

一类简单网络生产系统的 DEA 效率评价模型

毕功兵, 梁 樑, 杨 锋

(中国科学技术大学 管理学院, 合肥 230026)

摘 要 针对一类简单网络生产系统的 DEA 效率评价进行了研究, 建立了这类网络生产系统的 DEA 效率评价模型. 研究结果显示, 与传统方法比较, 该方法更能够发现非有效决策单元, 更能够发掘决策单元性能改善的潜力, 也能够帮助决策者发现复杂系统非有效的根源. 算例研究证实了该方法的合理性.

关键词 数据包络分析; 效率评估; 网络生产系统

DEA-efficiency evaluation model for simple network production systems

BI Gong-bing, LIANG Liang, YANG Feng

(School of Management, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract Data Envelopment Analysis is an effective tool to measure the relative efficiencies of a group of DMUs. However, the traditional DEA models ignore the internal structures of DMUs, and overrate the DEA efficiencies of the evaluated systems. This paper sets up a DEA-efficiency evaluating model for one type of simple network production systems. The results show that the advanced model can do more to find inefficient DMUs and possible potential for performance improvement than the traditional approaches, and help decision makers to detect the origination of inefficiency for those inefficient DMUs. The numerical example approves the reasonability of our method.

Keywords data envelopment analysis (DEA); efficiency evaluation; network production system

1 引言

数据包络分析 (Data envelopment analysis, 简称 DEA) 是美国著名运筹学家 Charnes, Cooper 和 Rhodes 于 1978 年首先提出的, 他们建立的第一个 DEA 模型被称为 CCR 模型^[1]. DEA 是对多指标输入和多指标输出的同质决策单元 (Decision-making unites, 简称 DMUs) 进行相对有效性综合评价的一种新方法, 也是研究多投入多产出决策单元生产力评价的有力工具. 在过去的近三十年中, 在运作管理研究中, DEA 是最有活力和富有成果的领域之一^[2-4]. DEA 方法之所以受到人们广泛的关注, 是因为它具有不可比拟的优势^[2-4]: DEA 方法是以相对有效概念为基础的, 特别适用于多指标投入和多指标产出决策单元的相对有效性评价; 它的评价结果与量纲的选取无关; 它不要求推导出明确的生产函数; 每个 DMU 直接与相对最优的 DMU (可能是虚拟的) 相比较; 不同生产规模的 DMU 具有可比性; 等等. 正是由于存在这些优点, DEA 方法被广泛应用于实践之中^[3]. 在国外, DEA 方法已经成功地应用于政府、城市、医院、学校以及军事项目等方面的效率评价^[3]. 在国内, DEA 方法作为一种新的多目标决策方法, 随着我国经济发展和 社会进步, 随着管理决策科学水平的提高, 也得到越来越多的应用, 涵盖社会、经济和管理领域的众多方面^[2].

我国学者对于 DEA 的研究起源于 20 世纪 80 年代中期^[5]. 此后, 以魏权龄等为主要代表的专家学者, 相继在国内外发表了一些有影响的论文^[2], 为我国在国际 DEA 研究领域占据了一席之地. 然而, 针对复杂生

收稿日期: 2007-07-20

资助项目: 国家自然科学基金 (70871106, 70821001)

作者简介: 毕功兵 (1966-), 男, 汉, 安徽无为, 博士, 副教授, 研究方向: 管理科学; 梁樑 (1962-), 男, 汉, 北京人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 管理科学; 杨锋 (1977-), 男, 汉, 湖北武汉人, 博士, 研究方向: 管理科学.

产系统效率评价的 DEA 研究论文, 很少见于国内研究文献中, 比较全面的研究只存在于文献 [6]. 考虑到网络生产系统的复杂性和多样性, 本文仅仅针对一类简单网络生产系统的 DEA 效率评价进行研究, 然而这种研究方法也可被应用于其他简单网络生产系统的 DEA 效率评价之中.

2 问题描述

在现代化大规模生产的今天, 企业部门的生产结构日趋复杂化, 以网络生产系统为代表的生产过程比比皆是. 从系统的规模、复杂性和开放性三个维度来看, 网络生产系统一般属于大系统、复杂系统, 或为开放系统或为封闭系统.

网络生产结构的诞生与复杂化, 使得企业对自身性能的评价越发困难; 同时, 企业性能的改善, 不仅依赖于各个子环节性能的改善, 还依赖于各子环节之间的协调更趋优化, 因此, 从系统角度对整个系统进行绩效评价成为必要. 于是, 对网络生产系统进行 DEA 效率评价的相关研究, 具有重要理论和现实意义.

Färe 和 Grosskopf 对网络生产系统的效率评价作了开创性研究, 他们将 DMU 的“黑箱”打开, 将复杂的业务流程进行分解, 从而考察每一业务环节可能存在的对生产系统整体效率的影响. Färe 和 Grosskopf 提出的基于网络生产系统的 DEA 模型架构简称为 FG 模型 [7]. 这一模型的重要意义是首次提出网络 DEA 模型的概念 [8], 但其评价方法仅仅注重各子系统的性能对系统性能的影响, 却忽视了子系统之间的协调对系统性能的影响.

网络生产系统包含众多子系统, 子系统之间的关系可能有多种, 如并联、串联、循环、独立等等 [6], 其中最基本的是串联结构和并联结构. 无论是串联结构还是并联结构, 决策单元的有效或者非有效都可以分解成它的组成子决策单元的有效或者非有效. 例如, 供应链系统就是串联系统的一个特例. 供应链生产系统可以分为两类: 一类是资源约束型, 即供应链系统的总输入同时为其内部各个供应链环节所消费, Chen 等人于 2006 年研究了这类生产系统的 DEA 模型 [9]; 一类是序列型, 即供应链系统的总输入只为其内部第一环节所消费, 其后环节的输入完全来自前一环节的输出. Wang 等人首先研究了串联生产系统的 DEA 效率评估 [10]; Lewis 和 Sexton 也开展了同样的研究, 但建立了另一种形式的 DEA 模型 [11]. 而关于并联生产系统的 DEA 效率评价, Yang 等人首先进行了研究 [12], 这些研究都极大地推动了网络 DEA 研究的发展.

本文所要研究的一类简单网络生产系统, 定义为如下生产系统: 从规模上看属于大系统; 从复杂性看属于复杂系统; 从开放性看属于开放系统; 子系统之间仅包含并联关系与串联关系, 不包含循环关系. Färe 和 Grosskopf 将之称为一般网络结构 [7]. Castelli, Pesenti 和 Ukovich 于 2004 年首次考虑了这种网络生产过程的 DEA 效率评价问题 [13-14], 然而, 他们的研究仍然只注重子系统性能的优化而忽视子系统之间的协调, 因而有待改进.

对于此类简单网络生产系统, 可以依据其最终产出的种类而将生产系统划分为若干层并联结构. 例如, 最终产出为两种, 则将其划分为如图 1 所示的两层并联结构生产系统, 每一层的最终产出都为一种, 可用一维变量表示. 在图 1 中, 系统内部是由三个子系统构成, 其中第一子系统与第二子系统是串联的, 它们构成系统的第一层, 第三子系统单独构成系统的第二层.

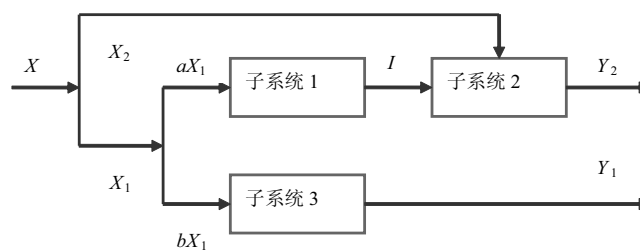


图 1 简单混合结构生产系统

图 1 所示的生产过程可以简单描述如下: 该生产过程不仅生产某种产品, 还对该种产品作进一步加工以生产另一种产品, 这种生产方式广泛存在于很多企业之中. 在图 1 中, 子系统 1 与子系统 3 生产同种产品, 分别以 I 与 Y_1 表示; 子系统 2 为进一步加工的子系统, 将产品 I 加工形成另一种产品 Y_2 . 于是, 整个生产过程的产出即为 Y_1 和 Y_2 .

假设有 n 个如图 1 所示的同质决策单元, 对于任一决策单元 j ($j = 1, 2, \dots, n$), 其初始投入包括两组, 分别以向量表示为 X_{1j}, X_{2j} . 其中, $X_{1j} = (X_{11j}, X_{21j}, \dots, X_{m1j})$ 为 DMU 中两层共享使用, 其分配方式下文将说明; $X_{2j} = (X_{12j}, X_{22j}, \dots, X_{m2j})$ 是第一层中第二阶段的输入. 决策单元 j 的最终产出为 Y_{1j}, Y_{2j} , 其中 Y_{1j} 是第二层产出, Y_{2j} 是第一层的产出. 在决策单元 j 的第一层中, 一维变量 I_j 既是第一阶段的产出, 又是第二阶段的投入. 决策单元 j 的两层子系统是独立的, 各自的产出是不关联的. 在决策单元 j 中关于输入 X_{1j} 在第一、二层中的分配, 其要求是子系统 1 和 3 的产出比例决定的, 即: 需要 $b = \frac{Y_{1j}}{Y_{1j}+I_j}$ 的 X_1 生产 Y_{1j} , 需要 $a = \frac{I_j}{Y_{1j}+I_j}$ 的 X_1 生产 I_j .

3 一类简单网络生产系统的 DEA 效率评价模型

在对决策单元 d 的内部结构及其输入和输出进行分析后, 本文采用以下三个步骤来评价决策单元 d 的 DEA 效率:

第一步, 先评价决策单元 d 的第一层并联子系统的效率.

决策单元 d 的第一层并联子系统是一个典型的资源约束型两阶段生产系统. 本文采用文献 [9] 的建模思想, 通过如下的 DEA 模型评价决策单元 d 的第一层并联子系统的效率:

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{1}{2} \left[\frac{U_0^T I_d}{V_1^T \frac{I_d}{I_d+Y_{1d}} X_{1d}} + \frac{U_2^T Y_{2d}}{V_1^T X_{2d} + U_0^T I_d} \right] \\ \text{s.t.} \quad & \frac{I_j + Y_{1j}}{I_j} \frac{U_0^T I_j}{V_1^T X_{1j}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & \frac{U_2^T Y_{2j}}{V_1^T X_{2j} + U_0^T I_j} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & U_0, U_2, V_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) 是一个分式规划, 利用 Charnes-Cooper 变换, 将式 (1) 等价为一个线性规划. 令

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{V_1^T X_{1d}}, \quad T_2 = \frac{1}{V_1^T X_{2d} + U_0^T I_d}, \quad W_1 = T_1 V_1, \quad W_2 = T_2 V_1, \\ K_0 &= T_1 U_0, \quad K_1 = T_1 U_1, \quad K_2 = T_2 U_2, \quad K_3 = T_2 U_0. \end{aligned}$$

则规划 (1) 等价于如下线性规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & E_{1d} = \frac{1}{2} [K_0^T (I_d + Y_{1d}) + K_2^T Y_{2d}] \\ \text{s.t.} \quad & W_1^T X_{1j} - K_0^T (I_j + Y_{1j}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & W_1^T X_{1d} = 1 \\ & W_2^T X_{2j} + K_3^T I_j - K_2^T Y_{2j} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & W_2^T X_{2d} + K_3^T I_d = 1 \\ & W_1, W_2, K_0, K_2, K_3 \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中 E_{1d} 表示决策单元 d 的第一层效率.

第二步, 评价决策单元 j 的第二层并联子系统的效率.

第二层并联子系统的 DEA 效率可以用如下经典 CCR 模型进行评价:

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{U_1^T Y_{1d}}{V_1^T \frac{Y_{1d}}{Y_{1d}+I_d} X_{1d}} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{U_1^T Y_{1j}}{V_1^T \frac{Y_{1j}}{Y_{1j}+I_j} X_{1j}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & V_1, U_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

同样运用如上所示的 Charnes-Cooper 变换, 规划 (3) 等价于如下线性规划模型:

$$\begin{aligned} \max \quad & E_{2d} = K_1^T (I_d + Y_{1d}) \\ \text{s.t.} \quad & W_1^T X_{1j} - K_1^T (I_j + Y_{1j}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & W_1^T X_{1d} = 1 \\ & W_1, K_1 \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中 E_{2d} 表示决策单元 d 的第二层效率.

第三步, 评价决策单元 d 的整体效率.

记决策单元 d 的整体效率为 E_d , 其两层并联子系统的 DEA 效率分别为 E_{1d}, E_{2d} . 这里, E_{1d}, E_{2d} 由规划 (2) 与 (4) 计算得到. 根据文献 [12], 能够得到如下结论:

(I) 若 $0 < E_{1d}, E_{2d} < 1$, 则

$$E_d = \max\{E_{1d}, E_{2d}\} \tag{5}$$

于是, $E_d < 1$, 决策单元 d 为非 DEA 有效.

(II) 若 $0 < E_{1d} < 1, E_{2d} = 1$ 或者 $0 < E_{2d} < 1, E_{1d} = 1$, 则

$$E_d = \min\{E_{1d}, E_{2d}\} \tag{6}$$

于是, $E_d < 1$, 决策单元 d 为非 DEA 有效.

(III) 若 $E_{1d} = E_{2d} = 1$, 则 $E_d = 1$, 于是决策单元 d 为 DEA 有效.

4 算例

本节通过一个简单的算例来演示图 1 所示的混合生产结构的效率评价方法, 有关数据如表 1 所示, 而计算结果列于表 2. 表 2 中, 第三列是模型 (2) 的计算结果, 第四列是模型 (4) 的计算结果, 第二列是 DMU 的最终效率值. 表 2 中的第五列是经典 CCR 模型得到的计算结果.

表 1 算例数据

| DMU | 阶段 | X_1 | X_2 | I | Y_1 | Y_2 | DMU | 阶段 | X_1 | X_2 | I | Y_1 | Y_2 |
|-----|----|-------|-------|-----|-------|-------|-----|----|-------|-------|-----|-------|-------|
| 1 | 1 | 11 | 14 | 4 | 7 | 7 | 9 | 1 | 17 | 21 | 8 | 8 | 9 |
| | 2 | 8 | 9 | - | 7 | - | | 2 | 12 | 15 | - | 8 | - |
| 2 | 1 | 8 | 7 | 3 | 5 | 6 | 10 | 1 | 5 | 7 | 8 | - | 9 |
| | 2 | 5 | 4 | - | 5 | - | | 2 | 13 | 14 | - | 12 | - |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | - | 6 | 11 | 1 | 4 | 4 | 10 | - | 12 |
| | 2 | 12 | 14 | 5 | 6 | 8 | | 2 | 8 | 9 | 4 | 5 | 4 |
| 4 | 1 | 7 | 10 | - | 6 | - | 12 | 1 | 5 | 5 | - | 5 | - |
| | 2 | 5 | 4 | 5 | - | 8 | | 2 | 3 | 4 | 4 | - | 4 |
| 5 | 1 | 15 | 14 | 7 | 8 | 13 | 13 | 1 | 10 | 7 | 5 | 5 | 4 |
| | 2 | 10 | 9 | - | 8 | - | | 2 | 7 | 5 | - | 5 | - |
| 6 | 1 | 5 | 5 | 7 | - | 13 | 14 | 1 | 14 | 12 | 8 | 9 | 7 |
| | 2 | 15 | 15 | 6 | 9 | 11 | | 2 | 7 | 7 | - | 9 | - |
| 7 | 1 | 7 | 6 | 6 | - | 11 | 15 | 1 | 7 | 5 | 8 | - | 7 |
| | 2 | 27 | 26 | 15 | 20 | 21 | | 2 | 7 | 5 | 8 | - | 7 |
| 8 | 1 | 17 | 17 | - | 20 | - | 14 | 1 | 15 | 18 | 10 | 12 | 8 |
| | 2 | 10 | 9 | 15 | - | 21 | | 2 | 11 | 12 | - | 12 | - |
| 9 | 1 | 16 | 21 | 9 | 11 | 12 | 15 | 1 | 18 | 16 | 9 | 11 | 11 |
| | 2 | 10 | 14 | - | 11 | - | | 2 | 12 | 10 | - | 11 | - |
| 10 | 1 | 6 | 7 | 9 | - | 12 | 15 | 1 | 6 | 6 | 9 | - | 11 |
| | 2 | 15 | 15 | 6 | 7 | 7 | | 2 | 6 | 6 | 9 | - | 11 |
| 11 | 1 | 11 | 10 | - | 7 | - | 15 | 1 | 11 | 10 | - | 7 | - |
| | 2 | 4 | 5 | 6 | - | 7 | | 2 | 4 | 5 | 6 | - | 7 |

由表 2 可知, 依据经典 CCR 模型, 共有七个 DMU 是 DEA 有效 (DMU2, DMU4, DMU6, DMU10, DMU12, DMU13, DMU14) 的; 然而, 根据本文所提出的系统效率评价模型 (见第二列的计算结果) 可以看出, 只有 DMU10 有效, 其他决策单元都是非有效的. 更加有趣的是, 第二列的结果均小于第五列的结果. 这正说明了本文模型的合理性, 即能够发现更多非有效的决策单元. 依据经典 DEA 模型无法进一步改善的六个决策单元 (DMU2, DMU4, DMU6, DMU12, DMU13, DMU14), 依据本文得到的结果, 因为其效率小于 1,

故可以更进一步改善其性能. 因此, 本文提出的方法, 对决策单元的内部生产过程进行分解, 能够为决策者提供更多的决策信息.

5 结语

DEA 模型为评价同质 DMU 的相对有效性提供了方法, 传统的 DEA 模型简洁明了, 计算方便. 然而, 传统方法也存在不足之处, 例如它将决策单元视为“黑箱”, 只考虑决策单元的外部输入和输出, 忽视其内部运行结构, 不考虑输入是如何转化为输出的, 从而评价的效率只是决策单元的外显效率, 不能真正体现决策单元的真实效率, 也无法帮助决策者对决策单元的性能潜力作出真实的判断. 此外, 传统 DEA 无法解释决策单元内部各子系统对决策单元效率的影响, 也无法真正找到决策单元非有效的根源. 网络生产过程的 DEA 效率评价方法的出现可以很好地解决这一类问题. 它将复杂决策系统分解, 通过检验每个子系统的效率, 使得企业的改进更具针对性, 更为准确, 也更为有效. 本文针对一类简单网络生产系统的 DEA 效率评价进行了研究, 研究方法和结果对于网络 DEA 模型的建立和完善具有试验性价值与基础性作用.

表 2 计算结果

| DMU | 总效率 | 模型 (2) | 模型 (4) | CCR 模型 |
|-----|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.6916 | 0.6916 | 0.6849 | 0.8508 |
| 2 | 0.8705 | 0.8705 | 0.7410 | 1.0000 |
| 3 | 0.7724 | 0.7724 | 0.7027 | 0.8125 |
| 4 | 0.8585 | 0.8585 | 0.7171 | 1.0000 |
| 5 | 0.8582 | 0.8582 | 0.7998 | 0.9043 |
| 6 | 0.9570 | 0.9237 | 0.9570 | 1.0000 |
| 7 | 0.9263 | 0.8161 | 0.9263 | 0.9938 |
| 8 | 0.5998 | 0.5998 | 0.5909 | 0.6733 |
| 9 | 0.6550 | 0.6178 | 0.6550 | 0.7824 |
| 10 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 11 | 0.8336 | 0.6835 | 0.8336 | 0.8030 |
| 12 | 0.7112 | 0.7112 | 0.6990 | 1.0000 |
| 13 | 0.8386 | 0.8386 | 1.0000 | 1.0000 |
| 14 | 0.7519 | 0.7519 | 1.0000 | 1.0000 |
| 15 | 0.7968 | 0.7758 | 0.7968 | 0.9217 |

参考文献

- [1] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. *European Journal of Operation Research*, 1978, 2: 429-444.
- [2] 魏权龄. 数据包络分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
Wei Q L. *Data Envelopment Analysis*[M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [3] Cooper W W, Seiford L M, Zhu J. *Handbook on Data Envelopment Analysis*[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [4] Cooper W W, Seiford L M, Tone K. *Data Envelopment Analysis: Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [5] 周泽昆, 陈珽. 评价管理效率的一种新方法 [J]. *系统工程*, 1986, 4(4): 42-49.
Zhou Z K, Chen T. A new approach to appraise management efficiency[J]. *Systems Engineering*, 1986, 4(4): 42-49.
- [6] 杨锋. 含有多个子系统的决策单元的 DEA 效率评估研究 [D]. 中国科学技术大学管理学院, 2006.
Yang F. *Research on the DEA efficiency evaluation to decision-making units with multiple subsystems*[D]. University of Science and Technology of China, 2006.
- [7] Färe R, Grosskopf S. Network DEA[J]. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2000, 34: 35-49.
- [8] Färe R, Grosskopf S. Productivity and intermediate products: A frontier approach[J]. *Economics Letters*, 1996, 50: 65-70.
- [9] Chen Y, Liang L, Feng Y, et al. Evaluation of information technology investment: A data envelopment analysis approach[J]. *Computers & Operations Research*, 2006, 33: 1368-1379.
- [10] Wang C H, Gopal R, Zionts S. Use of data envelopment analysis in assessing information technology impact on firm performance[J]. *Annals of Operations Research*, 1997, 73: 191-213.
- [11] Lewis H F, Sexton T R. Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure[J]. *Computers & Operations Research*, 2004, 31: 1365-1410.
- [12] Yang Y S, Ma B J, Masayuki K. Efficiency-measuring model for production system with k independent subsystems[J]. *Journal of Operation Research Society of Japan*, 2000.
- [13] Castelli C, Pesenti R, Ukovich W. DEA-like models for efficiency evaluations of specialized an interdependent units[J]. *European Journal of Operational Research* 2001, 132: 274-286.
- [14] Castelli C, Pesenti R, Ukovich W. DEA-like models for efficiency evaluations of hierarchically structured units[J]. *European Journal of Operational Research* 2004, 154: 465-476.