

一种基于缩减伴随式集的 QC-LDPC 码级联译码算法

董自健^{①②} 鄢广增^①

^①(南京邮电大学通信与信息工程学院 南京 210003)

^②(淮海工学院电子工程学院 连云港 222005)

摘要: 该文在研究缩减伴随式集译码(RLSD)算法和规则 QC-LDPC 码字结构的基础上, 提出了一种新的针对中短 QC-LDPC 码的 BP-RLSD 级联译码算法。BP 算法译码失败时的软输出对数信息, 作为 RLSD 算法的输入。根据 QC-LDPC 码所具有的循环置换结构, 给出一种根据伴随式的重量来确定候选错误模式搜索空间的算法, 同时给出一种“查表”方法快速搜索出部分错误位置。结合接收序列的低可信度集合(LRIPs), 可以实现最大似然(ML)码字的快速搜索。这些方法可以大幅减少计算时间。仿真显示该文提出的算法是有效的。与 BP 算法的级联译码, 可以在计算复杂度和性能之间进行较好的折衷。

关键词: QC-LDPC 码; 缩减伴随式集译码(RLSD); 低可信度集合(LRIPs); 最大似然译码(MLD)

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)04-0825-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.00388

Concatenation Decoding Algorithm for QC-LDPC Codes Based on the Reduced List Syndromes

Dong Zi-jian^{①②} Feng Guang-zeng^①

^①(College of Telecommunications & Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

^②(School of Electronic Engineering, Huaihai Institute of Technology, Liangyungang 222005, China)

Abstract: Reduced List Syndrome Decoding (RLSD) algorithm and QC-LDPC codes are investigated in this paper, based on which, a new BP-RLSD concatenation algorithm for QC-LDPC codes is proposed. When the Belief Propagation (BP) algorithm fails, the soft LLR reliable information is sent to the RLSD algorithm. Based on the regular structure of permutation sub matrices, this paper proposes a method to reduce the search space of error patterns according to the weight of syndrome. This paper also proposes a fast look-up table method to search out a part of error positions. Those methods, combined with the information of Least Reliable Independent Positions (LRIPs), can achieve an efficient search for the Maximum Likelihood (ML) code, and substantially reduce the computation time. The simulation results show that the proposed methods are effective. The improved algorithm combined with the BP algorithm, can achieves a good tradeoff between computational complexity and decoding performance.

Key words: QC-LDPC codes; Reduced List Syndrome Decoding(RLSD); Least Reliable Independent Positions (LRIPs); Maximum likelihood Decoding (MLD)

1 引言

低密度奇偶校验(LDPC)码可以高度并行译码处理, 非常适合高速数据应用场合, 如宽带无线多媒体通信系统、磁存储系统等^[1-3]。目前各种标准和文献中适于硬件实现的LDPC码主要有两种结构, 一种是以DVB-S2、CMMB中使用的RA(IRA)-LDPC码^[4], 另外一种为准循环低密度奇偶校验(QC-LDPC)码^[5]。QC-LDPC码具有有效的并行译码

结构和良好的性能^[6,7], 是现在的研究热点之一。其奇偶校验矩阵 H 可以分组, 进行部分并行译码结构设计, 可以在译码速度和硬件复杂度两方面进行很好的折衷。

低密度奇偶校验码采用置信传播(BP)迭代译码算法^[8]。长码长的 LDPC 码在 BP 迭代译码算法下性能优异, 但是由于硬件实现困难, 因此研究中短码长 LDPC 码的译码算法成为当前国内外的研究热点。BP 算法下的中短码长 LDPC 码要比长码长 LDPC 码性能下降很多。为解决这个问题, 出现了各种级联算法, 比如 BP-OSD, BP-BMA 等^[9,10]。分阶统计译码算法(OSD)^[11]和盒匹配算法(BMA)^[9]

2009-03-23 收到, 2009-07-27 改回

国家自然科学基金(60472104)资助课题

通信作者: 董自健 d0728@njupt.edu.cn

等都是最大似然译码算法(MLD),但是由于高斯消去和排序的计算复杂度较高,所以单独运用于LDPC译码不可行。这些级联算法都是把BP迭代后的软输出对数似然比(LLR)信息作为后续算法的软输入。级联算法能够在译码复杂度和性能间进行较好的折中,并且能够接近最大似然(ML)译码的性能。

缩减伴随式集译码(RLSD)算法^[12]也是一种MLD算法。在解码时,RLSD算法不需要进行重编码或者代数译码,只需试探错误位置,其运算复杂性体现在需要搜索所有可能的错误模式上。随机构造的码字通常在寻找错误模式集合的时候算法复杂、实现困难,尤其在码字长度较大的时候(比如1000 bit以上)。码字的统计出错概率越大,搜索错误位置的复杂度越大。

本文利用QC-LDPC码的规则化结构,给出一种缩减搜索错误模式空间的算法,同时给出一种能够确定部分出错位置的方法。我们把BP算法和RLSD算法结合,BP迭代失败后输出的软信息送入RLSD算法,形成了一种新的BP-RLSD级联算法,并提出一种动态确定最大搜索深度的方法。使用该级联算法对QC-LDPC码进行了仿真验证。仿真表明,BP-RLSD算法可以在计算复杂度和性能之间进行较好的折衷。对QC-LDPC码,本文的级联算法可以大幅减少搜索空间。

本文安排如下,第2节介绍RLSD算法,第3节介绍QC-LDPC码,第4节针对规则QC-LDPC码给出一种减少搜索空间和确定部分错误位置的算法。第5节给出了仿真结果,第6节分析了改进RLSD算法的计算复杂度,最后为全文总结。

2 RLSD 算法

对于 (n, k) 线性分组码,假设发送码字为 $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$,接收LLR软信息为 $\mathbf{r} = (r_0, r_1, \dots, r_{n-1})$,比特硬判决后为 $\mathbf{z} = (z_0, z_1, \dots, z_{n-1})$,定义如下索引集合:

$$\begin{aligned} D_0(\mathbf{v}) &= \{i : v_i = z_i \ 0 \leq i < n\} \\ D_1(\mathbf{v}) &= \{i : v_i \neq z_i \ 0 \leq i < n\} \end{aligned} \quad (1)$$

定义错误数量 $n(\mathbf{v}) = |D_1(\mathbf{v})|$,相关代价 $\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \sum_{l \in D_1(\mathbf{v})} |r_l|$ 。

校验矩阵按列写成 $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{n-1}]$,接收错误模式为 $\mathbf{e} = [e_0, e_1, \dots, e_{n-1}]$,其中 $e_l = \begin{cases} 1, l \in D_1(\mathbf{v}) \\ 0, l \in D_0(\mathbf{v}) \end{cases}$ 。由于 $\mathbf{S} = \mathbf{H}\mathbf{z}^T = \mathbf{H}\mathbf{e}^T = \sum_{l \in D_1(\mathbf{v})} \mathbf{h}_l$,所以伴随式能反映错误模式。假设找到一个错误模式

\mathbf{e}' ,使得 $\mathbf{v}' = \mathbf{e}' + \mathbf{z}$ 的相关代价最小,则 \mathbf{v}' 即为最大似然码字。

RLSD算法主要思路是:减少搜索空间,产生一些数量减少的可能错误模式。算法基本流程如下:

(1)接收向量 \mathbf{r} ,硬判决为 \mathbf{z} ,计算伴随式 \mathbf{S} ,确定其 $\mathbf{r} = n - k$ 个相互独立的低可信度位置(LRIPs),并按照可信度升序排列;

(2)基于LRIPs的信息,执行深度为 $n(\mathbf{v})$ 的层搜索,其中 $1 \leq n(\mathbf{v}) \leq \mathbf{r}$ 。如果存在错误模式 \mathbf{e}' ,使得 $\mathbf{H}(\mathbf{e}')^T = \sum_{l \in \{i, e_i=1\}} \mathbf{h}_l = \mathbf{S}$,则 $\mathbf{v}' = \mathbf{e}' + \mathbf{z}$ 为一个候选码字;

(3)计算所有候选码字的相关代价,取其最小的一个,相应的候选码字即为最大似然码字。

在上面RLSD算法的第(2)步中,如何根据接收向量的LRIPs,码字结构及参数减少搜索范围,是这个算法是否有竞争力的关键。文献[12-14]中给出了一些减少搜索空间的规则和方法。

对于 (n, k) 线性分组码,可以证明对任意 $n(\mathbf{v}) > (n - k)$ 的错误模式 \mathbf{e} ,不能产生一个ML码字^[12]。因此可以在模式选择上把 $n(\mathbf{v}) > (n - k)$ 的错误模式去掉。

基于LRIPs的信息,可以去掉更多的错误模式。令 \mathbf{q}_l 表示接收向量 \mathbf{r} 的第 l 个LRIP所对应的校验矩阵列,并用 Ω_l 表示序列 $\Omega_l = \{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_l\}$ 。根据 Ω_l 信息,如果有 $n(\mathbf{v})$ 错误模式 \mathbf{e} 和 $n(\mathbf{v}')$ 错误模式 \mathbf{e}' ,存在 $\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \leq \lambda(\mathbf{r}, \mathbf{v}')$,其中 $\mathbf{v} = \mathbf{e} + \mathbf{z}$, $\mathbf{v}' = \mathbf{e}' + \mathbf{z}$,则 $n(\mathbf{v}')$ 错误模式 \mathbf{e}' 是可消除的。对给定码字,可以丢弃所有可消除的错误模式,形成一个数量缩减的 $n(\mathbf{v})$ 模式集合。根据这种思想,可得出一个重要的去除错误模式的规则:如果对 $n(\mathbf{v})$ 模式 $\{\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_{i_2}, \mathbf{h}_{i_3}, \dots, \mathbf{h}_{i_{n(\mathbf{v})}}\}$, $i_2 < i_3 < \dots < i_{n(\mathbf{v})}$,并且 $\mathbf{h}_{i_j} \neq \mathbf{q}_1$, $2 \leq j \leq n(\mathbf{v})$,则任意 $n(\mathbf{v}') \geq n(\mathbf{v})$ 的模式 \mathbf{e}' ,如果对应的模式包含 $\{\mathbf{h}_{i_2}, \mathbf{h}_{i_3}, \dots, \mathbf{h}_{i_{n(\mathbf{v})}}\}$ 为子集,则 $n(\mathbf{v}')$ 错误模式是可消除的。

3 QC-LDPC 码

一个 (J, K) 规则QC-LDPC码的校验矩阵 \mathbf{H} 中含有 $J \times K$ 个大小为 $m \times m$ 的循环置换子矩阵,定义如下:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{S_{1,1}} & \mathbf{I}_{S_{1,2}} & \mathbf{I}_{S_{1,3}} & \cdots & \mathbf{I}_{S_{1,K}} \\ \mathbf{I}_{S_{2,1}} & \mathbf{I}_{S_{2,2}} & \mathbf{I}_{S_{2,3}} & \cdots & \mathbf{I}_{S_{2,K}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}_{S_{J,1}} & \mathbf{I}_{S_{J,2}} & \mathbf{I}_{S_{J,3}} & \cdots & \mathbf{I}_{S_{J,K}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{I}_{S_{x,y}}$ 是一个 $m \times m$ 单位矩阵经过行循环获得的置换矩阵。循环模式 $\mathbf{I}_{S_{x,y}}$ 由 $a^{(x-1)} \times b^{(y-1)}$ 确定,其中 a 和 b 是伽罗华域 $\text{GF}(m)$ 中的元素,可以根据文献

[5,11]中的几种方法来确定。因此,规则化 (J,K) QC-LDPC 码校验矩阵 \mathbf{H} 的大小为 $mJ \times mK$, 码率 $R \geq (1 - J/K)$ 。当 $J = 3$, $K = 4$, $m = 6$, 一个例子如下:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & | & 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 1 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

4 QC-LDPC 码的缩减错误模式集合

对一般线性分组码,找出所有可消除的错误模式是一个很繁琐的过程,但是可以根据码字结构和参数来去掉一些错误模式。由于规则 QC-LDPC 的 $J \times K$ 个子矩阵是置换子矩阵, $\mathbf{S} = \sum_{l \in D_1(\mathbf{v})} \mathbf{h}_l$ 可以分

$$\text{为等长的 } J \text{ 段, } \mathbf{S}^T = (\mathbf{S}_0^T, \mathbf{S}_1^T, \dots, \mathbf{S}_{J-1}^T), \text{ 定义:}$$

$$S_{\max} = \max |\mathbf{S}_j|, \quad 0 \leq j \leq J-1 \quad (4)$$

显然 $S_{\max} \leq |\mathbf{e}|$, 即出现的错误数量必然不低于 S_{\max} 。所以所有 $n(\mathbf{v}) < S_{\max}$ 的错误模式是可以消除的。QC-LDPC 码校验矩阵秩 $R(\mathbf{H}) \leq Jm$, 这表示在 Km 个 \mathbf{h}_l 中, 只有 $R(\mathbf{H})$ 个 \mathbf{h}_l 是相互独立的。根据置换子矩阵每行每列都只有一个“1”的特点, 且 $\mathbf{S} = \sum_{l \in D_1(\mathbf{v})} \mathbf{h}_l$ 是模 2 运算, 则能够产生 ML 码字的错误模式重量满足:

$$|\mathbf{e}| = S_{\max} + 2i, \quad i = 0, 1, \dots, \lfloor (R(\mathbf{H}) - S_{\max})/2 \rfloor \quad (5)$$

这意味着所有 $|\mathbf{e}| = S_{\max} + 2i + 1, i = 0, 1, \dots, \lfloor (R(\mathbf{H}) - S_{\max})/2 \rfloor$ 的错误模式是可消除的。

根据置换子矩阵的特点, 建立一个索引矩阵 $\mathbf{F}_{mJ \times mK}$, 其中元素 $f_{(mj+l)k}, 0 \leq l \leq m-1, 0 \leq j \leq J-1, 0 \leq k \leq K-1$, 记录 \mathbf{H} 中每行中 K 个非零元素在所在子矩阵 $\mathbf{H}_{j,k}$ 中的列索引。比如式(3)所对应的矩阵 \mathbf{F} 为

$$\mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & | & 0 & 1 & 2 & 3 & | & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & | & 1 & 2 & 3 & 0 & | & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & | & 2 & 3 & 0 & 1 & | & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & | & 3 & 0 & 1 & 2 & | & 1 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} = [\mathbf{F}_0^T \quad \mathbf{F}_1^T \quad \mathbf{F}_2^T] \quad (6)$$

根据接收向量计算伴随式, 并根据伴随式 \mathbf{S}_j 中所含“1”的位置, 取出 \mathbf{F}_j 中相应的行组成 \mathbf{R}_j , 每个 \mathbf{R}_j 的大小为 $|\mathbf{S}_j| \times K$ 。比较这些 \mathbf{R}_j 中每列的数值, 即可找到一些错误位置。比如上面的例子中, 如果只有一个错误 $e_6 = 1$, 则 $\mathbf{S}_0 = (0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$, $\mathbf{S}_1 = (0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$, $\mathbf{S}_2 = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$, 相应地

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 \\ \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

比较即可发现矩阵第 2 列都含有数字 2。这表明错误模式中, 在 $k=1$ 块的 $l=2$ 列, 也即 $k \times m + l = 1 \times 4 + 2 = 6$ 处有一个错误, 即 $e_6 = 1$ 。如果在所有的 J 个 2 维矩阵 \mathbf{R}_j 中的 k 列都有一个相同的数值 b , 则 $e_{km+b} = 1$ 。在错误较多的时候, 有可能出现 $|\mathbf{e}| > S_{\max}$ 。一般来说, \mathbf{R} 中某列含有较多的相同数值, 则此数值较大可能指示了错误位置, 根据这些知识, 可以加快确定搜索范围和错误模式。

下面给出了针对 QC-LDPC 码的改进 BP-RLSD 级联算法:

- (1) BP 算法译码, 如果 $\mathbf{S} = \mathbf{H}\mathbf{C}_1^T \neq \mathbf{0}$, 转(2);
- (2) 计算校验矩阵秩 $R(\mathbf{H})$; \mathbf{S} 按序分成等长的 J 段, 计算 $S_{\max} = \max |\mathbf{S}_j|, 0 \leq j \leq J-1$;
- (3) 建立矩阵 $\mathbf{F}_{mJ \times mK}$, 其中 $f_{(mj+l)k}, 0 \leq l \leq m-1, 0 \leq j \leq J-1, 0 \leq k \leq K-1$ 表示 $\mathbf{H}_{j,k}$ 的 l 行中唯一一个“1”的列索引;
- (4) 对每个 $\mathbf{S}_j, 0 \leq j \leq J-1$, 产生对应的大小为 $|\mathbf{S}_j| \times K$ 的 \mathbf{R}_j 。所有 $|\mathbf{S}_j| = S_{\max}$ 的 \mathbf{R}_j 构成矩阵集合 \mathbf{R}_A , 所有 $|\mathbf{S}_j| < S_{\max}$ 的 \mathbf{R}_j 构成矩阵集合 \mathbf{R}_B ;
- (5) 如果发现在所有的 J 个 2 维矩阵 \mathbf{R}_j 中 k 列都有一个相同的数值 b , 则 $e_{km+b} = 1$, 记录这样的位置, 组成集合 \mathbf{B} 。如果集合 \mathbf{R}_A 中所有矩阵的 k 列都有一个相同的数值 b' , 但是 b' 不出现在全部的集合 \mathbf{R}_B 中矩阵的 k 列, 则 $e_{jm+b'}$ 以较大概率为 1, 此时需要根据具体码字结构进一步验证。与 \mathbf{B} 中错误位置相对应的校验矩阵列构成矩阵 \mathbf{H}_B , 去掉所有 \mathbf{H}_B 中的冗余列, 并去掉对应的 \mathbf{B} 中错误位置;
- (6) 计算出包含集合 \mathbf{B} 中所有元素的 $R(\mathbf{H})$ 个相互独立的低可信位置(LRIPs), 且按升序排列;
- (7) $i = 0$;

(8)以第(5)步确定的错误位置为基础,执行深度为 $S_{\max} + 2i$ 的层搜索,计算并记录最小相关代价;

(9) $i = i + 1$, 如果 $i \leq \lfloor (R(\mathbf{H}) - S_{\max})/2 \rfloor$, 转(8), 否则结束。

5 仿真数据

针对中短 QC-LDPC 码, 我们根据上文中的 BP-RLSD 级联译码算法进行了仿真。仿真采用的码字为: 式(2)中, $J = 3, K = 6$ 。图 1 中 $m = 100$, 图 2 中 $m = 40$ 。 $\{S_{x,y}\}$ 随机产生, 经测试围长为 6, 调制采用 BPSK; 信道为 AWGN 信道。一般分析表明, 在感兴趣的信噪比区间内, LDPC 码在经过多次 BP 算法迭代后, 码字中错误比特的数量一般会以较大概率降低, 特别是码字长度较大和信噪比较大的情况下(SNR > 2.5 dB)。因此最大搜索深度不一定为 $R(\mathbf{H})$, 可以动态确定为 $\alpha R(\mathbf{H})$, 其中 $0.1 \leq \alpha \leq 1$ 。确定出 S_{\max} 后, 只需搜索深度为 $S_{\max} + 2i$ 的层, 其中 $0 \leq i \leq \lfloor (\alpha R(\mathbf{H}) - S_{\max})/2 \rfloor$, α 可以根据信道情况和码字参数实时调整。

图 1, 图 2 中, BP(β) 表示 BP 算法最大迭代次数为 β 次。 BP-RLSD(β) 表示 BP 迭代 50 次后, 执行 RLSD 算法, 搜索所有深度 $n(\mathbf{v}) \in \{S_{\max}, S_{\max} + 2, \dots, \beta\}$ 的层。仿真中, 如果 S_{\max} 为奇数, 则最大搜索深度为 $\beta - 1$ 。仿真表明, BP-RLSD 级联算法可以有效提高译码性能, 从图 1 可以看出, 在 FER = $10e-4$ 时, BP-RLSD(50), BP-RLSD(60), BP-RLSD(80) 分别比 BP(50) 提供 0.7 dB, 1.5 dB, 1.65 dB 的编码增益。

6 算法复杂度分析

原 RLSD 算法搜索深度为 $1 \sim R(\mathbf{H})$ 。利用 QC-LDPC 码的规则结构, 我们把搜索范围减少到 $S_{\max} \sim R(\mathbf{H})$, 且只间隔取值, 即只需要搜索 $\lfloor (R(\mathbf{H}) - S_{\max})/2 \rfloor$ 层。如果与 BP 算法级联, 考虑实际信道情况和码字参数, 搜索层数进一步降低为

$\lfloor (\alpha R(\mathbf{H}) - S_{\max})/2 \rfloor$ 层。适当选择 α , 可以在复杂度和性能上进行折衷。

每一深度层搜索的计算量是复杂的。进行深度为 l 的层搜索, 就是在 n 个校验矩阵列 $\{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_n\}$ 中, 寻找满足条件的 l 列 $\{\mathbf{h}_{i_1}, \mathbf{h}_{i_2}, \dots, \mathbf{h}_{i_l}\}$, 满足 $\sum_{j \in I} \mathbf{h}_j = \mathbf{S}$, 且代价 $\lambda = \sum_{j \in I} |r_j|$ 最小, 其中集合 $I = \{i_1, i_2, \dots, i_l\}$ 。这种最优求解最差情况下的计算复杂度为 $\binom{n}{l}$ 。如果根据算法中的第(5)步确定出一部分

错误位置, 则计算量就会降低很多。假设算法第(5)步确定出 t 个错误位置, 则最差情况下的计算复杂度降为 $\binom{n-t}{l-t}$, 计算量可以降低 $\prod_{i=1}^t \left(\frac{n-i+1}{l-i+1} \right)$ 倍。

特别是在信噪比和码长较大时, 出错位置更为稀疏, 算法第(5)步求出的错误位置集合 \mathbf{B} 中元素数量占全部实际出错位置数量的比例更大, 此时每层搜索的计算量会更进一步降低。

7 结束语

本文针对中短 QC-LDPC 码的译码提出了一种新的 BP-RLSD 级联算法。根据码字特点和实际信道情况, 从 3 个方面降低了算法计算量: (1) 根据码字特点, 给出一种根据伴随式重量确定搜索空间的方法, 该方法可以大幅降低搜索的层数。(2) 根据码字特点给出一种快速确定部分错误位置的算法, 这能大幅降低每层搜索时的时间复杂度和计算复杂度; (3) 根据实际码字参数和信道情况, 给出一种统计意义上的动态确定最大搜索深度的方法, 这能在算法复杂度和算法性能之间进行很好的折衷。

仿真结果表明级联算法在搜索复杂度上和译码性能上都是有效的。RLSD, OSD, GMD, BMA, Chase 等算法本质上都是 MLD 算法, 但是 RLSD 算法本身不需要像 BMA 和 OSD 等算法那样, 在每

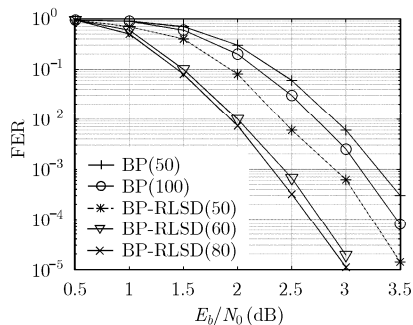


图 1 (3,6)(300,600) 围长为 6 的 QC-LDPC 码性能图

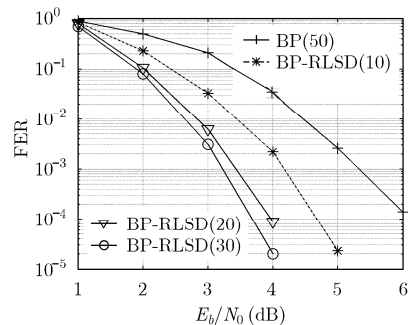


图 2 (3,6)(120,240) 围长为 6 的 QC-LDPC 码性能图

次迭代试探时都需要重新编码,也不像 Chase, GMD 算法那样,在每次迭代试探时需要代数译码。因此,如果较好利用码字特点,大幅减少搜索空间,这个算法就会有较大竞争力。下一步的工作是:针对 QC-LDPC 码的规则化结构,能否进一步减少搜索空间,以及能否进一步快速确定更多的错误位置,从而进一步降低算法的复杂度。

参 考 文 献

- [1] Wang Z and Cui Z. A memory efficient partially parallel decoder architecture for quasi-cyclic LDPC codes [J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2007, 15(4): 483-488.
- [2] Darabiha A and Carusone A C, *et al.* Block-interlaced LDPC decoders with reduced interconnect complexity [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2008, 55(1): 74-78.
- [3] Hao Z and Tong Z, *et al.* Quasi-cyclic LDPC codes for the magnetic recording channel: Code design and VLSI implementation [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2007, 43(3): 1118-1123.
- [4] ETSI EN 302 307. Second generation framing structure, channel coding and modulation system for broadcasting, interactive services, news gathering and other broadband satellite applications [S], 2004, 1.
- [5] Fossorier M P C. Quasi-cyclic low-density parity-check codes from circulant permutation matrices [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2004, 50(8): 1788-1793.
- [6] Kiran K G and Gwan S C, *et al.* A parallel VLSI architecture for layered decoding for array LDPC codes [C]. 20th International Conference on VLSI Design, Bangalore, India, 2007: 738-743.
- [7] Daesun O and Parhi K K. Efficient highly-parallel decoder architecture for quasi-cyclic low-density parity-check codes [C]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, New Orleans, USA, 2007: 1855-1858.
- [8] Kachinschang F R, Frey B J, and Loeliger H A. Factor graphs and the sum-product algorithm [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(2): 498-519.
- [9] Fossorier M and Valembois A. Reliability-based decoding of Reed-Solomon codes using their binary image [J]. *IEEE Communication Letters*, 2004, 8(7): 452-454.
- [10] Fossorier M P C. Iterative reliability-based decoding of low-density parity check codes [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2001, 19(5): 908-917.
- [11] Fossorier M and Lin S. Soft decision decoding of linear block codes based on ordered statistics [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, 41(5): 1379-1396.
- [12] Snyders J. Reduced lists of error patterns for maximum likelihood soft decoding [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1991, 37(7): 1194-1200.
- [13] Snyders J and Be'ery Y. Maximum likelihood soft decoding of binary block codes and decoders for the Golay codes [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1989, 35(5): 963-975.
- [14] Lin Shu and Costello Daniel. Error Control Coding [M]. Englewood Cliffs, N J: Prentice-Hall, 2004: 395-422.

董自健: 男, 1973年生, 博士生, 研究方向为通信信号处理和信道编码。

鄞广增: 男, 1943年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信和信号处理。