

一种基于逆问题的差分干涉 SAR 层析成像方法

任笑真^{①②} 杨汝良^①

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100190)

^②(中国科学院研究生院 北京 100190)

摘要: 高度-速率维成像时, 差分干涉层析成像合成孔径雷达获取的观测数据在基线-时间平面非均匀分布。若直接对观测数据进行两维傅里叶变换来恢复散射体高度-速率维像, 则因强副瓣存在, 成像效果不理想。该文将差分干涉层析成像合成孔径雷达高度-速率维成像问题归结为 2 维积分方程的逆问题, 提出了一种采用 Backus-Gilbert 算法实现差分干涉 SAR 层析成像的新方法, 并使用 Tikhonov 正则化获得逆问题的正则解。仿真结果表明该方法能够克服基线时间不均匀造成的影响, 获得较好的成像结果。

关键词: 差分干涉合成孔径雷达层析成像; Backus-Gilbert 技术; 逆问题; 正则化

中图分类号: TN957.52

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)03-0582-05

DOI:10.3724/SP.J.1146.2009.00259

An Inverse Problem Based Approach for Differential SAR Tomography Imaging

Ren Xiao-zhen^{①②} Yang Ru-liang^①

^①(The Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

^②(The Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: When reconstructing elevation-velocity image, the observation data obtained from differential SAR tomography in baseline-time plane does not follow uniform distribution. If the elevation-velocity image of multiple scatterers is obtained using two-dimensional FFT method, the imaging result is not very good because of high sidelobes. In this paper, a new differential SAR tomography imaging algorithm is proposed based on Backus-Gilbert technique. In this algorithm, the elevation-velocity imaging is converted into an inverse problem of two-dimensional integral function, and Tikhonov regularization is used to get the regularized solution of the inverse problem. Simulation results show that the proposed algorithm can overcome the influence caused by non-uniform samples, and acquire better imaging result.

Key words: Differential SAR tomography; Backus-Gilbert technique; Inverse problem; Regularization

1 引言

传统的干涉合成孔径雷达(InSAR)系统仅有一条基线, 只能用来测高, 不能反映散射体沿高度维的分布情况。层析成像合成孔径雷达是传统干涉合成孔径雷达的扩展^[1-3], 在垂直于视线的方向依次增加多个基线, 沿高度维合成一个大孔径, 具有高度维分辨能力, 实现 3 维层析成像。但层析成像合成孔径雷达忽略时间信息, 假定成像区域各散射体不存在相对运动, 无法区分同一分辨单元中各散射体的不同运动速度。

差分干涉合成孔径雷达(D-InSAR)是干涉合成孔径雷达系统的另一种扩展方式^[4], 利用不同时间获得的同一成像区域复图像的相位信息获取地表形变信息, 可以用来监测建筑、冰川和斜坡的形变等。

然而差分干涉合成孔径雷达假定成像区域同一个距离-方位分辨单元中只有一个主散射体, 只能获得地表变化的一个平均信息, 不具有高度向分辨能力。

2005 年意大利学者 Lombardini 提出了差分干涉合成孔径雷达层析成像(Differential SAR Tomography)的概念^[5,6], 它结合差分干涉以及层析成像合成孔径雷达各自的特点, 将不同时间获得的相应于地面同一点的多基线数据看作是基线-时间的两维分布, 联合估计不同散射体的高度信息和相应的变化速率, 具有方位-距离-高度-速率 4 维分辨能力, 也称为 4 维 SAR 成像。文献[7]提出了一种基于奇异值分解的差分干涉合成孔径雷达层析成像方法, 这种算法要使用奇异值分解, 计算量很大, 一般只具有理论意义。本文利用 Backus-Gilbert 算法^[8]提出了一种基于逆问题的差分干涉合成孔径雷达层析成像方法。该算法只需要解简单的线性方程,

计算量小,且不受基线-时间采样不均匀的影响。仿真结果验证了该算法的有效性。

2 差分干涉层析成像合成孔径雷达

差分干涉层析成像合成孔径雷达成像几何配置如图 1 所示, x 轴表示距离向, y 轴表示方位向, r 轴为斜距向。 y 和 r 构成成像平面, s 轴是与成像平面垂直方向。设载机不同时间对同一成像区域航过 N 次,每次航过时有 M 个天线,得到 M 幅 SAR 图像, N 次航过共获得 MN 幅 SAR 图像, MN 幅 SAR 图像进行精确配准后,相同位置的像素点就对应成像区域中同一点,构成一个长度为 MN 的序列。将成像区域中任意一点所对应的序列按照获得时的基线和时间进行排列,得到一个 $M \times N$ 基线-时间分布矩阵,用 \mathbf{H} 表示,其中 $h_{m,n}$ ($m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N$) 表示第 n 次航过时第 m 个天线所对应的 SAR 图像数据。假设在成像区域 (y', r') 处有一散射源,沿 s 向分布,以平均速率 v 沿视线向运动, N 次航过时间内目标运动不会超出它所在的分辨单元,第 n 次航过时第 m 个天线所得的像素点 (y', r') 的 2 维 SAR 图像可表示为^[9,10]

$$h_{m,n} = \int \int dy dr f(y' - y, r' - r) \cdot \int \int ds dv \gamma(y, r, s, v) \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R_{m,n}(r, s, v) \right] \quad (1)$$

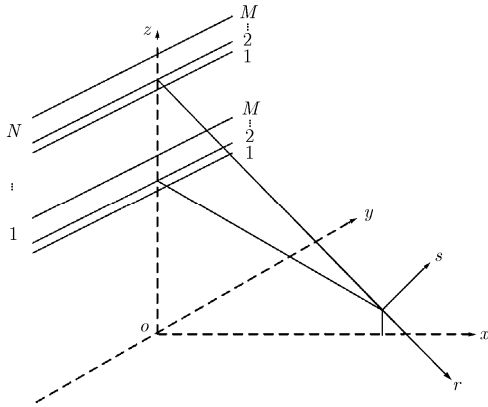


图 1 差分干涉合成孔径雷达层析成像几何配置示意图

其中 $f(y', r')$ 为 SAR 方位-斜距 2 维聚焦点扩展函数, $\gamma(y, r, s, v)$ 为成像场景雷达散射系数, $R_{m,n}(r, s, v)$ 为第 n 次航过时第 m 个天线距目标的距离为

$$R_{m,n}(r, s, v) = \sqrt{(r - b_{//}(m,n))^2 + (s - b_{\perp}(m,n))^2} + vt_n \approx r - b_{//}(m,n) + \frac{(s - b_{\perp}(m,n))^2}{2(r - b_{//}(m,n))} + vt_n \quad (2)$$

$b_{//}(m,n)$ 为平行于视线方向的基线分量, $b_{\perp}(m,n)$ 为垂直于视线方向的基线分量, t_n 为第 n 次航过的时间,

设 $t_1 = 0$ 。

由式(1)看出差分干涉层析成像合成孔径雷达的方位-斜距向成像与常规的合成孔径雷达成像没有区别,是成像场景在方位-斜距平面的 2 维映射。高度-速率维信息包含在式(1)的相位因子中,与方位-斜距向数据之间没有耦合。所以为方便计,本文假定每次航行合成孔径雷达都能实现理想的方位-斜距向 2 维聚焦,聚焦点扩展函数 $f(y', r')$ 为 2 维狄拉克函数^[9,10],将 $f(y', r') = \delta(y')\delta(r')$ 代入式(1)可将 4 维场景成像问题转化为高度-速率 2 维成像问题。因此对于成像场景中任意一固定点 (y', r') ,第 n 次航过时第 m 个天线所对应的图像数据可表示为

$$h_{m,n} = \int_{-v_0}^{v_0} \int_{-s_0}^{s_0} \gamma(s, v) \exp \left[-j \frac{4\pi}{\lambda} R_{m,n}(s, v) \right] ds dv \quad (3)$$

其中 $2s_0$ 为成像场景高度范围, $2v_0$ 为成像场景中散射源速率范围。

由式(2)知 $h_{m,n}$ 的指数项存在二次相位误差,将 $h_{m,n}$ 乘以成像场景中心处目标所对应相位因子 $\exp[j4\pi R_{m,n}(0, 0)/\lambda]$,得到

$$y_{m,n} = h_{m,n} \exp \left[j \frac{4\pi}{\lambda} R_{m,n}(0, 0) \right] = \int_{-v_0}^{v_0} \int_{-s_0}^{s_0} \gamma(s, v) g_{m,n}(s, v) ds dv \quad (4)$$

其中

$$g_{m,n}(s, v) = \exp \left[j2\pi \left(\frac{2s}{\lambda r} b_{\perp}(m,n) + \frac{2v}{\lambda} t_n \right) \right] \quad m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

由式(4)知对于成像场景中任意一个固定的方位-斜距分辨单元, M 个天线 N 次航过所获得的 $M \times N$ 数据矩阵 \mathbf{Y} 表示雷达散射强度在高度和速率方向的 2 维联合谱,在基线和时间均匀采样条件下,用 2 维傅里叶变换就可获得满意的结果。然而实际条件下,基线和时间数目都较少且采样不均匀,导致傅里叶变换的效果严重恶化,旁瓣很高,应选取合适的成像算法克服基线时间不均匀的影响。

3 Backus-Gilbert 差分干涉合成孔径雷达层析成像算法

Backus-Gilbert 算法是一种逆问题的求解方法。它的基本思想是将待求的目标函数定义为观测数据的一个线性组合^[11,12],系数向量为 \mathbf{a} 。依据一定的准则确定出系数向量 \mathbf{a} ,就可得到待求的目标函数。常用的准则有最小均方准则^[11]和 Q 准则^[12]等。

由上面的分析知差分干涉层析成像合成孔径雷达方位-斜距-高度-速率 4 维成像问题可转化为高度-速率 2 维成像问题,即等价于寻找合适的函数 $\gamma(s, v)$

满足积分方程:

$$y_{m,n} = \int_{-v_o}^{v_o} \int_{-s_o}^{s_o} \gamma(s,v)g_{m,n}(s,v)dsdv \quad (6)$$

也就是 2 维积分方程的求逆问题, 其中 $y_{m,n}$ 为观测数据, $g_{m,n}(s,v)$ 为核函数。本文根据 Backus-Gilbert 算法提出了一种基于逆问题的差分干涉合成孔径雷达层析成像方法, 能从有限的观测数据 $y_{m,n}$ 反演出未知函数 $\gamma(s,v)$, 且不受核函数采样不均匀的影响。

定义积分空间 $\Omega = \{(s,v) | -s_o \leq s \leq s_o, -v_o \leq v \leq v_o\}$, 积分间隔 $d\sigma = dsdv$, $k = (n-1)M + m$, 则式(4)可重记为

$$y_k = \int_{\Omega} \gamma(\sigma)g_k(\sigma)d\sigma, \quad k = 1, 2, \dots, MN \quad (7)$$

式(7)中 y_k 是已知观测数据, $g_k(\sigma), k = 1, 2, \dots, K$ 是已知函数, 称为核函数, $\gamma(\sigma)$ 是待求的目标函数。根据 Backus-Gilbert 算法定义 $\gamma(\sigma)$ 的估计 $\hat{\gamma}(\sigma)$ 为观测数据的一个线性组合

$$\hat{\gamma}(\sigma) = \sum_{k=1}^K a_k(\sigma)y_k \quad (8)$$

只要得到系数 $a_k(\sigma), k = 1, 2, \dots, K$ 的值, 就可求得 $\gamma(\sigma)$ 的估计 $\hat{\gamma}(\sigma)$ 。

将式(7)代入式(8)得到

$$\hat{\gamma}(\sigma) = \int_{\Omega} A(\sigma, \sigma')\gamma(\sigma')d\sigma' \quad (9)$$

其中

$$A(\sigma, \sigma') = \sum_{k=1}^K a_k(\sigma)g_k(\sigma') \quad (10)$$

由式(9)知 $A(\sigma, \sigma')$ 相当于一个窗函数, 它的形状决定了反演函数与原函数的接近程度。当 $A(\sigma, \sigma')$ 为理想的狄拉克函数 $\delta(\sigma - \sigma')$ 时, $\hat{\gamma}(\sigma) = \gamma(\sigma)$ 。然而实际情况下, $A(\sigma, \sigma')$ 不可能为 δ 函数, 有不同的准则来判断 $A(\sigma, \sigma')$ 与 $\delta(\sigma - \sigma')$ 的接近程度^[10, 11]。其中最小均方准则是使代价函数

$$D(\sigma) = \int_{\Omega} |A(\sigma, \sigma') - \delta(\sigma, \sigma')|^2 d\sigma' \quad (11)$$

最小。

最小化代价函数得到

$$\frac{\partial D}{\partial a_k} = \sum_{i=1}^K a_i^*(\sigma) \int_{\Omega} g_k(\sigma')g_i^*(\sigma')d\sigma' - g_k(\sigma) = 0 \quad (12)$$

即

$$\sum_{i=1}^K a_i^*(\sigma)G_{k,i} = g_k(\sigma) \quad (13)$$

其中

$$G_{k,i} = \int_{\Omega} g_k(\sigma')g_i^*(\sigma')d\sigma' = \int_{-v_o}^{v_o} \int_{-s_o}^{s_o} g_k(s,v)g_i^*(s,v)dsdv \quad (14)$$

由式(13)求得

$$\mathbf{a}^* = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{g} \quad (15)$$

代入式(8)得到 $\hat{\gamma}(\sigma)$

$$\hat{\gamma}(\sigma) = \mathbf{a}^T \mathbf{y} \quad (16)$$

由式(14)知用 Backus-Gilbert 算法进行反演时, 若景物的高度范围和场景内目标变化速率小于其最大不模糊范围^[9], 系统过采样, 导致矩阵 \mathbf{G} 条件数变大而趋于病态, 另外观测数据 \mathbf{y} 中通常含有噪声分量, 这会导致反演结果恶化甚至根本无法得到反演结果。本文引入 Tikhonov 正则化技术来保证解的稳定性。

对于式(13), 依据 Tikhonov 正则化思想^[13], 定义离散泛函:

$$L = \|\mathbf{g} - \mathbf{G}\mathbf{a}^*\|_F^2 + \mu \|\mathbf{a}^*\|_F^2 \quad (17)$$

由极值点处泛函变分为零的变分原理, 推出 Euler 方程

$$(\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \mu \mathbf{I})\mathbf{a}^* = \mathbf{G}^H \mathbf{g} \quad (18)$$

则系数 \mathbf{a} 的正则解为

$$\mathbf{a}^* = (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{g} \quad (19)$$

综上所述, 将本文提出的方法归纳如下:

步骤 1 由式(5)求得 $g_{m,n}(m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N)$, 根据 $k = (n-1)M + m$, 将 $g_{m,n}$ 转化为列向量 $\mathbf{g} = [g_1(s,v), g_2(s,v), \dots, g_{MN}(s,v)]^T$, 将观测数据 $y_{m,n}$ 转化为列向量 $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{MN}]^T$;

步骤 2 将列向量 \mathbf{g} 代入式(14)计算矩阵 \mathbf{G} ;

步骤 3 根据式(19)计算系数 $\mathbf{a} = [a_1(s,v), a_2(s,v), \dots, a_{MN}(s,v)]^T$;

步骤 4 由式(16)得 $\hat{\gamma}(s,v) = \mathbf{a}^T \mathbf{y}$ 。

4 模拟仿真和性能分析

为了验证利用 Backus-Gilbert 算法反演差分干涉层析成像合成孔径雷达高度-速率 2 维像的性能, 本文进行了数字仿真实验。以机载平台 SAR 参数为例, 设雷达工作在 L 波段, 载频 $f_r = 1.3$ GHz, 载机飞行高度 $h = 5000$ m, 下视角 $\theta = 45^\circ$, 飞行次数 $N = 25$, 基线长度 $B = 500$ m, 成像场景目标高度最大不模糊范围为 $S_{\max} = 20$ m, 目标速率最大不模糊范围为 $V_{\max} = 0.288$ m/year, 沿 s 方向有两个散射点, 分别位于 $s_1 = -4$ m 和 $s_2 = 4$ m 处, 相应的变化速率分别为 $v_1 = 0.02$ m/year 和 $v_2 = -0.04$ m/year, 信噪比分别为 $\text{SNR}_1 = \text{SNR}_2 = 12$ dB。

假定载机每次航行只有一个天线, 即 $M = 1$ 。基线和时间非均匀采样, 成像场景高度范围 $s_o = 10$ m, 目标速率范围为 $v_o = 0.12$ m/year, 适当选择各次载机航行的基线长度, 使其能够尽可能

分散填充基线-时间 2 维平面。载机的位置分布以及该模式下傅里叶变换法和 Backus-Gilbert 算法成像结果如图 2 所示。其中载机各次航行在基线-时间平面的位置分布如图 2(a)所示，利用二维傅立叶变换获得的高度-速率维重建结果如图 2(b)所示，采用 Backus-Gilbert 算法得到的高度-速率维重建结果如图 2(c)所示。

由图 2(a)看出差分干涉层析成像合成孔径雷达系统高度-速率维成像获取的数据集是基线-时间两维空间的稀疏数据集，且由于基线和时间采样不均匀， $\omega b_m = 4\pi b_{\perp(m,n)} / \lambda r$ ($m = 1, 2, \dots, M$) 和 $\omega t_n = 4\pi t_n / \lambda$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 分别与基线和时间的分布有关。若直接对观测数据进行傅里叶变换来恢复目标函数，则因强副瓣存在，衰减情况不理想，成像效果很差。而 Backus-Gilbert 算法不受核函数采样不均匀的影响，且成像过程中利用了场景范围的先验信息，因而可改善成像质量，成像结果如图 2(c)所示。表 1 给出了单天线 SAR 系统下分别采用傅里叶变换法和 Backus-Gilbert 算法成像时信源 1 的 3 dB 主瓣宽度、峰值旁瓣比和积分旁瓣比。由表 1 看出 Backus-Gilbert 算法能够获得更好的分辨率和旁瓣质量，成像性能优于傅里叶变换法。

表 1 单天线 SAR 系统下傅里叶变换法和 Backus-Gilbert 法成像性能比较

信源 1	高度向 3dB 主瓣 宽度(m)	速率向 3dB 主瓣 宽度(cm)	峰值旁 瓣比 (dB)	积分旁 瓣比 (dB)
傅里叶 变换法	2.57	3.84	-3.93	-0.59
Backus- Gilbert 法	2.12	3.12	-8.35	-3.81

若采用多天线 SAR 系统，随着每次航行获得数据量的增加，成像效果会越来越好。考虑 3 天线 SAR 系统，载机每次航行天线数目 $M = 3$ ，相邻天线间的距离为 20 m，基线和时间非均匀采样。此时载机

的位置分布以及该模式下傅里叶变换法和 Backus-Gilbert 算法成像结果如图 3 所示。其中载机各次航行在基线-时间平面的位置分布如图 3(a)所示。利用 2 维傅里叶变换获得的高度-速率维重建结果如图 3(b)所示，采用 Backus-Gilbert 算法得到的高度-速率维重建结果如图 3(c)所示。表 2 给出了 3 天线 SAR 系统下分别采用傅里叶变换法和 Backus-Gilbert 算法成像时信源 1 的 3dB 主瓣宽度、峰值旁瓣比和积分旁瓣比。由表 2 看出 Backus-Gilbert 算法的分辨率和旁瓣比均好于傅里叶变换法。与单天线 SAR 系统相比，由于每次航行增加了两根基线，获得的两维稀疏空间数据变密，成像效果也比单天线情况好。

表 2 3 天线 SAR 系统下傅里叶变换法和 Backus-Gilbert 法成像性能比较

信源 1	高度向 3 dB 主瓣 宽度(m)	速率向 3 dB 主瓣 宽度(cm)	峰值旁 瓣比 (dB)	积分旁 瓣比 (dB)
傅里叶 变换法	2.55	3.64	-5.94	-2.50
Backus- Gilbert 法	2.03	2.76	-10.72	-7.83

由以上两组实验可以看出，Backus-Gilbert 算法能不受基线-时间采样不均匀的影响，改善成像质量。随着每次航行天线数的增加，Backus-Gilbert 算法成像效果越来越好，而直接傅里叶变换法受采样不均匀影响，成像效果改善并不理想，旁瓣依然很高。

5 结论

本文将差分干涉层析成像合成孔径雷达方位-斜距-高度-速率 4 维成像问题转化为高度-速率 2 维成像问题。利用 Backus-Gilbert 算法提出了一种基于逆问题的差分干涉合成孔径雷达层析成像方法，并引入 Tikhonov 正则化克服病态问题。文中考虑了单天线和 3 天线两种 SAR 系统差分干涉层析成像获

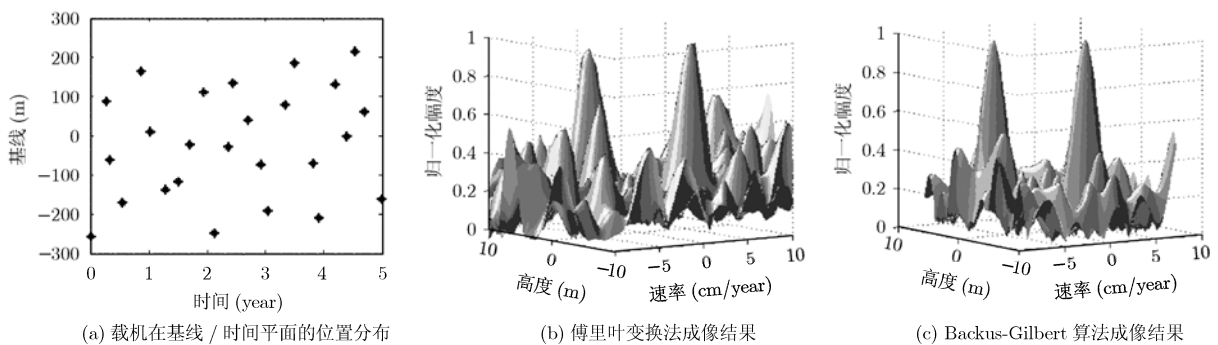


图 2 单天线载机位置分布以及该模式下两种算法成像结果比较

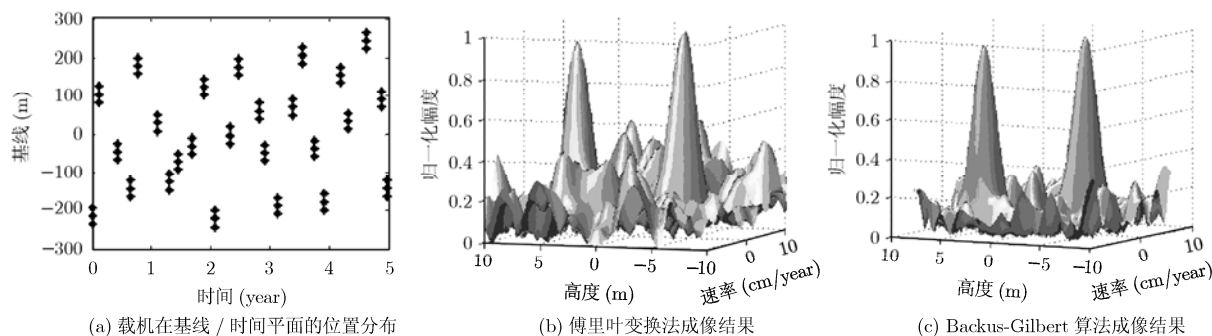


图3 3天线载机位置分布以及该模式下两种算法成像结果比较

得模式，分别利用傅里叶变换和本文提出的方法对高度-速率维成像，并对成像结果进行了比较和分析。仿真结果表明受基线时间采样不均匀的影响，直接傅里叶变换方法旁瓣很高，成像效果不理想。而本文提出的方法能够克服基线时间采样不均匀的影响，改善了成像质量。

参考文献

- [1] Reigber A and Moreira A. First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-band data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, 38(5): 2142-2152.
- [2] Lombardini F, Pardini M, and Verrazzani L. A robust multibaseline sector interpolator for 3D SAR imaging. Proceedings of EUSAR 2008, Friedrichshafen, Germany, June 2008, (2): 69-72.
- [3] Nannini M, Scheiber R, and Horn R. Imaging of targets beneath foliage with SAR tomography. Proceedings of EUSAR 2008, Friedrichshafen, Germany, June 2008, (3): 241-244.
- [4] Damoah-afari P, Ding Xiao-li, and Li Zhi-wei, *et al.* Six years of land subsidence in shanghai revealed by JERS-1 SAR data. Proceedings of IEEE IGARSS 2007, Barcelona Spain, July 2007: 2093-2097.
- [5] Lombardini F. Differential tomography: A new framework for SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(1): 1-8.
- [6] Lombardini F. New potentials of differential SAR tomography: volumetric differential interferometry and robust DEM generation. Proceedings of IEEE IGARSS 2007, Barcelona Spain, July 2007: 5281-5284.
- [7] Serafino F, Soldovieri F, and Lombardini F, *et al.* Singular value decomposition applied to 4D SAR imaging. Proceedings of IEEE IGARSS 2005, Seoul, Korea, July 2005: 2701-2704.
- [8] Hon Y C and Wei T. Backus-Gilbert Algorithm for the Cauchy Problem of the Laplace Equation. Institute of physics Publishing, 2000: 261-271.
- [9] Fornaro G, Serafino F, and Soldovieri F. Three-dimensional focusing with multipass SAR data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2003, 41(3): 507-517.
- [10] Fornaro G, Lombardini F, and Serafino F. Three-dimensional multipass SAR focusing: experiments with long-term spaceborne data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(4): 702-714.
- [11] Xia Xiang-gen, C-C Jay Kuo, and Zhang Zhen. The generalized Backus-Gilbert inversion method for signal recovery in multiresolution spaces. Proceedings of ICASSP 1994, Adelaide, SA, Australia, 1994: 281-284.
- [12] Caccin B, Roberti C, and Russo P, *et al.* The Backus-Gilbert inversion method and the processing of sampled data. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(11): 2823-2825.
- [13] Anterrieu E. Regularization of an inverse problem in remote sensing imaging by aperture synthesis. Proceedings of ICASSP 2006, Toulouse, France, 2006: 805-808.

任笑真：女，1984年生，博士生，研究方向为合成孔径雷达三维成像技术研究。

杨汝良：男，1943年生，研究员，博士生导师，研究方向为机载及星载合成孔径雷达系统、小卫星合成孔径雷达系统等。