

同时考虑基本变量和极限状态模糊性的边坡模糊 随机有限元可靠度分析

谭晓慧¹, 胡晓军², 吴坤铭³

(1. 合肥工业大学 资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 合肥学院 建筑工程系, 安徽 合肥 230009;
3. 合肥工业大学 土木建筑工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 基于边坡稳定有限元分析的滑面应力法, 研究同时考虑基本变量模糊性和极限状态模糊性的边坡稳定模糊随机有限元可靠度分析方法。对于基本变量的模糊性, 采用等价变换的方法将模糊变量等价变换为随机变量; 对于极限状态的模糊性, 基于概率积分法研究了模糊破坏概率及模糊随机可靠指标的求解方法。本方法既可求解边坡剖面上各有限单元的模糊随机可靠指标, 亦可求解边坡整体最小可靠指标及临界滑面的位置; 既可考虑基本变量的模糊性, 又可考虑极限状态的模糊性, 是常规的随机有限元可靠度分析方法的推广。当不考虑基本变量和极限状态的模糊性时, 它即退化为随机有限元可靠度分析方法。

关键词: 边坡工程; 模糊性; 随机性; 可靠度分析; 有限元

中图分类号: P 642.22

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2009)增 2 - 3952 - 07

FUZZY RANDOM FINITE ELEMENT RELIABILITY ANALYSIS OF SLOPE STABILITY WITH FUZZY BASIC VARIABLES AND FUZZY STATES

TAN Xiaohui¹, HU Xiaojun², WU Kunming³

(1. *School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China*; 2. *Department of Architecture Engineering, Hefei University, Hefei, Anhui 230009, China*; 3. *School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230009, China*)

Abstract: Based on slip surface stress method of finite element analysis of slope stability, the fuzzy random reliability analysis method of slope stability is studied with consideration of both the fuzziness of basic variables and limit states. For the consideration of the fuzziness of basic variables, the method of equivalent transformation is used for the transforming from fuzzy variables to random variables. For the consideration of the fuzziness of limit states, the method of probabilistic integral is used for the calculation of fuzzy failure probability and fuzzy random reliability index. The proposed method can not only calculate the fuzzy random reliability index of each finite element, but also the minimum reliability index of the whole slope and the corresponding position of the critical slip surface. This method can consider the fuzziness of both the basic variables and the limit states, and it is an extension of the normally used stochastic finite element reliability analysis method. If the fuzziness of the basic variables and the limit states are not considered, the method will turn into the normally used stochastic finite element reliability analysis method of slope stability.

Key words: slope engineering; fuzziness; randomness; reliability analysis; finite elements

收稿日期: 2008 - 10 - 26; **修回日期:** 2009 - 01 - 05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50748033); 合肥工业大学博士专项基金项目(2007GDBJ044)

作者简介: 谭晓慧(1971 -), 女, 博士, 1992年毕业于重庆大学资源与环境工程学院, 现任副教授, 主要从事岩土力学可靠度方面的教学与研究工作。E-mail: tantan9666@126.com

1 引言

工程中的不确定性主要可以分为两类: 随机性和模糊性。随机性是由于因果关系不充分而形成的一种不确定性, 表现为因果律的缺陷造成的结果不可预知性; 模糊性是指事物的差异在中介过渡中所呈现的亦此亦彼性, 表现为排中律的缺陷造成的事物边界的不清晰。考虑随机性的安全分析模型称为随机可靠性模型, 它始于 20 世纪 40 年代。但是, 由于随机可靠度分析是基于概率假设及双状态假设的, 这在很多情况下不很合理, 如基于概率论的随机可靠度分析不能考虑工程经验及先验知识; 要求的样本数较多; 在小样本条件下, 由概率论与数理统计方法所得的参数统计值的置信度较低, 即基本变量存在模糊性; 对于多数非脆性结构, 其安全与失效之间也不存在绝对的界限, 即极限状态存在模糊性。因此, 应将模糊数学理论引入可靠度分析, 进行模糊随机可靠度分析。

目前, 机械工程中关于模糊随机可靠性问题的研究比较广泛, 相应的文献也很多。当考虑基本变量的模糊性时, 根据应力强度干涉模理论, 分别研究了强度模糊 - 应力随机、强度随机 - 应力模糊及强度模糊 - 应力模糊时的可靠度分析方法^[1~3]。当考虑极限状态的模糊性时, 宋军等^[4, 5]分别提出了计算失效概率的矩方法及子集抽样法。机械工程中的极限状态函数多为简单的 $Z=R-S$ 型(其中, Z , R 和 S 分别表示极限状态、强度和应力), 因此其研究成果不能直接适用于边坡工程。

由于研究对象的特殊性, 边坡工程中的模糊随机可靠度分析方法研究工作开展得较少, 目前主要有以下两类研究。一是研究极限状态存在模糊性的情况, 如李胡生和熊文林^[6]假设极限状态函数为截尾降半正态函数, 用有限元法求解了边坡剖面各点的可靠度及整体可靠度; 王亚军等^[7]分别假设极限状态函数为降半正态分布、降半梯形分布和降半 Γ 分布, 采用有限元法求解了堤坝的模糊失效概率。二是研究基本变量存在模糊性的情况, 如 C. I. Giasi 等^[8]假设土工参数为梯形模糊数, 采用 α 截集上的凸集法及一阶可靠性方法进行了边坡的模糊随机可靠度分析。蒋中明等^[9, 10]还分别研究了只考虑基本变量存在模糊性而无随机性时的边坡模糊分析方法, 求得了边坡的模糊安全系数。李胡生等^[11, 12]研究了参数的模糊随机统计方法, 这为模糊随机可靠度分

析提供了研究基础。但是, 同时考虑基本变量和极限状态模糊性的模糊随机可靠度分析还很少见。由于样本数量有限、不可重复取样等原因, 影响边坡稳定性的基本变量是模糊的; 而边坡的失稳与否也无明确的界限, 是一个模糊事件。因此, 需要研究既考虑基本变量的模糊性、也考虑极限状态模糊性的边坡稳定可靠度分析方法。本文拟基于模糊概率法, 研究考虑双模糊性的边坡模糊随机有限元可靠度分析方法。

2 考虑基本变量模糊性的模糊随机可靠度分析

基本变量存在模糊性时的可靠度分析方法大体上可以分为两类: 一是基于截集水平的分析方法, 即将基本变量模糊集在一定的截集水平下转变成确定的集合, 通过在确定的集合内引入概率分布, 将模糊可靠性问题转化成随机可靠性问题, 这类方法的缺点是在截集内引入的概率分布会对结果产生较大影响, 且这种方法较难推广至多变量情况; 二是等价变换法, 即通过某种等价变换, 将模糊变量转化为随机变量, 再采用常规的随机可靠性分析方法来求解基本变量存在模糊性时的可靠性问题。等价变换法的优点在于它能利用常规的可靠度分析方法, 可以适用于多变量情况。因此, 本文采用等价变换法将模糊变量转化为随机变量, 再进行边坡的模糊随机可靠度分析。具体的转换方法有熵等价法^[13]、当量概率密度法^[3]等。

2.1 熵等价法

熵是信息论中的重要概念, 它不仅度量随机不确定性, 也可以度量模糊不确定性^[13]。对于变量 x , 若 x 是随机变量, 其概率密度函数为 $f(x)$, 则概率熵 H 可定义为

$$H = -\int f(x) \ln f(x) dx \quad (1)$$

若 x 是模糊变量, 其隶属函数为 $\mu(x)$, 则非概率模糊熵 G 可定义为

$$G = -\int \mu'(x) \ln \mu'(x) dx \quad (2)$$

式中: $\mu'(x)$ 为归一化的隶属函数, $\mu'(x) = \mu(x) / \left[\int \mu(x) dx \right]$ 。

设模糊变量 x 等价变换为随机变量 x^{eq} 前后的熵不变, 则有

$$G = H^{eq} \tag{3}$$

当 x 是正态分布的随机变量时，其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] \tag{4}$$

式中： μ_x 和 σ_x 分别为随机变量 X 的均值和均方差。

将式(4)代入式(1)，可得等价变换后的概率熵为

$$H^{eq} = \ln(\sqrt{2\pi e}\sigma_x^{eq}) \tag{5}$$

由式(3)，(5)可得等价变换后的均方差为

$$\sigma_x^{eq} = \exp(G - 0.5) / \sqrt{2\pi} \tag{6}$$

设模糊变量 x 为三角分布，其隶属函数为

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - (x_m - x) / d_a & (x_m - d_a \leq x \leq x_m) \\ 1 - (x - x_m) / d_b & (x_m < x \leq x_m + d_b) \end{cases} \tag{7}$$

式中： x_m 为变量 x 的位置参数(中值)； d_a 、 d_b 均为变量 x 的形状参数， d_a 为 x 的最小值与中值 x_m 的距离， d_b 为 x 的最大值与中值 x_m 的距离。

由式(2)，(6)，(7)可得

$$\sigma_x^{eq} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d_a + d_b}{2} \tag{8}$$

若模糊变量 x 为正态分布，其隶属函数为

$$\mu(x) = \begin{cases} \exp[-(x - x_m)^2 / (2d_a^2)] & (x \leq x_m) \\ \exp[-(x - x_m)^2 / (2d_b^2)] & (x > x_m) \end{cases} \tag{9}$$

由式(2)，(6)，(9)可得

$$\sigma_x^{eq} = \frac{d_a + d_b}{2} \tag{10}$$

在熵等价法中，一般取转换后随机变量的均值等于模糊变量的中值，即

$$\mu_x^{eq} = x_m \tag{11}$$

2.2 当量概率密度法

Q. Jiang 和 C. H. Chen^[3]基于应力强度干涉理论，推导了模糊变量转换为随机变量后的当量概率密度函数，并根据概率论知识求解了其当量均值和当量均方差。

当模糊变量 x 为式(7)所示的三角分布时，可得随机变量的均值及均方差分别为

$$\mu_x^{eq} = x_m + \sqrt{2}(d_b - d_a) / 4 \tag{12}$$

$$\sigma_x^{eq} = \sqrt{2d_a d_b / 9 + 7(d_b - d_a)^2 / 72} \tag{13}$$

当模糊变量 x 为式(9)所示的正态分布时，可得

随机变量的均值及均方差分别为

$$\mu_x^{eq} = x_m + \sqrt{2\pi}(d_b - d_a) / 4 \tag{14}$$

$$\sigma_x^{eq} = \sqrt{2d_a d_b / 3 + (16 - 3\pi)(d_b - d_a)^2 / 24} \tag{15}$$

熵等价法可直接将模糊变量转化为正态随机变量，可方便地用于随机可靠度分析；而当量概率密度法所得的随机变量分布型式不是常规分布类型，在进行可靠度分析时还需进行当量正态化。因此，本文采用熵等价法进行模糊变量向随机变量的转化。

3 考虑极限状态模糊性的模糊随机可靠度分析

3.1 模糊失效概率

设基本变量向量 $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，极限状态函数为 $Z=g(\mathbf{X})$ ， Z 的概率密度函数为 $f(Z)$ 。在随机可靠度分析中， $Z>0$ ， $Z=0$ ， $Z<0$ 分别表示安全状态、极限状态及失效状态。因此，失效概率 P_f 可用下式计算：

$$P_f = P(z < 0) = \int_{-\infty}^0 f(Z) dZ \tag{16}$$

当 Z 满足正态分布时， Z 应满足下式：

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(Z - \mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] \tag{17}$$

失效概率 P_f 与可靠指标 β 有如下的对应关系：

$$P_f = \Phi\left(\frac{0 - \mu_z}{\sigma_z}\right) = \Phi(-\beta) \tag{18}$$

式中： μ_z 和 σ_z 分别为极限状态函数 Z 的均值及均方差， $\Phi(\cdot)$ 为正态分布函数。

事实上，边坡由稳定状态到失稳状态之间存在中介过渡，简单地用 $Z>0$ ， $Z=0$ ， $Z<0$ 表示边坡处于安全、极限平衡或失效并不科学。 $Z>0$ 时，边坡也可能失稳，但稳定的可能性较失稳的可能性大，且 Z 越大这种趋势越明显；相反， $Z<0$ 时，边坡也可能稳定，但破坏的可能性较失稳的可能性大，且 Z 越小这种趋势越明显； $Z=0$ 时，稳定与失稳的可能性大小相等。因此，应该基于模糊数学理论，用隶属函数来表示边坡的稳定状态。设边坡失稳的隶属函数为 $\mu(Z)$ ，则由模糊概率测度理论可得边坡失稳的模糊破坏概率为

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu(Z) f(Z) dZ \quad (19)$$

3.2 隶属函数的型式及参数取值

隶属函数的形式通常可以采用模糊统计试验的方法确定, 或从工程实际出发并依据经验选取某一理论隶属函数。常用的表示失稳的隶属函数形式有降半梯形分布、正态分布等, 其表达式^[14]如下:

(1) 降半梯形分布:

$$\mu(Z) = \begin{cases} 1 & (Z \leq Z_a) \\ (Z_b - Z)/(Z_b - Z_a) & (Z_a < Z \leq Z_b) \\ 0 & (Z > Z_b) \end{cases} \quad (20)$$

式中: Z_a, Z_b 均为隶属函数的位置参数。

(2) 降半正态分布:

$$\mu(Z) = \begin{cases} 1 & (Z \leq Z_a) \\ \exp[-(Z - Z_a)^2 / (2k^2)] & (Z > Z_a) \end{cases} \quad (21)$$

式中: k 为隶属函数的形状参数。

设 $Z = 0$ 时, $\mu(Z) = 0.5$, 则有

(1) 对于降半梯形分布, 有

$$Z_b = -Z_a \quad (Z_a \leq 0) \quad (22)$$

(2) 对于降半正态分布, 有

$$k = -Z_a / \sqrt{-2 \ln 0.5} \quad (Z_a \leq 0) \quad (23)$$

对比式(16)与(19)可知: 对于常规的随机可靠度分析, 若将边坡的失稳与否亦写成隶属函数形式, 则有

$$\mu(Z) = \begin{cases} 1 & (Z \leq 0) \\ 0 & (Z > 0) \end{cases} \quad (24)$$

本文称此隶属函数为分段均匀分布。上述各种隶属函数的图形见图 1, 由图 1 可见, 分段均匀分布隶属函数是其他隶属函数在 $Z_a = -Z_b = 0$ 时的特例, 也即常规的可靠度分析是模糊随机可靠度分析

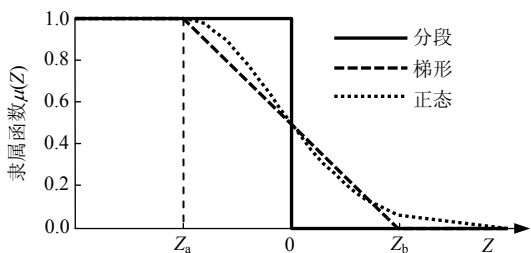


图 1 隶属函数的形式

Fig.1 Types of membership functions

的特例; 当 $Z_a = -Z_b = 0$ 时, 模糊概率即退化为随机概率。

4 边坡模糊随机有限元可靠度分析

边坡稳定分析的有限元法可分为强度折减法及滑面应力分析法^[15], 其中后者计算效率较高, 因而本文采用基于滑面应力法的有限元法来进行边坡稳定的模糊随机有限元可靠度分析, 它可同时求得边坡剖面任一单元及整个边坡的模糊随机可靠指标。

4.1 单元极限状态函数

设土体为满足 Mohr-Coulomb 破坏准则的理想弹塑性材料, 则对于任一有限单元, 其极限状态函数^[16]可表示为

$$Z_i = g_i(\mathbf{X}) = c_i \cos \varphi_i -$$

$$\frac{\sigma_{xi} + \sigma_{yi}}{2} \sin \varphi_i - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xi} - \sigma_{yi}}{2}\right)^2 + \tau_{xyi}^2}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_i) \quad (25)$$

式中: $\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_{xyi}$ 均为第 i 单元的应力分量; c_i, φ_i 分别为第 i 单元土体的黏聚力及内摩擦角; n_i 为剖面上单元总数; Z_i 为第 i 单元的极限状态函数。

4.2 滑面极限状态函数

边坡的整体模糊随机可靠指标即所有滑面中可靠指标的最小值, 其求解方法类似于定值法中求解最小安全系数的方法, 即先任意假定一个滑动面, 求该滑面的模糊随机可靠指标; 再求所有滑面模糊随机可靠指标的最小值。

对于任一特定滑面, 它与每一单元的交线方向是已知的, 在此滑面上可定义单元的极限状态函数为抗剪强度与剪应力之差, 即

$$Z_i = g_i(\mathbf{X}) = -\sigma_{ni} \tan \varphi_i + c_i - \tau_i$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_e) \quad (26)$$

式中: n_e 为滑弧上的单元个数。

将 σ_{ni} 及 τ_i 的具体表达式代入式(26), 则有

$$Z_i = g_i(\mathbf{X}) = - \left[\frac{\sigma_{xi} + \sigma_{yi}}{2} - \frac{\sigma_{xi} - \sigma_{yi}}{2} \cos(2\theta_i) + \tau_{xyi} \sin(2\theta_i) \right] \tan \varphi_i + c_i - \frac{\sigma_{xi} - \sigma_{yi}}{2} \sin(2\theta_i) + \tau_{xyi} \cos(2\theta_i)$$

$$(i = 1, 2, \dots, n_b) \quad (27)$$

式中： θ_i 为第*i*单元所截滑弧与水平面的夹角。

设滑面极限状态函数*Z*为该滑面上所有单元总抗滑力与总滑动力之差，则有

$$Z = g(X) = \sum_{i=1}^{n_b} Z_i \Delta l_i \quad (28)$$

式中： Δl_i 为第*i*单元切割的滑弧长度。

4.3 模糊随机可靠指标

极限状态函数的型式确定之后，即可由下式求解其均值 μ_z 及均方差 σ_z ：

$$\mu_z = g(\mu_x) = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \quad (29)$$

$$\sigma_z = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x_j} \frac{\partial g(\mu_x)}{\partial x_k} \rho_{jk} \sigma_{x_j} \sigma_{x_k} \right)^{1/2} \quad (30)$$

式中：*n*为基本变量数； ρ_{jk} 为变量 x_j, x_k 间的相关系数； $g(\mu_x)$ 为极限状态函数在 μ_x 处取值。

若只进行常规的随机可靠度分析，则可靠指标可由下式求解：

$$\beta = \mu_z / \sigma_z \quad (31)$$

若进行模糊随机可靠度分析，则可先用式(19)求解破坏概率，再由下式求解模糊随机可靠指标：

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (32)$$

不失一般性，本文设*Z*的概率密度函数为正态分布函数。当*Z*不满足正态分布时，亦可先通过当量正态化的方法将基本变量转为正态分布，再进行求解。因此，当边坡失稳的隶属函数 $\mu(Z)$ 分别为降半梯形分布($Z_a = -Z_b$)及降半正态分布时，可得模糊失效概率的积分表达式分别为

$$P_f = \frac{Z_b - \mu_z}{2Z_b} \Phi \left(\frac{Z_b - \mu_z}{\sigma_z} \right) + \frac{Z_b + \mu_z}{2Z_b} \Phi \left(-\frac{Z_b + \mu_z}{\sigma_z} \right) + \frac{\sigma_z}{2Z_b \sqrt{2\pi}} \left\{ \exp \left[-\frac{(\mu_z - Z_b)^2}{2\sigma_z^2} \right] - \exp \left[-\frac{(\mu_z + Z_b)^2}{2\sigma_z^2} \right] \right\} \quad (33)$$

$$P_f = \Phi \left(\frac{Z_a - \mu_z}{\sigma_z} \right) + \frac{k}{\sqrt{k^2 + \sigma_z^2}} \exp \left[-\frac{(Z_a - \mu_z)^2}{2(k^2 + \sigma_z^2)} \right] \left[1 - \Phi \left(\frac{Z_a - \frac{k^2 \mu_z + z_a \sigma_z^2}{k^2 + \sigma_z^2}}{k \sigma_z / \sqrt{k^2 + \sigma_z^2}} \right) \right] \quad (34)$$

式(29)~(34)既适用于单元破坏概率及可靠指标的计算，也适用于边坡整体破坏概率及可靠指标的计算，区别只在于极限状态函数的形式有所不同。

4.4 同时考虑基本变量和极限状态模糊性的边坡模糊随机可靠度分析方法

基本变量的模糊性是由于样本数量有限、不可重复取样等原因造成的，而极限状态的模糊性是由于人们对失稳事件认识上的模糊性而造成的。它们是两种不同的模糊性，在进行可靠度分析时应该同时考虑这两种模糊性^[17]。当同时考虑基本变量和极限状态模糊性时，基于滑面应力分析法的边坡模糊随机有限元可靠度分析方法总体步骤如下：

- (1) 将模糊基本变量向量 **X** 等价转换为随机变量；
- (2) 对于每一有限单元，求解极限状态函数的均值、均方差及单元模糊随机可靠指标；
- (3) 对于任一滑面，求解滑面极限状态函数的均值、均方差及滑面模糊随机可靠指标，并搜索所有滑面的最小可靠指标。

基于上述步骤，本文编写了边坡的模糊随机有限元可靠度分析程序，它可同时考虑基本变量与极限状态的模糊性，可同时求解边坡中各单元的模糊随机可靠指标、边坡整体模糊随机可靠指标及相应的临界滑面位置。

5 算例分析

某 1.5 : 1 均质边坡高 $H = 10 \text{ m}$ ，膨胀角 $\psi = 20^\circ$ ，重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ，弹性模量 $E = 20 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.3$ 。黏聚力 c 及内摩擦角 φ 为三角型模糊变量，其中值分别为 $c_m = 15 \text{ kPa}$ ， $\varphi_m = 20^\circ$ 。模糊随机可靠度分析的基本变量 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2\} = \{c, \varphi\}$ 。极限状态的隶属函数为降半梯形分布。

5.1 变量模糊程度的表示方法

为研究极限状态模糊性对计算结果的影响，取极限状态函数*Z*的隶属函数位置参数 Z_a 与*Z*的均方差 σ_z 之间有如下比例关系：

$$|Z_a| = k_z \sigma_z \quad (35)$$

式中： k_z 为表示极限状态模糊性的模糊宽度系数。

为研究基本变量模糊性对计算结果的影响，取基本变量 $x_i(i=1, 2)$ 的中值 x_{im} 与其最小最大值的距离 $d_{x,a}$ ， $d_{x,b}$ 相等，且它们与中值有如下比例关系：

$$d_{x,a} = d_{x,b} = w_{x_i} X_{im} \tag{36}$$

式中: w_{x_i} 为表示基本变量模糊性的模糊宽度系数。

5.2 单元模糊随机可靠指标

有限元计算采用八节点四边形网格, 共划分 955 个节点, 290 个单元。约束条件是底边界固定, 两侧边界水平约束。计算时取 $k_z=1\sim 3$; 当基本变量只具有随机性时, 取其变异系数 $\delta_x = 0.1\sim 0.3$; 否则, 取其模糊宽度系数 $w_x = 0.1\sim 0.5$ 。

由于篇幅所限, 本文只列出了基本变量的等价转换方法为熵等价法时的部分计算结果。图 2 是不考虑基本变量和极限状态模糊性时的可靠指标等值线图及临界滑面位置(X 为随机变量, 变异系数 $\delta_x = 0.1$), 它相当于常规的随机可靠度分析结果。图 3 是同时考虑基本变量和极限状态模糊性时的模糊随机可靠指标等值线图及临界滑面位置($w_{x1}=w_{x2}=w_x = 0.3, k_z=3$)。对比图 2 及 3 可见, 当考虑基本变量和极限状态模糊性时, 可靠指标有所减小(如: 坡面处的可靠指标由 0 减至 -2, 坡脚前方的可靠指标由 10 减至 6), 其等值线形状也有较大改变。因为模糊性本质上是一种不确定性, 所以, 当考虑基本变量和极限状态模糊性时, 不确定性有所增大, 破坏概率有所增加, 可靠指标有所减小。

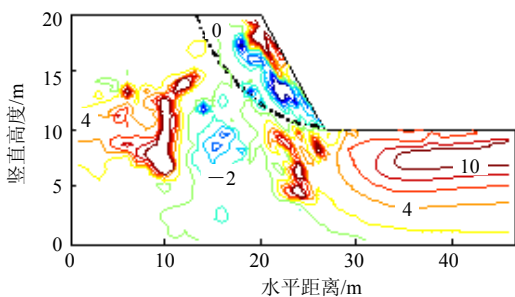


图 2 随机可靠指标等值线($\delta_x = 0.1$)

Fig.2 Contour of random reliability index($\delta_x = 0.1$)

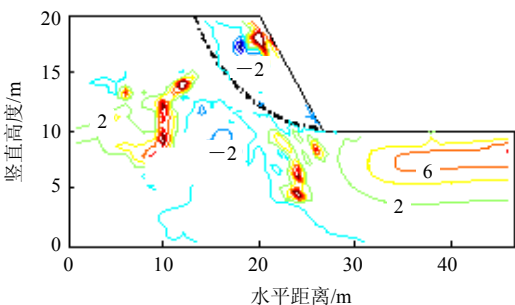


图 3 模糊随机可靠指标等值线($w_x = 0.3, k_z = 3$)

Fig.3 Contour of fuzzy random reliability index($w_x = 0.3, k_z = 3$)

5.3 整体模糊随机可靠指标

为评价边坡的稳定性, 需知道边坡整体可靠指标的大小及其影响因素。图 4 所示为基本变量为随机变量时整体模糊随机可靠指标 β 与基本变量变异系数 δ_x 和极限状态模糊宽度系数 k_z 间的关系; 图 5 所示为基本变量为模糊变量时整体模糊随机可靠指标 β 与基本变量模糊宽度系数 w_x 和极限状态模糊宽度系数 k_z 间的关系。

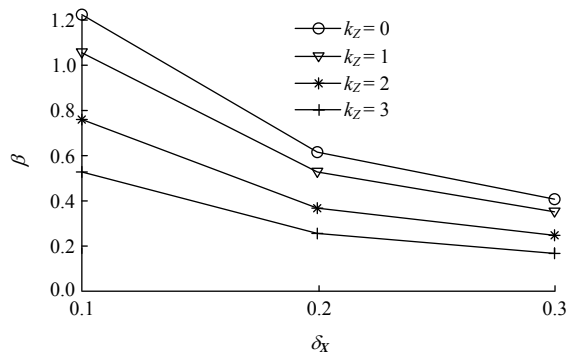


图 4 整体模糊随机可靠指标

Fig.4 Overall fuzzy random reliability index

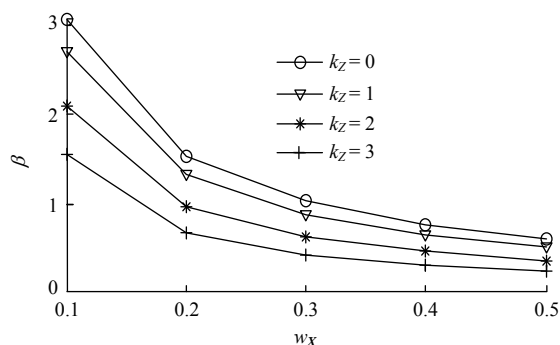


图 5 滑面模糊随机可靠指标

Fig.5 Overall fuzzy random reliability index

将模糊随机可靠度分析分为如下 4 种情况: (1) 情况 1: 基本变量是随机的, 极限状态是清晰的; (2) 情况 2: 基本变量是随机的, 极限状态是模糊的; (3) 情况 3: 基本变量是模糊的, 极限状态是清晰的; (4) 情况 4: 同时考虑基本变量和极限状态的模糊性, 则图 4 可表示情况 1, 2, 图 5 可表示情况 3, 4。由图 4, 5 可知, 当基本变量的变异系数 δ_x 或模糊宽度系数 w_x 增加时, 整体可靠指标有所减少。当极限状态的模糊宽度系数 k_z 增加时, 整体可靠指标亦有所减少。特别地, 当 $k_z = 0$ 时, Z 的隶属函数即退化为分段均匀分布型式, 也即 $k_z = 0$ 表示不考虑 Z 的模糊性的情况。

6 结 论

本文基于模糊概率理论,进行了同时考虑基本变量和极限状态模糊性的边坡稳定模糊随机有限元可靠度分析。对于基本变量的模糊性,采用熵等价法及当量概率密度法将其等价变换为随机变量;对于极限状态的模糊性,先采用模糊概率理论求解模糊破坏概率,再反求模糊随机可靠指标;推导了模糊概率的积分表达式。将上述方法应用于基于滑面应力法的边坡稳定有限元分析,编写了边坡的模糊随机有限元可靠度分析程序。该程序既可求解单元的模糊随机可靠指标,亦可求解边坡整体模糊随机可靠指标;既可考虑基本变量的模糊性,又可考虑极限状态的模糊性。而且,当不考虑基本变量和极限状态的模糊性时,它即退化为常规的随机可靠度分析方法。

算例分析表明:基本变量和极限状态的模糊性对边坡的单元模糊随机可靠指标及整体模糊随机可靠指标均有较大的影响;常规的随机可靠度分析方法所求的可靠指标较大,偏于危险。因此,应该重视边坡稳定的模糊随机可靠度分析。

为了更好地进行边坡稳定的模糊随机可靠度分析,对基本变量的模糊程度进行研究是十分必要的。同时,亦要重视对极限状态隶属函数确定方法的研究,它们是边坡的模糊随机可靠度分析之基础。

参考文献(References):

- [1] 吕震宙, 孙 颢, 徐友良. 机械结构系统模糊可靠性分析的数字计算方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(9): 19 - 23.(LU Zhenzhou, SUN Jie, XU Youliang. Numerical algorithm for fuzzy reliability analysis of mechanical structure system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(9): 19 - 23.(in Chinese))
- [2] 董玉革, 赵征权. 模糊可靠性分析的一次二阶矩法[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2005, 28(9): 980 - 984.(DONG Yuge, ZHAO Zhengquan. Fuzzy reliability analysis based on the FOSM method[J]. Journal of Hefei University of Technology(Natural Science), 2005, 28(9): 980 - 984.(in Chinese))
- [3] JIANG Q, CHEN C H. A numerical algorithm of fuzzy reliability[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2003, 80(3): 299 - 307.
- [4] 宋 军, 吕震宙. 考虑状态模糊性时广义失效概率计算的矩方法[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 71 - 77.(SONG Jun, LU Zhenzhou. Moment method for general failure probability with fuzzy failure state and fuzzy safety state[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(2): 71 - 77.(in Chinese))
- [5] 陈 磊, 吕震宙. 基于子集抽样的模糊失效概率分析新方法[J]. 机械强度, 2008, 30(1): 58 - 62.(CHEN Lei, LU Zhenzhou. Novel method of fuzzy failure probability analysis of the basis of subset sampling[J]. Journal of Mechanical Strength, 2008, 30(1): 58 - 62.(in Chinese))
- [6] 李胡生, 熊文林. 岩土工程稳定性有限元分析的随机-模糊可靠度算法[J]. 水利学报, 2006, 37(10): 1 235 - 1 241.(LI Husheng, XIONG Wenlin. On the calculation method of the random-fuzzy reliability in finite element analysis of geotechnical engineering stability[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(10): 1 235 - 1 241.(in Chinese))
- [7] 王亚军, 张我华, 金伟良. 一次逼近随机有限元对堤坝模糊失效概率的分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2007, 41(1): 52 - 56.(WANG Yajun, ZHANG Wohua, JIN Weiliang. Stochastic finite element analysis for fuzzy probability of embankment system failure by first-order approximation theorem[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2007, 41(1): 52 - 56.(in Chinese))
- [8] GIASI C I, MASI P, CHERIBINI C. Probabilistic and fuzzy reliability analysis of a sample slope near Aliano[J]. Engineering Geology, 2003, 67(3/4): 391 - 402.
- [9] 蒋中明, 张新敏, 徐卫亚. 岩土边坡稳定性分析的模糊有限元方法研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(8): 922 - 927.(JIANG Zhongming, ZHANG Xinmin, XU Weiya. Study on fuzzy element method of rock and soil slope analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(8): 922 - 927.(in Chinese))
- [10] JUANG C H, JHI Y Y, LEE D H. Stability analysis of existing slopes considering uncertainty[J]. Engineering Geology, 1998, 49(2): 111 - 122.
- [11] 李胡生, 叶黔元. 陡峭岩石边坡随机-模糊可靠度算法[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(8): 1 019 - 1 022.(LI Husheng, YE Qianyuan. Calculation of random-fuzzy reliability of steep slopes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(8): 1 019 - 1 022.(in Chinese))
- [12] 曹文贵, 张永杰. 基于非对称三角模糊数的岩石抗剪强度参数确定方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1 340 - 1 346.(CAO Wengui, ZHANG Yongjie. Study on determining method for parameters of rock's shear strength based on asymmetric triangular fuzzy numbers[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(7): 1 340 - 1 346.(in Chinese))
- [13] CHAKRABORTY S, SAM P C. Probabilistic safety analysis of structures under hybrid uncertainty[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2007, 70(4): 405 - 422.
- [14] 肖盛燮, 王平义, 吕恩琳. 模糊数学在土木与水利工程中的应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2004: 42 - 46.(XIAO Shengxie, WANG Pingyi, LU Enlin. Applications of fuzzy mathematics to civil and hydraulic engineering[M]. Beijing: China Communications Press, 2004: 42 - 46.(in Chinese))
- [15] 谭晓慧, 王建国, 刘新荣, 等. 边坡稳定的有限元可靠度计算及敏感性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 115 - 122.(TAN Xiaohui, WANG Jianguo, LIU Xinrong, et al. Finite element reliability computation and sensitivity analysis of slope stability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 115 - 122.(in Chinese))
- [16] 谭晓慧, 王建国. 边坡的弹塑性有限元可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(1): 44 - 50.(TAN Xiaohui, WANG Jianguo. Slope reliability analysis using elastoplastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(1): 44 - 50.(in Chinese))
- [17] 吕震宙, 岳珠峰. 模糊随机可靠性分析的统一模型[J]. 力学学报, 2004, 36(5): 533 - 539.(LU Zhenzhou, YUE Zhufeng. Unified reliability model for fuzziness and randomness of the basic variables and state variables in structure[J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 36(5): 533 - 539.(in Chinese))