

基于偏微分方程的误差分散逆半调改进算法

孔月萍, 宋琳

(西安建筑科技大学信息与控制工程学院, 西安 710055)

摘要: 结合误差分散半调噪声特征, 提出一种基于偏微分方程的逆半调改进算法。通过研究偏微分方程的去噪原理, 以3次B样条函数作为扩散函数, 采用迭代求解偏微分方程的方法估计逆半调图像, 计算每次迭代前后图像梯度模值的增量以确定平滑度的调节参数, 解决偏微分方程在应用中的参数选择自适应问题。实验结果表明, 该算法在图像整体平滑度和细节保持能力上都具有较好的效果。

关键词: 逆半调; 误差分散; 偏微分方程; 梯度模值

Improved Algorithm of Inverse Halftoning for Error Diffusion Based on Partial Differential Equation

KONG Yue-ping, SONG Lin

(School of Information and Control Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055)

【Abstract】 Considering the property of error-diffused halftone noise, an inverse halftoning algorithm based on the Partial Differential Equation(PDE) is proposed. By studying denoising principle of the PDE, a normalized third order B-spline function is adopted as a diffusion one and an inverse halftoning image is obtained by solving the PDE with the iteration scheme and updating the initial image. The modulating parameter is estimated by computing the increment of the gradient magnitude between two iterated images. The problem of adaptive selection of parameters is resolved in the application. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm has better abilities in noise smoothing and edge preserving.

【Key words】 inverse halftoning; error diffusion; Partial Differential Equation(PDE); gradient magnitude

1 概述

在印刷/打印图像的扫描输入、传真等应用中, 需要将连续色调图像变换为等观半色调图像, 这项技术称为数字半调, 其主要方法有误差分散和有序抖动。由半色调图像重建的连续色调图像称为逆半调。误差分散半调是视觉效果最好的一类半调方法, 它产生的半调噪声主要分布在图像的中高频段, 人眼相对不敏感, 但由于图像信号与半调噪声在中高频段重迭, 采用常规的线性低通或带通方法去除半调噪声将损失大量的边缘信息^[1-2]。

为达到去噪保边的逆半调目的, 研究人员从不同角度给出了解决方案。文献[3]采用 Bayesian 条件概率估值迭代法, 能较好地保持图像边缘, 但时空复杂度较高, 且要求已知误差分散核, 不利于算法的广泛应用。文献[4]采用小波分解, 将图像高、低频信息分离, 实现去噪保边。文献[5]采用金字塔信号分解法, 实现图像细节与半调噪声在中高频段的有效分离, 进而去除半调噪声, 保持图像边缘。与上述方法类似, 基于偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)的图像处理方法根据扩散模型实现有选择的迭代扩散平滑, 也能达到去噪保边的目的, 因此, 本文构建了一种基于 PDE 的逆半调改进算法。

2 偏微分方程的去噪模型

图像是一个定义在矩形区域内反映现实场景的灰度变化函数^[6], 即 $I: x \in R^2 \rightarrow R$, 灰度值为 $I(x, y)$ 。在图像方程中引入时间因子 t , 则图像的变化可用偏微分方程表示为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = F[I(x, y, t)] \quad (1)$$

其中, F 表示某给定的算法, 根据 F 的定义不同, 方程可分为线性扩散模型、非线性扩散模型等。

非线性扩散方程^[7]的表达形式为

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla I(x, y, t)|)\nabla I(x, y, t)) \\ I(x, y, t)|_{t=0} = I(x, y, 0) \end{cases} \quad (2)$$

若将式中的 $I(x, y, 0)$ 视为大小为 $m \times n$ 的初始图像, 则 $I(x, y, t)$ 可视为迭代图像, 而 $|\nabla I|$ 为图像梯度的模, div 为散度算子, $g(\cdot)$ 为扩散系数函数, 可称其为边界处停止平滑函数, 它是梯度模的非递增单调函数。

文献[8]将散度定义为 $\text{div}(\nabla I) = \nabla^2 I$, 图像梯度可用各方向差分替代, 如像素点 $I(x, y, t)$ 的 4 邻域梯度可记为

$$\begin{cases} \nabla I_N = I(x-1, y, t) - I(x, y, t) \\ \nabla I_S = I(x+1, y, t) - I(x, y, t) \\ \nabla I_W = I(x, y-1, t) - I(x, y, t) \\ \nabla I_E = I(x, y+1, t) - I(x, y, t) \end{cases} \quad (3)$$

则式(2)可化为

$$\frac{I^{t+1} - I^t}{\Delta t} \approx g(|\nabla I_N|) \times \nabla I_N + g(|\nabla I_S|) \times \nabla I_S + g(|\nabla I_W|) \times \nabla I_W + g(|\nabla I_E|) \times \nabla I_E \quad (4)$$

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2004F32); 陕西省教育厅专项计划基金资助项目(04JK244)

作者简介: 孔月萍(1965-), 女, 教授、博士, 主研方向: 图形图像处理, 网络数据库技术; 宋琳, 硕士研究生

收稿日期: 2009-08-23 **E-mail:** linsong0818@163.com

其中, Δd 为步长, 且 $0 < \Delta d \leq 0.25$ [6]。

显然用式(4)去噪, 可归结为迭代求解初始值为 $I(x, y, 0)$ 、变量为 t 的图像 $I(x, y, t)$, 扩散函数 $g(\cdot)$ 的选择决定了图像质量。

3 基于PDE的逆半调算法

由于误差分散半调引入了中高频噪声, 因此逆半调处理应在平滑半调噪声的同时尽可能地保留了图像边缘和细节^[1-2]。半调图像在边缘像素具有较大梯度模值 $|\nabla I|$, 而 PDE 的扩散函数 $g(\cdot)$ 是一个非递增单调函数, 因此, 扩散系数 $g(|\nabla I|)$ 的值应较小, 才能以较弱的平滑来保持边缘信息; 在梯度模值较小的低频像素处, 其扩散系数会较大, 能以较强的平滑去除噪声, 如此可达到自适应扩散保边平滑的目的^[9]。

文献[10]提出采用式(5)所示的归一化 3 次 B 样条函数作为非线性扩散函数, 并证明了在梯度模值 $|\nabla I|$ 变化较大的地方, 平滑程度比经典的高斯和柯西扩散函数^[7]更轻, 即保留图像细节成分较多。因此, 本文选择该函数作为 PDE 逆半调处理的扩散函数, 且令式(5)中 $w = \frac{|\nabla I|}{k}$, 这里 k 可视作平滑迭代过程中的平滑度调节参数。

$$g(w) = \begin{cases} \frac{1}{2}|w|^3 - w^2 + \frac{2}{3} & 0 < |w| \leq 1 \\ -\frac{1}{6}|w|^3 + w^2 - 2|w| + \frac{4}{3} & 1 < |w| \leq 2 \\ 0 & |w| > 2 \end{cases} \quad (5)$$

当像素点的 $|\nabla I| > k$ 时, 该像素作为边缘被保留, 而 $|\nabla I| \leq k$ 像素被视为噪声滤除。随着迭代次数的增加, 图像愈加平滑, 梯度模值减小, 即 2 次迭代图像之间梯度模值之差描述了图像的边缘变化趋势。因此, 可利用第 t 次迭代图像梯度模的均值 a^t 和梯度模的偏差均值 h^t 构造调节参数 k^t , 在每次迭代求解时实现有选择的扩散平滑。其数学表达式如下:

$$a^t = \frac{1}{m \times n} \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n Gr[I(x, y, t)] \quad (6)$$

$$h^t = \frac{1}{m \times n} \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n |Gr[I(x, y, t)] - a^t| \quad (7)$$

$$k^t = a^t \times h^t \quad (8)$$

其中, 梯度模值 $Gr[I(x, y, t)]$ 可由 (x, y) 点在 x, y 方向上的二阶差分求出, 如下:

$$Gr[I(x, y, t)] = \left\{ \left[\frac{I(x, y+1, t) - I(x, y-1, t)}{2} \right]^2 + \left[\frac{I(x+1, y, t) - I(x-1, y, t)}{2} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

本文设计的基于 PDE 的逆半调算法的流程如图 1 所示。

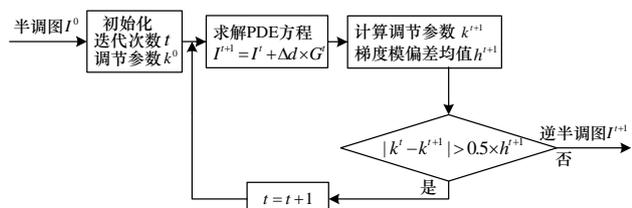


图 1 PDE 逆半调算法流程

其中, $G^t = g(|\nabla I_N|) \times \nabla I_N + g(|\nabla I_S|) \times \nabla I_S + g(|\nabla I_W|) \times \nabla I_W + g(|\nabla I_E|) \times \nabla I_E$ 。

4 仿真实验与分析

本文采用多幅 512×512 像素的误差分散半调图为素材进行了算法仿真实验, 选择核估计^[3]算法、小波^[4]逆半调算法与本文算法同时处理了 Lena 和 Peppers 的 Floyd 半调图, 图 2 为 Lena 的各种逆半调结果的局部图, 可以看出, 本文算法的视觉效果更平滑, 边缘更清晰。



(a)半调图 (b)核估计逆半调图 (c)小波逆半调图 (d)PDE 逆半调图

图 2 Lena 的 Floyd 半调图及逆半调图

为进一步验证算法的合理性, 对结果图进行量化评价, 计算了它们的峰值信噪比($PSNR$)和边缘退化度(EQM), 结果如表 1 所示。

表 1 量化评价结果

算法	Lena 图		Peppers 图	
	$PSNR/dB$	EQM	$PSNR/dB$	EQM
核估计	30.885	4.348	29.924	4.340
小波	29.480	5.450	28.529	5.172
PDE	31.234	4.596	30.767	4.399

$PSNR$ 体现了图像的整体质量, 而 EQM 反映了逆半调图像的边缘稳定性, 其值越小, 图像的边缘越好。从表中可以看到, 新算法具有较高的 $PSNR$ 值, 其保持边缘的能力与核估计法相当, 且较小波方法有较大优势。

5 结束语

本文采用 3 次 B 样条函数作为扩散函数, 构造了一种基于 PDE 的图像逆半调算法。基于偏微分方程的图像处理方法有其自身的优势, 但仍存在需要改进的地方, 如在细节表现方面可与多分辨率分析方法相结合, 以及参数的选择等。

参考文献

- [1] 孔月萍. 图像逆半调及其质量评价技术研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
- [2] 郑海红, 孔月萍, 曾平, 等. 误差分散类逆半调技术综述[J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(1): 1-6.
- [3] Stevenson R L. Inverse Half-toning via MAP Estimation[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1997, 6(4): 574-583.
- [4] Xiong Zixiang, Orhard M T, Ramchandran K. Inverse Half-toning Using Wavelets[J]. IEEE Trans. on Images Processing, 1999, 8(10): 1479-1483.
- [5] Kong Yueping, Zeng Ping. A Robust Method for Inverse Half-toning via Two-dimensional Nonlinear Pyramid[J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(11): 573-576.
- [6] 何钰, 徐青, 邢帅. 基于偏微分方程的去噪方法[J]. 测绘科学技术学报, 2007, 24(4): 284-286.
- [7] Perona P, Malik J. Scale-space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion[J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.
- [8] 胡大成, 宋卫东. 梯度和散度在弹丸图像边缘提取中的应用[J]. 微计算机信息, 2006, 22(1): 250-252.
- [9] 刘晨华, 冯象初, 张力娜. 基于离散小波阈值的偏微分图像去噪[J]. 计算机工程, 2008, 34(15): 196-198.
- [10] 杜慧茜, 郭林楠, 梅文博, 等. 基于 B 样条函数的偏微分方程图像去噪[J]. 兵工学报, 2008, 29(8): 960-964.

编辑 顾姣健