

分维数作为矿岩破碎颗粒 形态和大小的参数^①

李功伯 徐小荷

(东北工学院)

摘 要

利用半自动图象分析系统,测出了15种矿岩破碎颗粒的表面分维数,证实-200目经过破碎的颗粒表面具有分形结构,且表面分维数介于2.07~2.11之间。因此,传统的表面积当量直径、体积表面积比直径、周长当量直径等描述粒度的最基本的量,不给定码尺是没有意义的。阻力直径、自由降落直径、Stokes直径也应考虑表面分维数的影响。

关键词: 矿岩破碎颗粒 分维数 图象分析 粒度 颗粒形状

粒度是颗粒学中最基本的概念和尺度,颗粒的形态是颗粒最基本的特征,定量地、本质地表示这一特征却很困难,但分形几何理论提供了一种用简单的数字——分维数表示形状特征的方法。例如,图1的周边是一条典型的Koch曲线,它可以被看作是一个真实颗粒的粗糙周边。该图具有自相似性,其无限长的周边包围着一个有限的面积。矿岩破碎颗粒的剖面周边,一般不能满足数学上分形曲线的要求,但从一个特定的范围来观察,周边上任何一部分,放大到一定程度,看上去几乎和原来的一样。即矿岩破碎颗粒可能具有统计的自相似表面,或表面为分形结构。正如Mandelbrot所推论:“实际中的石头表面肯定不是标准表面,而是一定尺度下的分形表面”^[1]。

1969和1970年,Meloy^[2,3]用付里叶变换研究颗粒的投影图,到1977^[4,5]获得的主要结论之一是:第 n 个付里叶系数 A_n 取对数和 $\lg n$ 构成坐标点能绘出一直线。尽管Meloy当时还不知道“分形”这一词,其结论却证明了颗

粒投影图的周边是具有分形特征的。自从创立了分形理论以来,Avnir和Pfeifer^[6,7],Kaye^[8],Flook^[9]等已经用实验验证了许多自然颗粒的表面是分形结构的。

矿岩破碎颗粒形状和大小影响诸如爆破、放矿、粉碎和分级等许多矿业生产过程,但以往建立的数学模型都是以矿岩破碎颗粒具有光滑连续的表面为前提的。我们则利用半自动图象分析系统对球磨后的矿岩颗粒剖面周边进行测定,验证其是否具有分形结构、测出其表面分维数并分析分维数对颗粒形状和粒度定义的影响。

1 实验方法

选用15种常见的矿岩作实验研究。每种矿岩在颚式破碎机内破碎后,筛分出5cm左右的均匀颗粒送入球磨机球磨10min(共700转),再筛分出-200目的破碎颗粒作试样。取一份试样和加温后成液态的环氧树脂与三乙醇

^①本课题属国家自然科学基金资助项目;本文于1992年4月15日收到

胺的混合液(混合比 9:1), 一起倒入塑料模内, 慢慢地搅拌至试样颗粒均匀散布在树脂中为止, 然后把模子放入 65 °C 的恒温箱内保持 5 h 以上, 再如图 2 切片。切出的大半块进行一系列磨制、抛光、制成光片、用半自动图象分析系统进行检测。

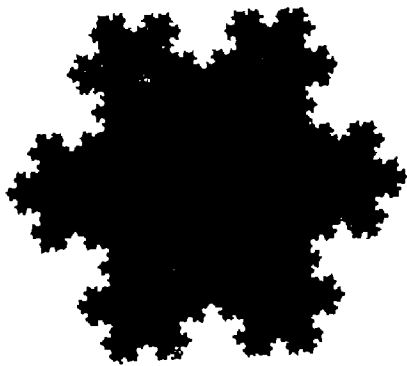


图 1 四分之一 Koch 岛作为真实颗粒的剖面图
(分维数 = 1.2618)

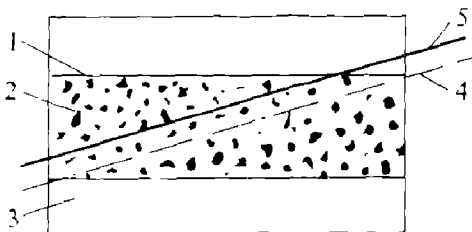


图 2 切片示意图

1、3—树脂; 2—固结在树脂中的颗粒;
4—磨光面; 5—切割面

半自动图象分析系统包括 ASM68 K 计算机、数字化仪、显微镜和摄像机、监视器以及打印机。光片上的矿岩破碎颗粒剖面放大约 1 500 倍, 并在监视器荧光屏上显示, 移动在数字化仪上的游标, 圈出剖面周边线。周边线的坐标转换到计算机, 通过内部计算输出周边长、面积和其它几何参数。每一个试样都随机选十个剖面图并打印出来, 每个剖面图选边线上的任一点作起始点, 用游标按顺时针或逆时针方向, 用 0.4 mm 到 10 mm 的一系列码尺(即改变所谓过滤)度量周边线, 最后形成一个具有和选定码尺一样边长的多边形。多边形

的周长以最后一边的长加上其余诸相等边长的总和来计算, 如图 3。

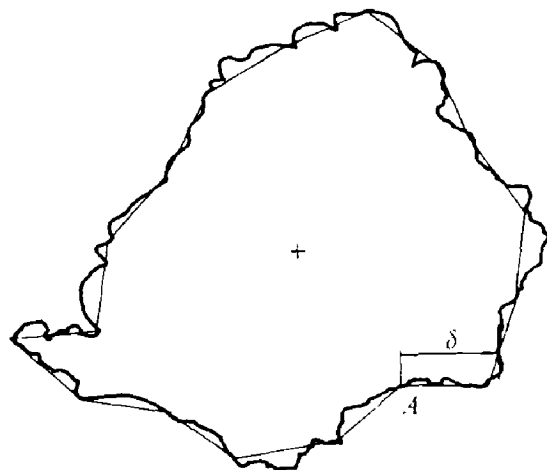


图 3 辉绿岩颗粒剖面周边线的分维数测定方法

放大倍数—大约 1500 倍; 真周长—137.905 μm;
真面积—864.199 μm²; A—起始点; δ—码尺

在双对数坐标系上作周长 P 对步长 δ 的坐标点。各坐标点自 $0.4 / 1500$ mm 至 $10 / 1500$ mm 范围内形成一条具有负斜率的直线, 表明颗粒剖面的周边具有统计自相似性, 即分形结构(如图 4)。因此:

$$P \propto \delta^m \quad (1)$$

从所有坐标点线性回归得到的斜率 m , 可以计算出周边的分维数

$$\bar{D}_p = 1 - m \quad (2)$$

以每种矿岩随机选定的 10 个颗粒剖面周边分维数的平均值 \bar{D}_p 作为该种矿岩周边的分维数。

又按文献[10], 矿岩破碎颗粒的表面分维数

$$\bar{D}_s = 1 + \bar{D}_p \quad (3)$$

作为例子, 表 1 和图 4 表示了图 3 (辉绿岩) 和其它剖面图周边分维数的计算结果。

表 1 矿岩颗粒剖面周边长(P)的分维数计算表 mm

矿岩	σ mm								m	D_p
	0.4	0.8	1	2	4	6	8	10		
辉绿岩	213.7	195.8	197.1	185.5	178.6	168.2	170.6	166.7	-0.07702	1.07702
闪长岩	147.2	137.1	132.8	128.7	112.6	110.6	103.8	109.6	-0.10476	1.10476
重晶石	242.4	226.4	218.7	209.6	203.2	196.5	181.3	175.0	-0.09052	1.09052

2 结果与讨论

15种矿岩破碎颗粒的分维实测结果, 汇列于表2。它们的分维数 \bar{D}_p 都是 1.07~1.11, 即表面分维数 \bar{D}_s 在 2.07~2.11 范围内, 并且按序号逐渐增大。分维数 \bar{D}_s 的值反映了颗粒表面的不规则程度, 随着 \bar{D}_s 增大 ($2 < \bar{D}_s < 3$), 表面不规则程度愈大^[10]。这一方面证实了矿岩破碎颗粒表面是分形结构, 同时也给这些矿岩颗粒表面粗糙程度列了须序。另一方面, \bar{D}_s 变化范围较小, 表明表面复杂程度变化不大。此外, 综合上述结果有必要对下面几个问题展开初步讨论。

(1) \bar{D}_s 是颗粒表面的特征值

矿岩破碎颗粒的表面是描述颗粒形态最适当的几何元素, 只要确定了表面的空间坐标, 颗粒的形态也就决定了。但是用精确的数学分析方法来描述颗粒的实际形态并不是很重要

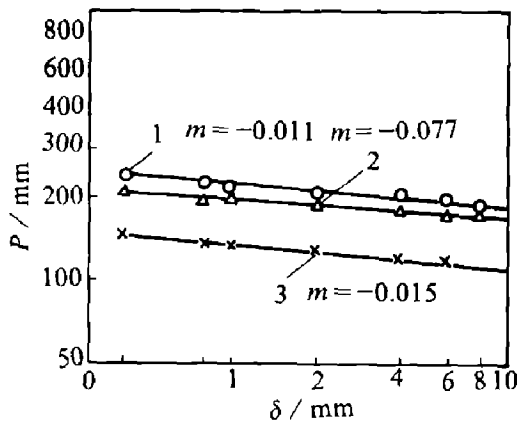


图4 周长(P)对码尺(δ)的双对数坐标图

1—重晶石; 2—辉绿岩; 3—闪长岩

表2 矿岩破碎颗粒剖面周边的平均分维数 \bar{D}_p

矿岩	\bar{D}_p	矿岩	\bar{D}_p
金刚砂	1.070	深色石灰岩	1.087
歪头山铁矿石	1.074	方铅矿	1.088
辉绿岩	1.078	重晶石	1.090
石膏	1.080	方解石	1.093
石英	1.081	肉红色石灰岩	1.093
南芬铁矿石	1.082	花岗岩	1.098
煤	1.083	闪长岩	1.100
钾微正长石	1.084		

的, 重要的是与颗粒物理化学性质有关的用于以比较为目的的数字。

矿岩破碎以后颗粒的形态应涉及两种不同的特性。一种是颗粒的宏观形状, 诸如锥体、四面体、球体等; 另一种是总体形态上的细观结构。一般地, 宏观形状明显地影响颗粒的物理性质, 如流动性; 细观结构显著地影响着颗粒的化学性质, 如表面活化性。颗粒的宏观形状可以通过直接观察或通过分形谐振(fractal harmonics)^[11]来定量确定, 而细观结构可用合适的码尺范围测定出的分维数来表示。本实验的码尺范围为 0.27~6.7 μm , 所测得的分维数 \bar{D}_s 能反映矿岩破碎颗粒形态的细观结构;

(2) 颗粒表面分形结构对粒度的定义产生影响

矿岩破碎颗粒剖面周边和颗粒表面是分形结构, 剖面周边长和颗粒表面积便是依赖于测量码尺的量。因此给定颗粒的周边长或表面积并非定值。在颗粒表面最小自相似结构大小未知的情况下, 以这两个参量来定义的颗粒粒度如面积当量直径、面积体积比直径、周长直径就失去了具有颗粒固有特征的意义。只有附加给定的测量码尺, 其值才可相互比较。

矿岩破碎颗粒表面对颗粒在流体中的运动有影响。因此, 由颗粒在流体中测定的值来定义的直径如阻力直径、Stokes 直径除了和宏观形态有关外, 还应当用表面分维数修正, 使其更为准确。

具有分形表面或分形面周边的矿岩破碎颗粒的体积和截面面积是一个确定量, 以此定义的体积直径、投影面直径、筛分直径、Feret 直径、Martin 直径和展开直径都是具有明确意义的颗粒线性尺寸。

(3) 颗粒剖面周长和颗粒表面的表达式有别于传统表达式

理论上, 当测量码尺趋于零时, 不论其颗粒大小, 颗粒剖面周边长和颗粒表面积都趋于无穷大。但是, 自然界的矿岩颗粒必然存在最小的自相似结构, 其周长 P 和表面积 S 并不是

(下转第 24 页)

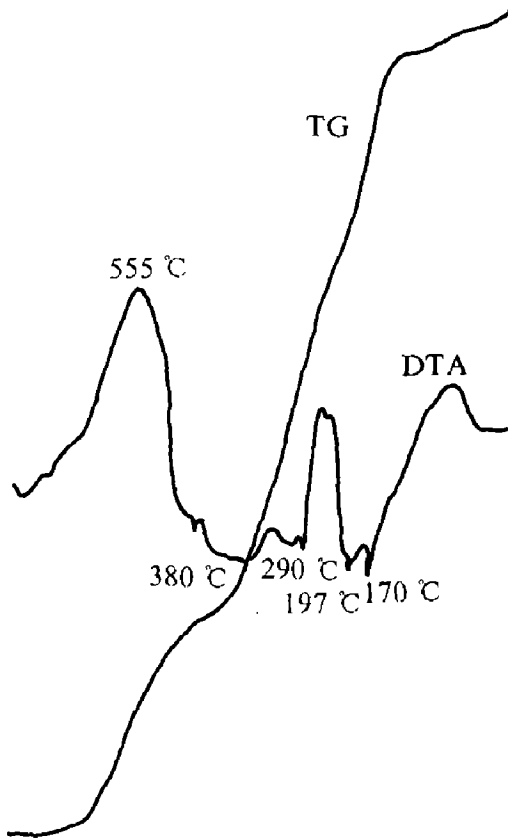


图5 配合物的 DTA-TG 曲线

(静态空气气氛, 升温速度为 10 °C / min)

参考文献

- 1 Pederson C J. *J Amer Chem Soc.* 1967, 89: 7017.
- 2 Pederson C J, Frensdorff H K. *Angew Chem Internat.* 1972, 11 (1): 16
- 3 Christensen J J *et al.* *Chem Rev.* 1974, 74: 351.
- 4 Frensdorff H K. *J Amer Chem Soc.* 1971, 93: 600.
- 5 Tummler B *et al.* *J Amer Chem Soc.* 1977, 99: 4683.
- 6 Vogtle F, Sieger H. *Angew Chem Internat.* 1977, 16: 396.
- 7 Geary W J. *Coord Chem Rev.* 1971, 7: 81.

(上接第 20 页)

不可确定的。

当周长或表面积是具有分维数为 D_p 或 D_s 的量时, 可按文献[12]选用体积直径 d_v 表示颗粒大小, 即

$$P^{1/D_p} \propto V^{1/3} \quad (4)$$

式中 V 是颗粒的体积

$$S^{1/D_s} \propto V^{1/3} \quad (5)$$

因为 $V = kd_v^3$, k 为常数

$$\text{所以 } P \propto d_v^{D_p} = r_1 d_v^{D_p} \quad (6)$$

$$S \propto d_v^{D_s} = r_2 (d_v^{D_s/2})^2 \quad (7)$$

式中 r_1, r_2 分别为取决于最小自相似结构的常数。(6)、(7)两式与传统周长及表面积的表达式 $r_1 d_v$ 和 $r_2 d_v^2$ 比较, 其粒度应按 $d_v D_p$ 和 $d_v^{D_s/2}$ 来进行计算。

(4) 矿岩破碎颗粒表面的分维数, 是描述颗粒性质的一个特征量, 还需要进行广泛的测

定; 但本文测得的 15 种矿岩的平均分维数可以作为一个开端。

参考文献

- 1 Mandelbrot B B. *Fractal Geometry of Nature.* Freeman: San Francisco, 1982. 262.
- 2 Meloy T P. *Screening.* Washington D. C: AIME, 1969.
- 3 Meloy T P. In: *Proceedings Eng Found Conference.* Deerfield, 1991.
- 4 Meloy T P. *Powder Technol.* 1977, 16(2): 233-254.
- 5 Meloy T P. *Powder Technol.* 1977, 17(1): 27-36.
- 6 Avnir D, Farin D, Pfeifer P. *Nature.* 1984, 308: 261.
- 7 Pfeifer P, Avnir D. *J Chem Phg.* 1983, 79: 3558.
- 8 Kaye B H. In: *Proc Particle Size Analysis Conference.* Salford: Chem Soc, Analyt Div, 1977.
- 9 Flook A G. *Powder Technol.* 1978, 21: 295-298.
- 10 Mandelbrot B B. *Nature.* 1984, 308(19): 721-722.
- 11 Clark N N. *Nature.* 1986, 319(20): 625.
- 12 高安秀树(著), 沈步明(译). *分维数.* 北京: 地震出版社, 1989.