

## 钙离子体系的振动双共振控制

施建成\* 董涛

(广西师范学院化学与生命科学学院, 南宁 530001)

**摘要:** 研究了钙离子振荡体系在高、低两种不同频率信号作用下所产生的振动双共振(VBR)及其控制方法. 结果表明: 系统对低频信号响应的幅值随高频信号振幅的变化产生了振动双共振现象, 并且低频信号的频率越低, 振幅越大, 系统通过振动双共振对微弱低频信号的放大倍数越大. 体系离霍普夫(Hopf)分岔点的距离越近(控制参数域值越小), 体系发生振动双共振所需要的最大高频信号幅值越往大的方向漂移, 同时体系振动双共振的强度越小. 细胞内钙波形成过程中的反馈机制对体系振动双共振的增强和减弱起着重要的作用, 即正反馈机制对体系振动双共振强度起增强的作用, 而负反馈机制却起减弱的作用. 另外, 体系中引入噪音所产生的随机共振不仅削弱振动双共振的强度而且还影响振动峰的个数, 也发现存在极限噪音强度使体系产生不同的振荡行为, 极限噪音强度之下, 体系产生 VBR 现象, 而极限噪音强度之上, 体系则发生单峰共振现象.

**关键词:** 钙离子体系; 振动双共振; 随机共振; 噪音; 外信号

**中图分类号:** O641

## Control of Vibrational Biresonance in a Calcium Ion System

SHI Jian-Cheng\* DONG Tao

(College of Chemistry and Life Sciences, Guangxi Teachers Education University, Nanning 530001, P. R. China)

**Abstract:** The vibrational biresonance (VBR) and its control in a calcium ion oscillation system under the influence of low-frequency and high-frequency signals were studied. Results show that calcium ion oscillations consist of two peaks (VBR) under the influence of a low-frequency signal and that the amplitude increases under the influence of a high-frequency signal. The weak signal with lower frequency and higher amplitude is more likely to be amplified during VBR. Close to the Hopf bifurcation point (small control parameter threshold), VBR is weak and the maximum amplitude of the high-frequency signal gradually shifts to higher values. The feedback mechanism plays an important role in the amplification and suppression of VBR during the formation of calcium waves in cells. A positive feedback mechanism, therefore, enhances the VBR while a negative feedback mechanism decreases the VBR. Furthermore, when noise is introduced into the system, the stochastic resonance (SR) suppresses the VBR and influences the number of vibrational resonance (VR) peaks. A critical level of noise exists for different resonant behaviors and when the noise intensity is below a critical level VBR occurs, while above the critical level a single VR peak appears.

**Key Words:** Calcium ion system; Vibrational biresonance; Stochastic resonance; Noise; External signal

自 Benzi 等<sup>[1]</sup>研究古气象冰川问题时提出了随机共振概念以来, 人们在物理体系<sup>[2-3]</sup>、化学体系<sup>[4]</sup>和生物体系<sup>[5]</sup>等对其进行了广泛而深入的研究. Landa 课题组<sup>[6]</sup>于 2000 年发现了另一种与随机共振相关的振动共振现象并引起了人们的关注. 振动共振是非线性系统在高、低两种不同频率信号作用下, 以高

频信号为调制信号, 通过调节高频信号的幅值或频率来改变系统的动力学特性, 使系统对低频信号的响应幅值达到极值<sup>[7]</sup>. 到目前为止, 人们在双稳<sup>[8-10]</sup>、可激<sup>[11]</sup>、空间扩展<sup>[12]</sup>等系统进行了研究并都发现了振动共振现象. 例如 Gandhimathi 等<sup>[13]</sup>在两个耦合的过阻尼非谐振振荡体系中引入高、低频率的外信号

Received: November 9, 2009; Revised: November 23, 2009; Published on Web: December 28, 2009.

\*Corresponding author. Email: mfai668@sina.com; Tel: +86-771-3908065.

The project was supported by the Research Foundation of Education Bureau of Guangxi Province, China (200707LX178).

广西教育厅科研基金(200707LX178)资助项目

以及噪音的研究中,对体系发生的振动共振和随机共振进行了深入的比较.林敏等<sup>[7,14]</sup>在分析非线性双稳系统在高、低两种不同频率信号作用下的动力学特性时提出了基于振动共振的随机共振控制方法,同时他们在双稳类系统中随机共振的控制及其应用的研究中提供了可靠的理论依据.这些研究具有一个共同的特点:高频信号在振动共振中所起的作用类似于随机共振中噪声的作用,通过振动共振现象,弱小的信号可以被放大、检测,这在信号的处理方面具有非同寻常的意义.众所周知随机共振的产生是弱周期信号、噪声和非线性系统三者协同作用的结果,而在实际应用中输入的周期信号和噪声是给定的,非线性系统的结构参数往往也是固定的,要改变其相关的势垒高度或阈值是困难的,有时甚至是不可能的,这就给随机共振的控制带来了不便<sup>[14]</sup>.相比较而言振动共振的发生所需要的两种不同频率的信号确实存在,并且通过调节高频信号的幅值或频率来改变系统的动力学特性,使系统对低频信号的响应幅值达到极值更容易实现.

钙离子是活体细胞中重要的第二信使物质之一,它通过振荡的形式控制着许多重要的生命活动过程,如:细胞的分化、成熟和死亡,肌肉的收缩,基因的表达等<sup>[15-17]</sup>.因而近年来,对细胞内钙离子振荡行为的研究已成为研究热点之一.如在单一钙离子振荡体系中发现了显式内信号随机共振<sup>[18]</sup>、隐式内信号随机共振<sup>[19]</sup>、双重随机共振<sup>[20-21]</sup>;另外人们还研究了耦合细胞体系中钙离子振荡体系的动力学行为,讨论了耦合强度、噪声强度和耦合方式对信号传递的影响<sup>[22]</sup>和体系尺度共振现象<sup>[23]</sup>.但对钙离子振荡体系进行振动双共振方面的研究到目前为止还未见报道.因此,本文的目的是想研究高、低两种不同频率信号和噪音的引入对细胞内钙离子振荡行为的影响,希望通过该研究能够揭示钙离子振荡体系振动双共振控制的方法,并以此给其它相关领域的振荡研究提供理论的参考.

## 1 模型与计算方法

本文采用 Höfer<sup>[24]</sup>和 Gracheva 等<sup>[25]</sup>提出的肝细胞内钙离子的振荡模型,其动力学方程如下:

$$\frac{dx}{dt} = \rho \left( v_0 + v_c \frac{P}{k_0 + P} - v_4 \frac{x^2}{k_4^2 + x^2} + \frac{\alpha k_1(x, P)}{\beta} (z - (1 + \beta)x) - \alpha v_3 \frac{x^2}{k_3^2 + x^2} \right) \quad (1a)$$

$$\frac{dz}{dt} = \rho \left( v_0 + v_c \frac{P}{k_0 + P} - v_4 \frac{x^2}{k_4^2 + x^2} \right) \quad (1b)$$

$$k_1(x, P) = k_1 \left( \frac{d_2(d_1 + P)Px}{(d_p + P)(d_a + x)(d_2(d_1 + P) + x(d_3 + P))} \right)^3 + k_2 \quad (1c)$$

其中  $x$  和  $z$  分别表示胞浆内的钙离子浓度和细胞内总的钙离子浓度.  $P$  表示细胞中  $IP_3$ (三磷酸腺苷: inositol 1,4,5-trisphosphate) 的浓度,它反映了外界对细胞刺激水平的大小.方程(1a)和(1b)描述了钙离子浓度确定性的演化过程,方程(1c)描述细胞  $IP_3$  受体的动力学行为.本研究选择细胞中  $IP_3$  的浓度  $P$  作为控制参数.根据参考文献[24],该体系在  $P=1.450 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$  和  $P=8.892 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$  处存在两个霍普夫(Hopf)分叉点,这为我们选取控制参数的值提供了依据.  $\alpha=2.0$ ,  $\beta=0.2$ ,  $\rho=0.2 \text{ L} \cdot \mu\text{mol}^{-1}$ , 它们是描述细胞结构的参数,  $v_0=0.2 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , 是细胞从环境中渗入钙离子的速率,  $v_c=4.0 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , 是  $IP_3$  诱导钙离子流入细胞的最大速率,  $v_4=3.6 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , 是钙离子流出细胞的最大速率.模型中所用的相关参数还有:  $v_3=9.0 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $k_0=4.0 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $k_1=40.0 \text{ s}^{-1}$ ,  $k_2=0.02 \text{ s}^{-1}$ ,  $k_3=0.12 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $k_4=0.12 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ;  $d_1=0.3 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $d_2=0.4 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $d_3=0.2 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $d_p=0.2 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ ,  $d_a=0.4 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ , 这些参数的物理意义可参考文献[24-25].

为研究高、低两种不同频率信号和噪音的引入对细胞内钙离子振荡行为的影响,我们在方程(1a)中加入了高频和低频信号,以及噪音,因此方程(1a)变为:

$$\frac{dx}{dt} = \rho \left( v_0 + v_c \frac{P}{k_0 + P} - v_4 \frac{x^2}{k_4^2 + x^2} + \frac{\alpha k_1(x, P)}{\beta} (z - (1 + \beta)x) - \alpha v_3 \frac{x^2}{k_3^2 + x^2} \right) + A \sin(\omega t) + B \sin(\Omega t) + D \xi(t) \quad (2)$$

方程(2)中的第二项表示加入的低频信号,振幅为  $A$ , 频率为  $\omega$ ; 第三项表示加入的高频信号,振幅为  $B$ , 频率为  $\Omega$ , 一般  $\Omega \gg \omega$ ; 第四项表示加入的高斯白噪音,它满足如下关系:  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = 2D \delta(t - t')$ ,  $D$  为噪音强度.

研究中,钙离子振荡体系的振动双共振采用系统在低频信号频率  $\omega$  处的响应振幅  $Q$  表征<sup>[11]</sup>.计算公式如下:

$$Q = \sqrt{Q_{\sin}^2 + Q_{\cos}^2} \quad (3)$$

$$Q_{\sin} = \frac{\omega}{\pi n} \int_0^{2\pi n/\omega} x(t) \sin(\omega t) dt \quad (4)$$

$$Q_{\cos} = \frac{\omega}{\pi n} \int_0^{2\pi/\omega} x(t) \cos(\omega t) dt \quad (5)$$

该体系的动力学方程式(2)是用步长为 0.01 时间单位的四阶龙格-库塔方法进行数值计算的. 计算中持续时间为 500 个时间单位. 每个数据是通过 20 次循环计算获得的平均值.

## 2 结果与讨论

为了揭示高、低两种不同频率信号的引入对细胞内钙离子振荡行为的影响, 令噪音强度  $D=0$  (即暂不考虑噪音的影响), 并取控制参数  $IP_3$  的浓度值  $P=1.400 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$  (即处在第一个霍普夫(Hopf)分岔点附近), 以使系统处于稳定态. 高频信号频率选为  $\Omega=5$ , 低频信号频率  $\omega=0.1$ , 以保证  $\Omega \gg \omega$ . 图 1 是系统在低频信号  $\omega$  处的响应振幅  $Q$  随高频信号振幅  $B$  的变化情况. 从图 1 可观察到, 随着高频信号振幅  $B$  的增大, 系统在低频信号频率  $\omega$  的响应振幅  $Q$  出现了两个明显的峰, 表现为明显的振动双共振<sup>[20-21]</sup>. 振动双共振的出现说明体系的微弱信号可以在不同的高频信号振幅处被多次放大, 这对生命体系生物信号的处理和传递研究非常重要<sup>[19]</sup>. 振动双共振出现的原因可能是高频信号和低频信号之间的振幅存在两个最佳匹配, 所以随着高频信号振幅的变化, 系统出现了振动双共振的现象. 可见振动共振中高频信号所起的作用类似于随机共振中噪声所起的作用<sup>[6]</sup>.

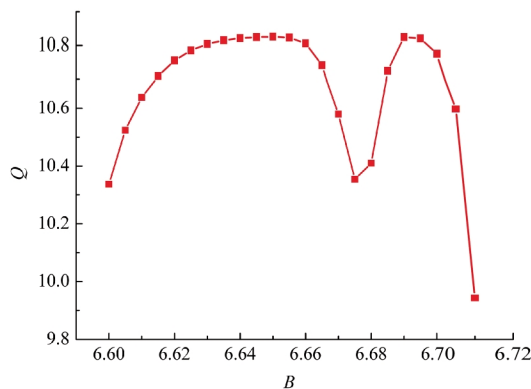


图 1 系统对低频信号的响应振幅( $Q$ )随高频信号振幅( $B$ )的变化

Fig.1 Response ( $Q$ ) of the system to low-frequency signal vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal

parameters: concentration of  $IP_3$  ( $P$ )= $1.400 \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ , the frequency of the high-frequency signal ( $\Omega$ )= $5$ , the amplitude of the low-frequency signal ( $A$ )= $0.01$ , the frequency of the low-frequency signal ( $\omega$ )= $0.1$

1999 年, Gammaitoni 小组<sup>[26]</sup>在研究修正过的施密特电路中的随机共振行为时, 提出了控制随机共振行为的思想, 即通过调节加入到体系中的两个外信号的初相来实现随机共振行为的控制, 也就是达到提高或者抑制随机共振的行为. 鉴于此研究思想, 对于钙离子振荡体系, 怎样从高频信号的调制入手对其振动双共振的强度进行控制, 从而使钙离子振荡体系的微弱信号得以放大以便于在检测的研究中提供理论的指导?

### 2.1 控制参数域值对振动双共振的影响

参考文献[19]在研究细胞内钙离子体系的双参数内信号随机共振时发现, 体系距离 Hopf 分岔点的远近能够提高或抑制内信号随机双共振的强度. 那么体系距离分岔点的远近对系统的振动双共振是否也有影响? 为了回答这个问题, 我们研究了体系处于稳定态下的不同控制参数时(第一个 Hopf 分岔点附近), 系统在低频信号频率  $\omega$  处的响应振幅  $Q$  随高频信号振幅  $B$  的变化情况(见图 2). 如图 2 所示, 随控制参数距离分岔点越近, 即控制参数域值越小, 系统在低频信号频率  $\omega$  处的响应振幅  $Q$  随高频信号振幅  $B$  的变化发生曲线右移的现象, 并且振动双共振的强度逐渐下降. 产生这一现象的原因如下: 细胞内  $Ca^{2+}$  信号的来源包括胞外  $Ca^{2+}$  跨膜内流和胞内钙库的  $Ca^{2+}$  释放, 而外界周期信号正是通过胞外  $Ca^{2+}$  跨膜内流传入细胞内的,  $Ca^{2+}$  从胞外跨膜内流的主要途径是质膜上的钙离子通道, 当  $Ca^{2+}$  通道打开

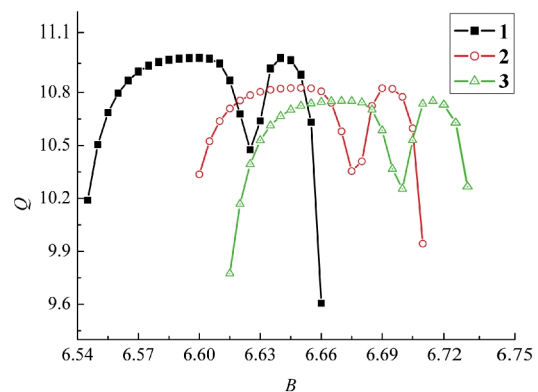


图 2 不同控制参数条件下系统在低频信号频率( $\omega$ )处的响应振幅( $Q$ )随高频信号振幅( $B$ )的变化

Fig.2 Response ( $Q$ ) of the system at the frequency ( $\omega$ ) of the low-frequency signal vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal at various control parameters

$P/(\mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$ : 1.320 (curve 1), 1.400 (curve 2), 1.440 (curve 3); Other parameters are the same as those in Fig.1.

时,  $Ca^{2+}$ 是以扩散形式按一定的扩散压差从胞外涌入胞内, 而  $IP_3$  的生理功能主要是引起胞内钙库钙的释放,  $P$  值越大, 即  $IP_3$  的浓度越大, 胞内钙库释放的钙就越多, 细胞质中的钙浓度增大, 从而减小了细胞内外的钙浓度差, 不利于  $Ca^{2+}$ 以扩散形式从胞外涌入胞内, 为了抵消这一不利影响, 细胞需要更大振幅的高频信号以传递更多的能量给低频信号来增强低频信号向胞内的传递, 但这一增强作用并不足以完全抵消  $P$  值增大带来的影响, 因此, 我们观察到随着  $P$  值的增大, 系统发生振动双共振强度减小并且所需高频信号的振幅逐渐增大的现象<sup>[27]</sup>. 结果说明通过改变体系控制参数域值可以提高或抑制系统振动双共振的强度, 也就是说在控制随机共振中常用的改变控制参数的方法对振动双共振的控制同样有效. 值得注意的是, 我们课题组<sup>[28]</sup>研究布鲁塞尔化学体系相干共振的诱导和增强以及张季谦等<sup>[29]</sup>研究肝细胞中环境噪声所诱导的双重随机共振时, 都得出了处于稳定态下的体系受到噪音的调制所产生的随机共振强度随控制参数与分岔点之间的差值减小(控制参数域值减小)而增强的结论, 与本文所得结论相反. 产生结果上差异的原因我们认为可能是: 文献[20,28]的体系也处于稳定态, 此时不存在确定性振荡, 当受到噪音扰动后, 体系便会在噪音协助下跨过临界分岔点到达固有振荡区而产生振荡信号, 此时如果噪音控制的时间尺度与噪音诱导振荡信号控制的时间尺度之间达到最佳匹配, 共振现象就会出现<sup>[19]</sup>. 此过程中存在着噪声能量向信号能量转移的机理, 而这一能量转移的大小反映了随机共振效应的强烈程度, 控制随机共振就是要提高系统的随机共振效应, 使得有更多的噪声能量转移到信号上<sup>[14]</sup>. 而振动共振是在低频  $\omega$  信号作用下, 通过调节高频信号的幅值(频率)或系统参数可使系统响应进入共振状态, 共振状态下的频率特性表明弱低频信号从系统中获得了更多的能量<sup>[29]</sup>. 此时体系不存在跨过临界分岔点到达固有振荡区的过程. 从上述的分析可见, 两种共振现象产生的机制不同, 自然得到的结果有异. 对于所产生的差异, 目前人们还没有提出一个合适的理论对此做出较为合理的解释, 因而进一步的理论研究将有助于揭示这一重要的现象. 同时我们期望能够在实验中来验证这一理论结果, 并且对实验研究能够提供一定的帮助.

**2.2 正反馈和负反馈机制对体系振动双共振的影响**  
对于参数是固定的或是不可改变的钙离子振荡

体系, 为了人为地产生振动双共振或增强钙离子振荡体系输出信号的功率、提高输出信号的响应振幅  $Q$ , 必须通过调整控制对象以外的参数才能影响系统的输出<sup>[30]</sup>. 文献[27]进行耦合肝细胞中钙信号的同步性研究时指出, 细胞中钙诱导的钙释放通过正反馈和负反馈机制可以使足够数量的基本单位的钙信号(钙闪烁和钙团信号)发生协同作用从而形成整体钙信号(钙波), 最初钙诱导的钙释放是一种正反馈效应, 后期当  $Ca^{2+}$ 积累多了就会激活负反馈机制. 而钙波是细胞准确传递各种复杂外部刺激信号的钙信号之一, 可以预计, 来自细胞外部的低频信号在细胞内的传递过程不可避免地也会受到这种正负反馈机制的影响, 因此研究这种正负反馈机制对系统振动共振的影响是必要的. 林敏等<sup>[30]</sup>在研究双稳系统随机共振的控制时提出了采用反馈机制来控制随机共振的方法. 该方法能有效地控制随机共振的产生和所产生的共振效应, 特别适用于系统参数固定或难以改变的体系. 本研究借鉴了文献[30]中的反馈技术, 提出了如图 3 所示的振动共振线性反馈控制原理. 因此与图 3 相应的方程 1(a)变为:

$$\frac{dx}{dt} = \rho(v_0 + v_c \frac{P}{k_0 + P} - v_4 \frac{x^2}{k_4^2 + x^2} + \frac{\alpha k_r(x, P)}{\beta} (z - (1 + \beta)x - \alpha v_3 \frac{x^2}{k_3^2 + x^2})) + A \sin(\omega t) + B \sin(\Omega t) \pm f(x) \quad (6)$$

方程(6)中  $f(x)$ 是反馈函数, 反馈函数前的正负号分别表示正负反馈机制, 取反馈函数  $f(x)=kx$ , 其中  $k$  是反馈参数. 其它项的含义与方程(2)中的相同. 研究发现: 线性正反馈时, 与没有反馈作用时相比, 振动双共振的强度得到了增强, 而且随着正反馈参数的增大, 振动双共振的强度逐渐增大(对比图 4(a)中的曲线 1-5); 而线性负反馈时, 与没有反馈作用时的

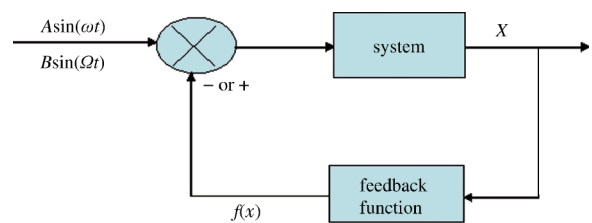


图 3 振动共振的反馈控制示意图

**Fig.3 Scheme of the feedback control for vibrational biresonance**

$A \sin(\omega t)$  and  $B \sin(\Omega t)$  are the low-frequency and high-frequency signals, respectively. parameters:  $A$  and  $B$  (the amplitude of signals),  $\omega$  and  $\Omega$  (the frequency of signals),  $f(x)$  is the feedback function, + and - denote the positive and negative feedbacks, respectively.



相比, 振动双共振却得到了减弱, 且随反馈参数的增大, 振动双共振的强度逐渐减小(对比图 4(b)中的曲线1-5). 这表明正反馈条件下, 通过增大反馈参数可以提高系统振动双共振的强度, 而负反馈条件下, 增大反馈参数则可以抑制系统振动双共振的强度.

控制振动双共振的一种最直接的方法是改变系统参数, 使系统在高、低两种不同频率信号作用下, 以高频信号为调制信号, 通过调节高频信号的幅值或频率来改变系统的动力学特性, 使系统对低频信号的响应幅值达到极值, 从而产生振动双共振或使其产生的共振效应更加强烈. 然而, 在实际问题中系统的参数常常是客观给定不可改变或对参数的改变要付出极大的代价. 采用上述反馈控制技术的不同反馈机制和调节反馈参数可以十分方便有效地调节和控制系统振动双共振的产生和强度, 实现弱低频信号能从系统中获得更多的能量<sup>[30]</sup>.

### 2.3 低频信号的频率和振幅值对振动双共振的影响

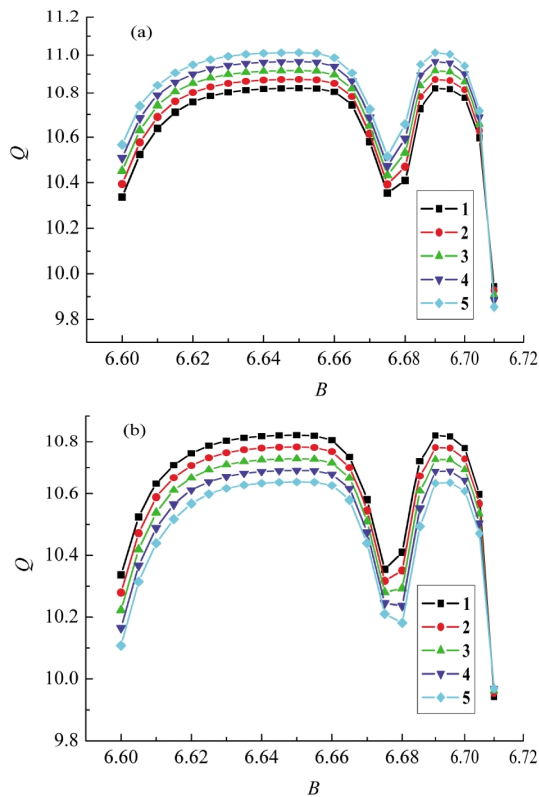


图4 线性正反馈(a)和线性负反馈(b)时, 不同反馈参数( $k$ )条件下系统  $Q$  值随高频信号振幅( $B$ )的变化曲线

Fig.4 Response ( $Q$ ) of the system vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal for the linear positive feedback (a) and the linear negative feedback (b) at various feedback parameters ( $k$ )

$k$ : 0 (curve 1), 0.0002 (curve 2), 0.0004 (curve 3), 0.0006 (curve 4), 0.0008 (curve 5); Other parameters are the same as those in Fig.1.

通过上述研究, 我们得知系统通过振动双共振可以把微弱的低频信号加以放大, 那么这种放大作用是否仅对特定的微弱低频信号有效呢? 为此, 我们进一步研究了低频信号取不同的振幅或频率值时, 系统  $Q$  值随高频信号振幅  $B$  的变化情况(图 5). 从图 5 可看出, 随着低频信号振幅的增大, 系统的振动双共振强度逐渐增大并且出现共振峰左移的现象, 说明系统达到共振所需的高频信号振幅逐渐减小, 也就是随低频信号振幅的增大, 系统对高频信号越来越敏感. 原因可能是低频率信号的振幅越大, 系统达到共振所需的高频信号的能量就越小, 即所需的高频信号的振幅越小. 图 6 是低频信号频率  $\omega$  分别取 0.01, 0.2, 0.3 时系统  $Q$  值随高频信号振幅  $B$  的变化情况. 从图 6(a-c)不难发现, 低频频率为 0.01 时, 系统的最大  $Q$  值大约为 123, 随低频频率增至 0.2 时, 系统的最大  $Q$  值却降为 5.6, 频率增到 0.3 时, 最大  $Q$  值仅约为 3.7. 说明随低频信号频率增大, 系统的振动双共振强度减弱. 林敏等<sup>[7,29]</sup>在研究双稳系统的振动共振时也发现了类似的规律, 即低频信号频率越低通过振动双共振可以得到低频信号更大的放大倍数. 根据图 5 和 6 的结果, 我们可总结得到: 低频信号频率( $\omega$ )在 0.01-0.3, 低频信号振幅( $A$ )在 0.01-0.1 范围内, 低频信号的频率取值越小, 振幅取值越大, 系统通过振动双共振对微弱低频信号的放大倍数越大. 为了进一步验证这一结论, 我们研究了具有不同振幅和频率的低频信号的系统  $Q$  值随高频信号振幅  $B$  的变化趋势. 如图 7 所示, 曲线 1

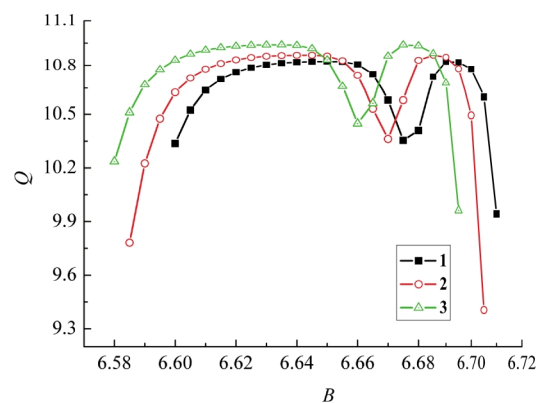


图5 低频信号振幅( $A$ )取不同值时系统  $Q$  值随高频信号振幅( $B$ )的变化曲线

Fig.5 Response ( $Q$ ) of the system vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal at various amplitudes ( $A$ ) of low-frequency signals

$A$ : 0.01 (curve 1), 0.05 (curve 2), 0.1 (curve 3); Other parameters are the same as those in Fig.1.

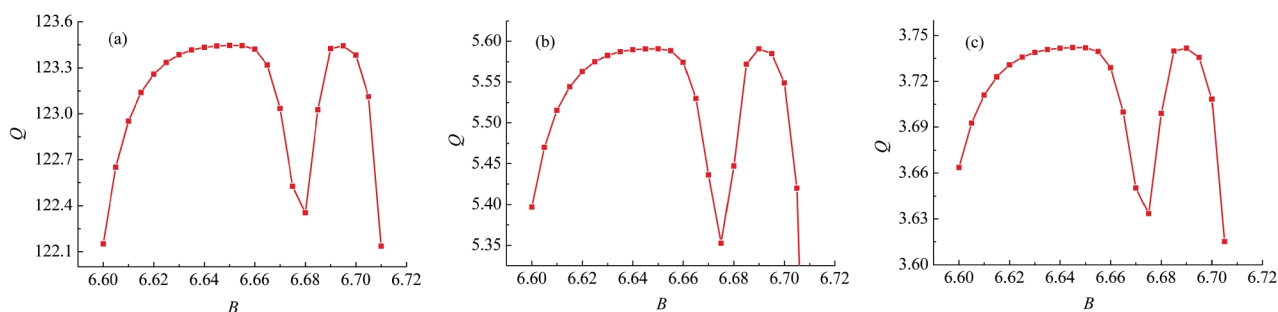


图6 低频信号频率( $\omega$ )取不同值时系统  $Q$  值随高频信号振幅( $B$ )的变化曲线  
**Fig.6 Response ( $Q$ ) of the system vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal at various frequencies ( $\omega$ ) of low-frequency signals**  
 $\omega$ : (a) 0.01, (b) 0.2, (c) 0.3; Other parameters are the same as those in Fig.1.

为低频信号频率  $\omega=0.05$ , 低频信号振幅  $A=0.05$  的情况; 曲线 2 为低频信号频率  $\omega=0.15$ , 低频信号振幅  $A=0.005$  情况. 对比曲线 1 和 2, 不难发现具有较大振幅、较低频率的低频信号的振动双共振强度明显大于较小振幅、较高频率的低频信号的振动双共振强度, 这说明低频信号的频率越低, 振幅越大, 越有利于系统对微弱低频信号的放大, 进一步证实了图 5 和图 6 所得的结论. 现实中处于复杂环境里的细胞会受到来自胞外具有不同频率和振幅信号的作用, 这些信号包括各种高频信号和低频信号, 细胞可能就是利用振动共振把不同频率和振幅的微弱低频信号加以不同程度的放大, 从而大大提高了对胞外微弱低频信号刺激的响应能力.

#### 2.4 随机共振对振动双共振的影响

以上的研究是在不存在噪音的情况下系统振荡行为的结果. 事实上, 真实体系中, 噪音的存在不可避免, 因此噪音对体系振荡行为的影响或多或少都会存在. 如图 8 所示: 当噪音强度  $D=0$  (即系统仅受到高频信号的调制) 时, 系统有振动双共振的现象出现. 但引入噪音时, 随着噪音强度由  $1.0 \times 10^{-6}$  增到  $8.0 \times 10^{-6}$  时, 系统的振动双共振强度受到削弱, 尤其以  $B$  值更大的共振峰受到的削弱程度为甚 (图 8(a)). 随着噪音强度由  $1.0 \times 10^{-5}$  继续增大到  $6.0 \times 10^{-5}$  时, 从图 8(b) 可观察到系统在噪音强度为  $1.0 \times 10^{-5}$  和  $2.0 \times 10^{-5}$  仍为振动双共振, 但从  $4.0 \times 10^{-5}$  到  $6.0 \times 10^{-5}$  时却变成了单峰振动共振. 这说明噪音对系统的振动双共振具有抑制作用, 也影响振动共振峰的个数. 同时也说明体系受到噪音影响时, 存在一个临界噪音强度 ( $D_c=4.0 \times 10^{-5}$ ), 当噪音强度小于临界值时, 系统出现振动双共振, 大于临界值时, 系统的振动双共振则转变成单峰振动共振. 这表明通过调节噪音的

强度不仅可以实现对系统振动双共振强度的控制还可以影响振动共振峰的个数. 这为我们控制系统的振动共振提供了一种方法. 上述结果发生的原因, 我们推测可能是噪音对体系的调制产生了随机共振, 正是随机共振和振动共振的相互作用使体系的振动共振强度受到了影响<sup>[7,13-14]</sup>. 为证实这一推测, 我们也研究了系统在低频信号  $\omega$  处的响应振幅  $Q$  随噪音强度的变化情况 (见图 9). 首先我们令高频信号振幅  $B=0$ , 让系统仅受噪音的扰动. 从图 9 曲线 1 可观察到, 随噪音强度的增大, 系统的  $Q$  值先增大, 在最佳的噪音强度下达到极大值, 然后随噪音强度的继续增大而开始减小, 表现为明显的随机共振现象. 当存在高频信号的调节时, 随着高频信号振幅  $B$  的增大, 系统的随机共振强度减小 (曲线 2-6), 这表明高频信号对系统的随机共振具有抑制作用. 另外, 当高频信

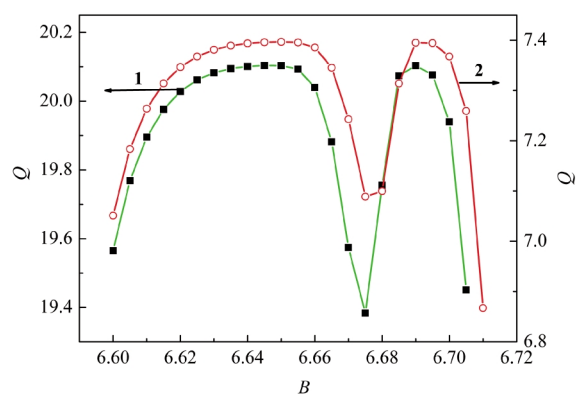
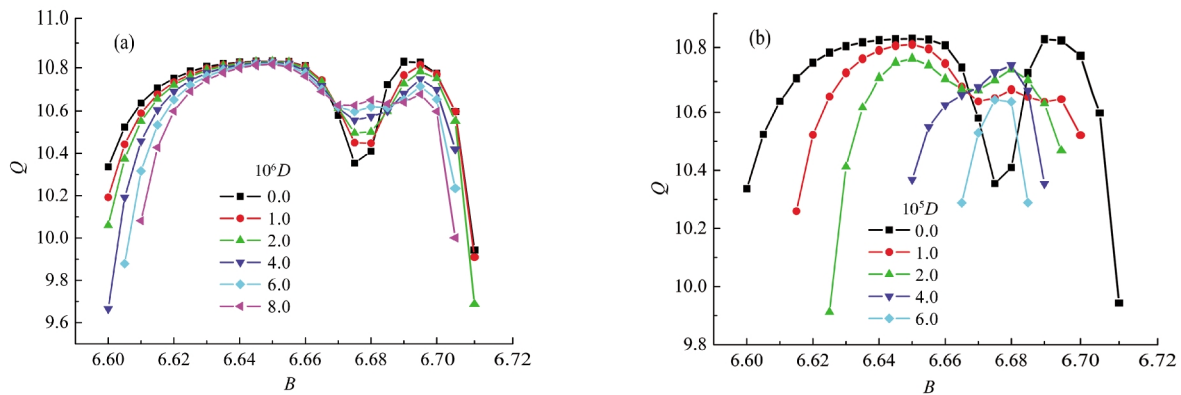


图7 不同振幅和频率的低频信号的系统  $Q$  值随高频信号振幅( $B$ )的变化曲线

**Fig.7 Response ( $Q$ ) of the system vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal at various frequencies and amplitudes of low-frequency signals**

curve 1:  $\omega=0.05$ ,  $A=0.05$ ; curve 2:  $\omega=0.15$ ,  $A=0.005$ .

Other parameters are the same as those in Fig.1.

图8 不同噪声强度下系统  $Q$  值随高频信号振幅( $B$ )的变化曲线Fig.8 Response ( $Q$ ) of the system vs the amplitude ( $B$ ) of the high-frequency signal

$D$ : noise intensity; Other parameters are the same as those in Fig.1.

号振幅  $B=0.3$  时, 系统的随机共振被完全破坏了(曲线 7). 这说明存在临界高频信号振幅值, 当高频信号振幅小于临界值时, 系统出现随机共振的现象, 大于临界值时, 系统的随机共振将被破坏. 通过图 9 的结论说明: 噪音对体系的调制产生了随机共振, 而高频信号对体系的调制则产生了振动共振. 但由于系统随机共振和振动共振之间的相互影响使图 9 中的随机共振强度受到了削弱. 该结果也预示着可以利用两者之间的相互作用, 通过振动共振实现调节随机共振的目的或通过随机共振来达到调节振动共振的目的, 特别是用振动共振来控制随机共振, 可使幅值更小的低频信号也能产生随机共振, 拓宽了随机共振的应用范围, 特别有利于深埋于噪声中的微弱信号检测<sup>[7,13-14]</sup>.

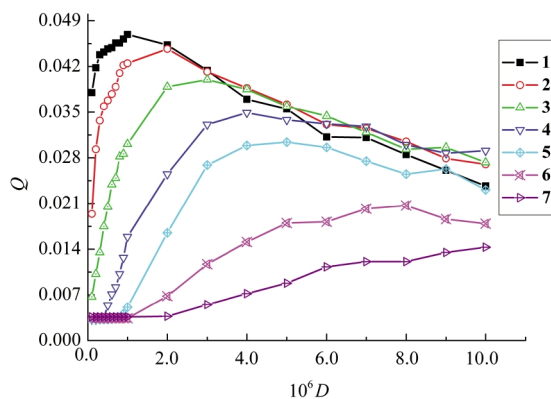


图9 不同振幅的高频信号对系统随机共振的影响

Fig.9 Effect of high-frequency signals with different amplitudes ( $B$ ) on stochastic resonance

$B$ : 0 (curve 1); 0.04 (curve 2); 0.06 (curve 3); 0.08 (curve 4); 0.1 (curve 5); 0.2 (curve 6), 0.3 (curve 7). Other parameters are the same as those in Fig.1.

### 3 结论

本文研究了钙离子振荡体系在高、低两种不同频率信号作用下所产生的振动双共振(VBR)现象及其控制. 结果表明: 系统对低频信号响应的幅值随高频信号振幅的变化产生了 VBR 的现象, 并且低频信号的频率越低, 振幅越大, 系统通过 VBR 对微弱低频信号的放大倍数越大. 体系距离霍普夫(Hopf)分岔点越近(控制参数域值越小), 体系 VBR 强度越小. 细胞内钙波形成过程中的正反馈机制对体系 VBR 强度起增强的作用, 而负反馈机制却起减弱的作用. 另外, 体系中引入的噪音所产生的随机共振不仅削弱着 VBR 的强度还影响着振动共振峰的个数, 也发现存在极限噪音强度使体系产生不同的振荡行为, 极限噪音强度之下, 体系产生 VBR 现象, 而极限噪音强度之上, 则体系发生单峰振荡共振的现象. 所得结论期望能在使微弱的化学反应信号得到放大以便于检测的研究中提供理论的指导, 同时也期望能对其它化学体系中非线性现象的研究及振动共振的控制提供理论的指导和参考.

### References

- 1 Benzi, R.; Sutera, A.; Vulpiana, A. *J. Phys. A-Math. Gen.*, **1981**, **14**: 453
- 2 Jung, P.; Wiesenfeld, K. *Nature*, **1997**, **385**: 291
- 3 Alibegov, M. M. *Phys. Rev. E*, **1999**, **59**: 4841
- 4 Hou, Z. H.; Yang, L. F.; Xin, H. W. *J. Chem. Phys.*, **1999**, **111**: 1592
- 5 Li, Q. S.; Lang, X. F. *Biophys. J.*, **2008**, **94**: 1983
- 6 Landa, P. S.; McClintock, P. V. E. *J. Phys. A-Math. Gen.*, **2000**, **33**: L433
- 7 Lin, M.; Huang, Y. M. *Acta Phys. Sin.*, **2007**, **56**: 6173 [林敏, 黄咏梅. 物理学报, **2007**, **56**: 6173]

- 8 Blekhman, I. I.; Landa, P. S. *Int. J. Non-Linear Mech.*, **2004**, **39**: 421
- 9 Baltanas, J. P.; Lopez, L.; Blekhman, I. I.; Landa, P. S.; Zaikin, A.; Kurths, J.; Sanjuán, M. A. F. *Phys. Rev. E*, **2003**, **67**: 066119
- 10 Casado-Pascual, J.; Baltanás, J. P. *Phys. Rev. E*, **2004**, **69**: 046108
- 11 Ullner, E.; Zaikin, A.; Bascones, R.; Garcia-Ojalvo, J.; Kurths, J. *Phys. Lett. A*, **2003**, **312**: 348
- 12 Zaikin, A.; Lopez, L.; Baltanas, J. P.; Kurths, J.; Sanjuan, M. A. F. *Phys. Rev. E*, **2002**, **66**: 011106
- 13 Gandhimathi, V. M.; Rajasekar, S.; Kurths, J. *Phys. Lett. A*, **2006**, **360**: 279
- 14 Lin, M.; Huang, Y. M.; Fang, L. M. *Acta Phys. Sin.*, **2008**, **57**: 2048 [林 敏, 黄咏梅, 方利民. 物理学报, **2008**, **57**: 2048]
- 15 Li, W. H.; Llopis, J.; Whitney, M.; Zlokarnik, G.; Tsien, R. Y. *Nature*, **1998**, **392**: 936
- 16 Berridge, M. J. *J. Exp. Biol.*, **1997**, **200**: 315
- 17 Dolmetsch, R. E.; Xu, K. L.; Lewis, R. S. *Nature*, **1998**, **392**: 933
- 18 Li, Q. S.; Zhu, R. *J. Chem. Phys.*, **2001**, **115**: 6950
- 19 Li, Y. P.; Li, Q. S. *Chem. Phys. Lett.*, **2006**, **417**: 498
- 20 Zhang, J. Q.; Hou, Z. H.; Xin, H. W. *Sci. China Ser. B-Chem.*, **2005**, **35**: 22 [张季谦, 侯中怀, 辛厚文. 中国科学 B 辑: 化学, **2005**, **35**: 22]
- 21 Li, Y. P.; Li, Q. S. *J. Chem. Phys.*, **2004**, **120**: 8748
- 22 Li, H. Y.; Hou, Z. H.; Xin, H. W. *Chin. J. Chem. Phys.*, **2005**, **18**: 174 [李红英, 侯中怀, 辛厚文. 化学物理学报, **2005**, **18**: 174]
- 23 Shen, C. S.; Zhang, J. Q.; Cui, Z. F. *Sci. China Ser. G-Phys. Mech. Astron.*, **2006**, **36**: 124 [申传胜, 张季谦, 崔执凤. 中国科学 G 辑: 物理学力学天文学, **2006**, **36**: 124]
- 24 Höfer, T. *Biophys. J.*, **1999**, **77**: 1244
- 25 Gracheva, M. E.; Toral, R.; Gunton, J. D. *J. Theor. Biol.*, **2001**, **212**: 111
- 26 Gammaitoni, L.; Löcher, M.; Bulsara, A.; Hänggi, P.; Neff, J.; Wiesenfeld, K.; Ditto, W.; Inghiosa, M. E. *Phys. Rev. Lett.*, **1999**, **82**: 4574
- 27 Wu, D. Ph. D. Dissertation. Wuhan: Central China Normal University, 2006 [吴 丹. 博士学位论文. 武汉: 华中师范大学, 2006]
- 28 Shi, J. C.; Luo, M.; Dong, T.; Chen, H. G. *Chem. J. Chin. Univ.*, **2009**, **30**: 1 [施建成, 罗 敏, 董 涛, 陈汉光. 高等学校化学学报, **2009**, **30**: 1]
- 29 Lin, M.; Huang, Y. M. *Journal of Vibration and Shock*, **2007**, **26**: 151 [林 敏, 黄咏梅. 振动与冲击, **2007**, **26**: 151]
- 30 Lin, M.; Huang, Y. M.; Fang, L. M. *Acta Phys. Sin.*, **2008**, **57**: 2041 [林 敏, 黄咏梅, 方利民. 物理学报, **2008**, **57**: 2041]