D^*介子的极化矢量。

g_{D^*DK}为D^*DK强耦合常数,有:

$$\langle D^*(q,e)K(p)\ |\ D(p+q)\rangle = -\,g_{D^*DK}(p\varepsilon) \tag{6}$$

$F_G(q^2)$表示来自D^*介子基态的贡献,即式(4)中的第1项。$F_H(q^2)$描述在D^*道更高态的贡献。

在$0\leqslant q^2\leqslant m_c^2-2m_c\chi$区域内,$f^{+}_{DK}(q^2)$由光锥求和得到,即:

$$f^{+}_{DK}(q^2) = f^{+\,(\mathrm{LCSR})}_{DK}(q^2) \tag{7}$$

同时,非微扰参量$f_{D^*}\,g_{D^*DK}$也在同样框架(LCSR框架)中得到。

在式(7)中,若采用单极点近似,即:

$$f^{+}_{DK}(q^2) = \frac{f_{D^*}\,g_{D^*DK}}{2m_{D^*}\left(1-\frac{q^2}{m^2_{D^*}}\right)} \tag{8}$$

计算发现,在q^2较大时,其大小与$f^{+\,(\mathrm{LCSR})}_{DK}(q^2)$接近,表明式(3)更高态的贡献不能忽略。因此,还需考虑第二极点$F_H(q^2)$的贡献。这样,即得到D→K的形状因子在整个运动学范围内的形式为:

$$f^{+}_{DK}(q^2) = \frac{f^{+}_{DK}(0)}{(1-q^2/m^2_{D^*})(1-\alpha_{DK}q^2/m^2_{D^*})}$$

$$\alpha_{DK} = 1 - \frac{2m_{D^*} f_{DK}^{+}(0)}{f_{D^*} g_{D^*DK}}$$
$$0 \leqslant q^2 \leqslant (m_D - m_K)^2 \tag{9}$$

从式(8)可知，欲确定 $f_{DK}^{+}(q^2)$，须知耦合常数 g_{D^*DK} 和参数 m_{D^*}。其中，m_{D^*} 可由 $f_{DK}^{+}(q^2)$ 在中低等能量范围内与 $f_{DK}^{+(LCSR)}(q^2)$ 一致而得出。可见，首先须用光锥 QCD 求和规则方法计算出 $f_{DK}^{+(LCSR)}(q^2)$。同时，耦合常数 g_{D^*DK} 与 $f_{DK}^{+(LCSR)}(q^2)$ 一样，由相同的关联函数来计算。

2　构造关联函数

分别构造下列的手征流关联函数[6-7]：

$$\Pi_\mu(p,q) = \mathrm{i}\int d^4x \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx}\langle K(p) \mid T\{\bar{s}(x)\cdot \gamma_\mu(1-\gamma_5)c(x),\bar{c}(0)\mathrm{i}(1+\gamma_5)u(0)\} \mid 0\rangle = F(q^2,(p+q)^2)p_\mu + \widetilde{F}(q^2,(p+q)^2)q_\mu \tag{10}$$

在式(10)中分别插入两组完备中间态 $|D^H\rangle$ 和 $|D^*\rangle$，并结合式(8)、(9)得到不变振幅 $F(q^2,(p+q)^2)$ 的强子为：

$$F^H(q^2,(p+q)^2) = \frac{m_{D^*}^2 m_{D^*} f_D f_{D^*} g_{D^*DK}}{m_c(q^2-m_{D^*}^2)((p+q)^2-m_D^2)} + \iint \frac{\rho^h}{(s_1-q^2)(s_2-(p+q)^2)}\mathrm{d}s_1\mathrm{d}s_2 + \text{减除项} \tag{11}$$

式(11)中第1项含有 g_{D^*DK}，它来自基态贡献，第2项是激发态和连续态的贡献，用双重色散积分表示，其中，$\rho^h(s_1,s_2)$ 是谱密度，由夸克-强子二象性假设得：

$$\rho^h(s_1,s_2) = \rho^{QCD}(s_1,s_2)\theta(s_1-s_0^1)\theta(s_2-s_0^2) \tag{12}$$

在 QCD 理论中计算不变振幅 $F^{QCD}(q^2,(p+q)^2)$，并与强子表示比较后即可得到 g_{D^*DK}。在大的类空动量区域：$q^2 \ll 0$ 和 $(p+q)^2 \ll 0$，对应 x^2 在光锥附近 $x^2 \approx 0$。这样，可对关联函数式(10)在光锥附近展开。通过收缩得到 c 夸克传播子，考虑到高扭度贡献时应包含背景场的作用，则有：

$$\langle 0 \mid T\{c(x)\bar{c}(0)\} \mid 0\rangle = \mathrm{i}\int \frac{\mathrm{d}^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{e}^{-ikx}\frac{k+m_c}{k^2-m_c^2} - \mathrm{i}g_s\int \frac{\mathrm{d}^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{e}^{-kx}\int_0^1 \mathrm{d}v\cdot \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{k+m_c}{(m_c^2-k^2)^2}G^{\mu\nu}(vx)\sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{m_c^2-k^2}vx_\mu G^{\mu\nu}(vx)x_\nu\right] = S^{(0)} + S^{(1)} \tag{13}$$

收缩 c 夸克后，对局域算符矩阵元在 $x^2=0$ 附近展开，由 K 介子光锥波函数表示[8]经复杂计算，得到不变振幅的 QCD 形式为：

$$F^{QCD}(q^2,(p+q)^2) = F_{q\bar{q}}^{QCD}(q^2,(p+q)^2)\cdot$$
$$F_{q\bar{q}q}^{QCD}(q^2,(p+q)^2) = 2m_c f_K\left\{\int_0^1 \frac{\mathrm{d}u}{u}\varphi_K(u)\cdot \frac{1}{s-(p+q)^2} - 8m_c^2\int_0^1 \frac{\mathrm{d}u}{u^3}g_1(u)\frac{1}{[s-(p+q)^2]^3} + 2\int_0^1 \frac{\mathrm{d}u}{u^2}G_2(u)\frac{1}{[s-(p+q)^2]^2} + 4\int_0^1 \frac{\mathrm{d}u}{u^3}G_2(u)\cdot \frac{q^2+m_c^2}{[s-(p+q)^2]^3} + 2m_c f_K\int_0^1 \mathrm{d}v\int D\alpha_i\cdot \frac{2\varphi_\perp(\alpha_i)+2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)-\varphi_{/\!/}(\alpha_i)-\tilde{\varphi}_{/\!/}(\alpha_i)}{[s-(p+q)^2]^2(\alpha_1+v\alpha_3)^2}\right\} \tag{14}$$

其中：$\varphi_K(u)$ 为 K 介子 twist-2 波函数；$g_1(u)$、$g_2(u)$ 为两粒子态的 twist-4 波函数；$\varphi_\perp(\alpha_i)$、$\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)$、$\varphi_{/\!/}(\alpha_i)$、$\tilde{\varphi}_{/\!/}(\alpha_i)$ 为三粒子态的 twist-4 波函数。

在选用非手征流关联函数计算时，发现 twist-3 与 twist-2 波函数均为主要贡献的波函数。但 twist-3 波函数不好确定，因此，给计算结果带来较大的不确定性。但在所选择的手征流关联函数中不出现 twist-3 波函数，从而改善了光锥 QCD 求和规则的计算结果。

对 $F^H(q^2,(p+q)^2)$ 和 $F^{QCD}(q^2,(p+q)^2)$ 作为对变量 q^2 和 $(p+q)^2$ 的双重 Borel 变换，并应用双重色散关系式(13)，可得到耦合常数 g_{D^*DK}，有：

$$f_D f_{D^*} g_{D^*DK} = \frac{2m_c(m_c+m_s)}{m_D^2 m_{D^*}}f_K \mathrm{e}^{(m_D^2+m_{D^*}^2)/2M_1^2}\cdot \left(M_1^2\left(\mathrm{e}^{-(m_c^2+m_K^2/4)/\bar{M}^2} - \mathrm{e}^{-\frac{s_0}{M_2^2}}\right)\varphi_K(1/2) + \mathrm{e}^{-(m_c^2+m_K^2/4)/M_1^2}\left(g_2(1/2) - \frac{4m_c^2}{M_1^2}\left(g_1(1/2) - \int_0^{1/2} g_2(v)\mathrm{d}v + \int_0^{1/2}\mathrm{d}\alpha_1\int_{1/2-\alpha_1}^{1-\alpha_1}\frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\alpha_3}\cdot \left(2\varphi_\perp(\alpha_i)+2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)-\varphi_{/\!/}(\alpha_i)-\tilde{\varphi}_{/\!/}(\alpha_i)\right)\right)\right)\right) \tag{15}$$

在式(13)中，类似计算得到D→K跃迁形状

因子，为：

$$
\begin{aligned}
f_{\mathrm{DK}}^{+}(q^2) = {} & \frac{m_c^2}{2m_D^2 f_D} f_K e^{m_D^2/M^2} \Big(\sqrt{2}\int_{\Delta}^{1}\frac{du}{u}\cdot \\
& \varphi_K(u) e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_K^2)/uM^2} + \\
& 6\sqrt{2}\Big(\frac{g_1(\Delta)}{m_c^2-q^2}e^{-s_0/M^2} + \int_{\Delta}^{1}\frac{g_1(u)}{u^2}\cdot \\
& du\,\frac{1}{M^2}\varphi_K(u)e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_K^2)/uM^2}\Big) - \\
& 4\sqrt{2}\Big(\Big(\frac{g_1(\Delta)}{(m_c^2-q^2)^2} - \frac{1}{(s_0-q^2-m_K^2)(m_c^2-q^2)}\cdot \\
& \frac{dg_1(\Delta)}{du}\Big)e^{-s_0/M^2}\Big) + \frac{1}{M^2}\cdot\frac{s_0-q^2-m_K^2}{(m_c^2-q^2)^2}g_1(\Delta)\cdot \\
& e^{-s_0/M^2} + \frac{1}{M^4}\int_{\Delta}^{1}\frac{g_1(u)}{u^3}du\,e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_\pi^2)/uM^2} + \\
& 4\sqrt{2}\,\frac{G_2(\Delta)}{m_c^2-q^2}e^{-s_0/M^2} + \int_{\Delta}^{1}\frac{G_2(u)}{u}du\,\frac{1}{M^2}\cdot \\
& e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_\pi^2)/uM^2} - 2\sqrt{2}\Big(\frac{m_c^2+q^2}{(m_c^2-q^2)^2}G_2(\Delta) - \\
& \frac{m_c^2+q^2}{(s_0-q^2-m_K^2)(m_c^2-q^2)}\cdot\frac{dG_2(\Delta)}{du}e^{-s_0/M^2} + \\
& \frac{1}{M^2}\cdot\frac{(m_c^2+q^2)(s_0-q^2-m_\pi^2)}{(m_c^2-q^2)^2}G_2(\Delta)e^{-s_0/M^2} + \\
& \frac{1}{M^4}\int_{\Delta}^{1}\frac{g_1(u)}{u^3}du(m_c^2+q^2)e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_K^2)/uM^2}\Big) + \\
& \sqrt{2}\int_{0}^{1}dv\int D\alpha_i\,\frac{\theta(\beta-\Delta)}{\beta^2 M^2}e^{-(m_c^2-q^2(1-\beta))/\beta M^2}\cdot \\
& \Big(2\varphi_{\perp}(\alpha_i) + 2\tilde{\varphi}_{\perp}(\alpha_i) - \varphi_{/\!/}(\alpha_i) - \tilde{\varphi}_{/\!/}(\alpha_i)\Big)\Big)
\end{aligned}
\tag{16}
$$

并得到形状因子新的项为：

$$
\begin{aligned}
\tilde{f}_{\mathrm{DK}}(q^2) = {} & \frac{2\sqrt{2}m_c^2}{m_D^2 f_D}f_K e^{m_c^2/M^2}\Big(\Big(\frac{1}{(m_c^2-q^2)^2}\cdot \\
& G'_2(\Delta)(q^2-m_c^2) + 2G_2(\Delta)\,\frac{s_0-q^2-m_K^2}{(m_c^2-q^2)^2}\Big)\cdot \\
& e^{-s_0/M^2} + \frac{1}{M^2}G_2(\Delta)\,\frac{(s_0-q^2-m_K^2)^2}{(m_c^2-q^2)^2}e^{-s_0/M^2} - \\
& \frac{1}{M^4}\int_{\Delta}^{1}\frac{G_2(u)}{u^4}du(q^2-m_c^2)e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_K^2)/uM^2} - \\
& 2G_2(\Delta)\,\frac{s_0-q^2-m_K^2}{m_c^2-q^2}e^{-s_0/M^2} - \\
& \frac{1}{M^2}\int_{\Delta}^{1}\frac{G_2(u)}{u^3}du\,e^{-(m_c^2-q^2(1-u)+um_K^2)/uM^2}\Big)
\end{aligned}
\tag{17}
$$

其中：$\varphi_K(u)$为K介子twist-2波函数；$\beta=\alpha_1+v\alpha_3$；$\Delta=\frac{m_c^2-q^2}{s_0-q^2-m_K^2}$；$D\alpha_i = d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3\delta(1-\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3)$。

3　数值分析

在求和规则的结果中，有以下输入参数[8]：c夸克质量$m_c=1.4$ GeV，D、D*夸克质量$m_D=1.87$ GeV和$m_{D^*}=1.92$ GeV，衰变常量$f_D=0.17$ GeV，阈参数$s_0=6.0$ GeV。对于K介子，$f_K=0.16$ GeV。K介子光锥波函数取渐近形式[8]，为：

$$
\begin{aligned}
\varphi_K(u) = {} & 6u(1-u)(1+0.16\times \\
& \frac{3}{2}(5(2u-1)^2-1)+0.06\times\frac{15}{8}\times \\
& (21(2u-1)^4-0.07(2u-1)^2+1))
\end{aligned}
\tag{18}
$$

通过输入参数，下一步寻找Borel参数M^2和M_1^2的可置信范围。图1示出式(18)中$f_{D^*}g_{D^*DK}$关于M_1^2的平台。由图1可见，当$M_1^2\geqslant 6$ GeV^{2}时，平台非常平稳，取$M_1^2=7$ GeV^{2}时，得$f_{D^*}g_{D^*DK}=2.99$ GeV。从这些稳定的平台可看出计算结果是正确的。

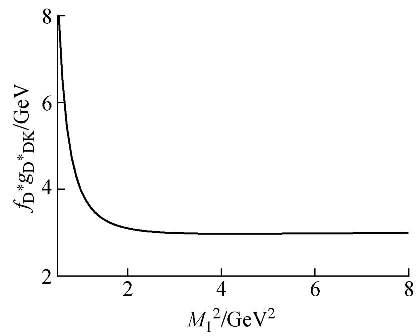

图1　$f_{D^*}g_{D^*DK}$与Borel参数M_1^2的关系

Fig. 1　Relation between $f_{D^*}g_{D^*DK}$ and Borel parameter M_1^2

图2示出了式(18)中分别取$q^2=0$、0.2、0.5 GeV^{2}时，$f_{\mathrm{DK}}^{+}(q^2)$与M^2的平台。从图2可看到，在$M^2\geqslant 4$时有稳定的平台。从这些稳定的平台可看出关于$f_{\mathrm{DK}}^{+}(q^2)$的计算结果是正确的，满足QCD求和规则的要求。取$M^2=6.0$ GeV^{2}时，得到：

$$
f_{\mathrm{DK}}^{+}(0) = 0.65 \tag{19}
$$

图3示出了在整个运动学范围内D→K跃迁形状因子$f_{\mathrm{DK}}^{+}(q^2)$，其中，实线对应式(19)中$f_{\mathrm{DK}}^{+}(q^2)$与q^2的关系曲线，q^2的有效取值范围为$0\leqslant q^2\leqslant 0.6$ GeV^2，即由光锥QCD求和规则计算的结果。在$0\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2=$

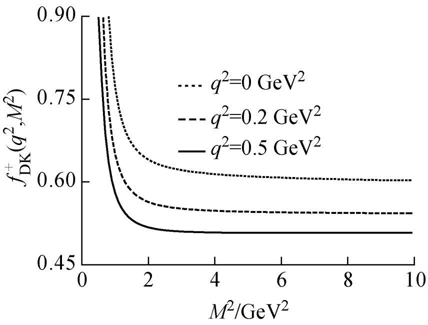

图 2　$f^+_{DK}(q^2,M^2)$与 Borel 参数 M^2 的关系

Fig. 2　Relation between $f^+_{DK}(q^2,M^2)$ and Borel parameter M^2

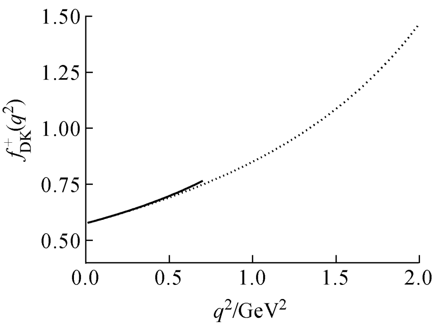

图 3　在整个运动学范围内 D→K 跃迁形状因子 $f^+_{DK}(q^2)$

Fig. 3　Form factor $f^+_{DK}(q^2)$ of D→K in whole kinematics range

1.89 GeV范围内由式(9)计算得到。图 3 中虚线对应式(9)中 $f^+_{DK}(q^2)$与 q^2 的关系曲线，其中要求式(9)中在 $0\leqslant q^2\leqslant 0.6$ GeV^2 范围的曲线与式(19)中曲线相一致，取 $m_{D^*}=1.92$ GeV 后，这两条曲线在 $0\leqslant q^2\leqslant 0.6$ GeV^2 范围内吻合很好。这样，在整个运动学范围内，$0\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2$ 的 D→K 跃迁形状因子即由式(9)给出，即图 3 中虚线所示。把式(19)、(20)代入式(3)得到 $f^0(q^2)$与 q^2 的关系表达式，在 LRSR 方法中，q^2 的有效取值范围为 $0\leqslant q^2\leqslant 0.6$ GeV^2。

$f^0(q^2)$在 $0.6\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2=1.89$ GeV范围内的关系可由 $\lim\limits_{p^2\to m_D^2} f^0(q^2)=f_D/f_K$ 所对应的点与 $q^2=0.6$ 所对应的点的坐标连成的直线[11]，即由(0.6,0.58)、(1.89,1.06)两点构成的直线来表示。如图 4 的直线段，其直线关系分别为：

$$f^0(q^2)=0.31q^2-0.48 \tag{20}$$

可得到在整个运动学范围内 D→K 跃迁形状因子 $f^0_{DK}(q^2)$，其中，$0\leqslant q^2\leqslant(m_D-m_K)^2$，如图 4 所示。

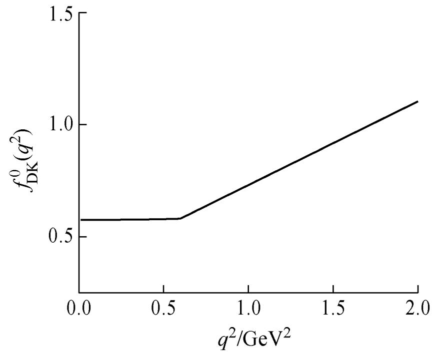

图 4　在整个运动学范围内 D→K 跃迁形状因子 $f^0_{DK}(q^2)$

Fig. 4　Form factors $f^0_{DK}(q^2)$ of D→K in whole kinematics range

把式(9)代入式(1)即可得到 D→K 过程的衰变宽度，再由 $Br(D\to Kl\tilde{\nu}_l(l=e,\mu))=\dfrac{\Gamma(D\to Kl\tilde{\nu}_l(l=e,\mu))}{\Gamma}$计算 D→Kl$\tilde{\nu}_l$(l=e,μ)的分支比。其中，$\Gamma$ 为 D^0 总的衰变宽度，它与 D^0 寿命的关系为：

$$\Gamma\tau=\hbar \tag{22}$$

D^0 的寿命 $\tau=410.6\times10^{-15}$ s[9]。$|V_{cs}|=1.03\times10^{-3}$[10]，计算得 Kl$\tilde{\nu}_l$(l=e,μ)的分支比 $Br(D^0\to K^-e^+\tilde{\nu}_e)=(3.73\pm0.02)\times10^{-3}$，$Br(D^0\to K\mu^+\tilde{\nu}_\mu)=(3.69\pm0.10)\times10^{-3}$。

粒子物理手册中的实验数据[11]为 $Br(D^0\to K^-e^+\tilde{\nu}_e)=(3.73\pm0.02)\times10^{-3}$、$Br(D^0\to K\mu^+\tilde{\nu}_\mu)=(3.69\pm0.10)\times10^{-3}$。最近的实验数据[12]给出 $Br(D^0\to K^-e^+\tilde{\nu}_e)=(3.45\pm0.10\pm0.19)\times10^{-3}$，$Br(D^0\to K\mu^+\tilde{\nu}_\mu)=(3.45\pm0.10\pm0.21)\times10^{-3}$。可见，计算结果处在新的实验数据范围内。

4　结论

本文系统研究了 D→Kl$\tilde{\nu}_l$(l=e,μ)衰变过程，通过构造适当的关联函数分别计算耦合常数 g_{D^*DK}和形状因子 $f^+_{DK}(q^2)$，并增加新的项 $\tilde{f}_{DK}(q^2)$，可分别计算 D→Kl$\tilde{\nu}_l$(l=e,μ)的分支

比，并能看到这两个衰变道分支比的差别。计算结果与实验数据在误差范围内一致。由于在其它计算方法中，考虑轻子质量对分支比影响，因此，认为 $D\to Ke\tilde{\nu}_e$、$D\to K\mu\tilde{\nu}_\mu$ 分支比相同。计算 $\widetilde{f}_{DK}(q^2)$ 能考虑轻子质量对分支比的影响，从而更精确地与理论和实验数据进行比较，无论在理论还是在实验方面均具有一定的意义。对 D 的半轻衰变过程需进一步研究，进行数据积累，从而给出更精确的理论计算结果和实验结果，精确抽取 CKM 矩阵元。

参考文献：

[1] SHIFMAN M A, VAINSHTEIN A I, ZAKHAROV V I. QCD and resonance physics theoretical foundation[J]. Nucl Phys B, 1979, 147: 385-448.

[2] AUBIN C. Semileptonic decays of D mesons in three-flavor lattice QCD[J]. Phys Rev Lett, 2005, 94: 011601-011605.

[3] KHODJAMIRIAN A, RUCKL R, WEINZIERL S, et al. Perturbative QCD correction to the $B\to\pi$ transition form factor[J]. Phys Lett B, 1997, 410: 275-284.

[4] ALIEV T M, AZIZI K, OZPINECI A. Magnetic moments of heavy Ξ_Q baryons in light cone QCD sum rules[J]. Phys Rev D, 2008, 77: 114006-114013.

[5] FAJFER S, KAMENIK J. Charm meson resonances in $D\to Pl\nu$ decays[J]. Phys Rev D, 2005, 71: 014020-014025.

[6] HUANG T, LI Z H. $B\to K^*\gamma$ in the light-cone QCD sum rule[J]. Phys Rev D, 1998, 57: 1 993-1996.

[7] HUANG T, LI Z H, WU X Y. Improved approach to the heavy-to-light form factors in the light-cone QCD sum rules[J]. Phys Rev D, 2001, 63: 094001-094007.

[8] KHODJAMIRIAN A, RUCKL R, WINHART C W. The scalar $B\to\pi$ and $D\to\pi$ form-factors in QCD[J]. Phys Rev D, 2000, 58: 054013-054019.

[9] KHODJAMIRIAN A, RUCKL R, WEINZIERL S. Predictions on $B\to\pi\bar{l}\nu_l$ and $D\to K\bar{l}\nu_l$ from QCD light cone sum rules[J]. Phys Rev D, 2000, 62: 1140021-1140025.

[10] HANNA M. Leptonic and semileptonic D-decays[J]. ECONFC, 2006, 0610161: 014-019.

[11] HAGIWARD K. Particle data group[J]. Phys Rev D, 2002, 66: 010007-010012.

[12] LIU F. Measurements of absolute branching fractions for exclusive D^0 semileptonic decays[J]. ICHEP, 2004, 2: 1 188-1 191.