

覆介质导体圆柱面上轴向窄缝间的耦合*

郑京亮 杨弃疾

(清华大学无线电系,北京)

摘要 本文研究覆介质导体圆柱面上轴向窄缝间的耦合,讨论了耦合系数谱展开式中无穷积分的收敛性态,利用辅助函数 G , 得出了耦合系数的计算公式,给出了部分数值计算结果。

关键词 天线;覆介质导体圆柱;缝隙;耦合

1. 引言

覆介质导体圆柱面上的共形天线是机载天线、弹上天线的重要类型。在这方面已经做过的工作主要有: 介质覆盖大圆柱导体外片状偶极子双周期阵列天线^[1,2], 覆介质圆柱导体的几何绕射问题^[3], 介质覆盖圆柱导体面上轴向点磁流源^[4,5]及缝隙的场, 介质覆盖大圆柱周向缝隙列^[7]等。

本文在文献 [5, 6] 的基础上, 研究覆介质圆柱导体面上轴向窄缝间的耦合问题。这种缝隙间的耦合包括两部分, 一部分是通过圆柱外空间的耦合, 另一部分是通过圆柱内馈线(如波导)的耦合, 后者要依馈线的形式而定。本文所涉及的是通过圆柱外空间的耦合。

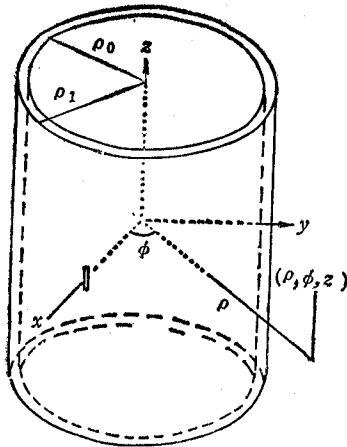


图1 几何图

2. 轴向窄缝间的耦合系数

设半径为 ρ_0 的导体圆柱面上敷有一层厚度为 $\rho_1 - \rho_0$ 的介质, 介电常数为 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon'$, $\rho_0 \gg \lambda$, 导体柱面上开有两个轴向窄缝 $S_m (m = 1, 2)$, 缝宽 $w \ll$ 缝长 l , 缝的中心坐标为 (ρ_0, ϕ_m, z_m) 。

根据等效原理, 缝的作用等效于一个缝面处的面磁流, 其分布可由缝面处磁场切向分量连续的条件列出积分方程求解。对于轴向窄缝, 可设面磁流和切向磁场均只有轴向分量。分别以 J_n 和 H_m 表示缝面 S_n 上面磁流的第 n 个模式和缝面 S_m 上切向磁场的第 m 个模式 ($m, n = 1, 2; p, q = 1, 2, \dots$), 则耦合系数的定义为

$$Y_{pq}^{mn} = \frac{\iint_{S_m} \left(\iint_{S_n} H_p^*(\phi, z) G_{zz}(\phi' - \phi, z' - z) J_n(\phi', z') dS' \right) dS}{\left(\iint_{S_m} |H_p(\phi, z)|^2 dS \right)^{\frac{1}{2}} \left(\iint_{S_n} |J_n(\phi', z')|^2 dS' \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (1)$$

* 1987年9月14日收到, 1988年2月11日修改定稿。

其意义是缝 S_n 上单位强度磁流源 q 模式在缝面 S_m 上激起的切向磁场 p 模式的强度。当 $m \neq n$ 时, 它表示互耦系数; $m = n$ 时, 它是自耦系数。式中上标“*”表示取共轭。 G_{zz} 是并矢 Green 函数 $G_H^{(m)}$ 的 zz 分量, 即源点 (ρ_0, ϕ', z') 处的轴向点磁流源在场点 (ρ_0, ϕ, z) 处引起的磁场轴向分量。

由于是窄缝, 有

$$\begin{aligned} G_{zz}(\phi' - \phi, z' - z) &\approx G_{zz}(\phi_n - \phi_m, z' - z), \\ ((\phi', z') \in S_n, (\phi, z) \in S_m) \end{aligned} \quad (2)$$

并可选择 J_n 和 H_m 为

$$\left. \begin{aligned} J_n(\phi, z) &= \sqrt{\frac{2}{lw}} \sin\left(\frac{q\pi}{l}\left(z - z_n + \frac{l}{2}\right)\right) \\ H_m(\phi, z) &= \sqrt{\frac{2}{lw}} \sin\left(\frac{p\pi}{l}\left(z - z_m + \frac{l}{2}\right)\right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $\sqrt{2/(lw)}$ 为归一化系数, 它使得(1)式中分母的值为 1。把(2)、(3)式代入(1)式, 可将其中关于 ϕ 和 ϕ' 的两重积分积出

$$\begin{aligned} Y_{pq}^{mn} &= 2 \frac{w}{l} \int_{z_m - l/2}^{z_m + l/2} \sin\left(\frac{p\pi}{l}\left(z - z_m + \frac{l}{2}\right)\right) dz \int_{z_n - l/2}^{z_n + l/2} G_{zz}(\phi_n - \phi_m, z' - z) \\ &\quad \cdot \sin\left(\frac{q\pi}{l}\left(z' - z_n + \frac{l}{2}\right)\right) dz' \end{aligned} \quad (4)$$

由此式可知, 耦合强度(耦合系数的模)与缝宽 w 成正比。

3. Green 函数的谱展开式

Green 函数 G_{zz} 的表达式可从文献[5]的结果导出(时间因子为 $e^{j\omega t}$, 推导步骤略)

$$\begin{aligned} G_{zz}(\phi, z) &= \frac{j}{2\pi} \sum_{\alpha=0}^M N_\alpha \cos(\alpha\phi) e^{j\alpha z} \text{Re } s(\tilde{G}_{zz1}(\alpha, u), u_\alpha) \\ &\quad + \frac{1}{4\pi^2} \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \sum_{\alpha=0}^{\infty} N_\alpha \tilde{G}_{zz1}(\alpha, u) \cos(\alpha\phi) e^{j\alpha z} du \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\tilde{G}_{zz1}(\alpha, u)$ 是 Green 函数 G_{zz} 的谱函数的一项, Γ_1 和 Γ_2 分别是其在复 u 平面上割缝两侧的积分路径(见图 2), u_α 是其在负实轴 $-k < u < -k_0$ 区间内的极点, M 为有限数, N_α 为 Neumann 数

$$\begin{aligned} N_\alpha &= \begin{cases} 1, & (\alpha = 0) \\ 2, & (\alpha \neq 0) \end{cases} \\ \tilde{G}_{zz1} &= \frac{16j}{\pi^2} \frac{1}{\omega\mu} \frac{1}{\rho_0\rho_1} \frac{r_3}{r_1} \frac{A_1}{A_0} \\ &\quad \cdot \frac{1}{HS_\alpha^{10}(r_1, r_2)} \end{aligned}$$

$$A_1 = \rho_1^2 [-k^2 r_3 HS_\alpha^{01}(r_1, r_2) + k_0^2 r_2 HS_\alpha(r_1, r_2) HD_\alpha(r_3)]$$

$$A_0 = A_1 [r_3 HS_\alpha^{11}(r_1, r_2) - r_2 HS_\alpha^{10}(r_1, r_2) HD_\alpha(r_3)]$$

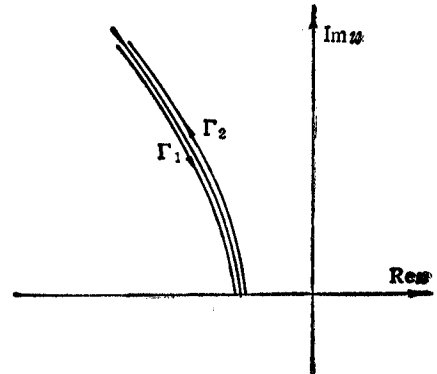


图 2 复 u 平面

$$+ \rho_1^6 \frac{(k^2 - k_0^2)^2 \alpha^2 u^2}{r_1^2 r_3^2} HS_a(r_1, r_2) HS_a^{10}(r_1, r_2)$$

$$r_1 = \sqrt{k^2 - u^2} \rho_0, \quad r_2 = \sqrt{k^2 - u^2} \rho_1, \quad r_3 = \sqrt{k_0^2 - u^2} \rho_1$$

$$HS_a(z_1, z_2) = H_a^{(1)}(z_1) H_a^{(2)}(z_2) - H_a^{(2)}(z_1) H_a^{(1)}(z_2)$$

$$HS_a^{lm}(z_1, z_2) = \frac{\partial^{l+m}}{\partial z_1^l \partial z_2^m} HS_a(z_1, z_2), \quad (l, m = 0, 1)$$

$$HD_a(z) = \frac{H_a^{(2)'}(z)}{H_a^{(2)}(z)}$$

$H_a^{(1)}(z)$ 和 $H_a^{(2)}(z)$ 分别为第一类和第二类 Hankel 函数。

4. 谱展开式的收敛性

Green 函数的谱展开式 (5) 中的积分是无限长路径上的积分, 由于有因子 $e^{j|u|z}$ 起作用, 积分收敛较快。但是对于那些与源点轴向坐标很接近的场点, $|z - z'|$ 很小, 因子 $e^{j|u|z - z'}$ 的作用变小, 积分收敛的速度明显降低, 在 $z = z'$ 处甚至无法用数值积分的方法求出积分的近似值。

在 (4) 式中作变量替换

$$\begin{cases} t_1 = z - z' - z_m + z_n \\ t_2 = z + z' - z_m - z_n \end{cases}$$

将原来的矩形积分区域变换为菱形区域, 其中关于 t_2 的积分可以解析积出, 经过仔细的推导, 得出

$$Y_{pq}^{mn} = \frac{i\omega}{\pi} \int_{-l}^l G_{zz}(\phi_n - \phi_m, t_1 + z_m - z_n) s_{pq}^{mn}(t_1) dt_1 \quad (6)$$

式中

$$s_{pq}^{mn}(z) = \begin{cases} \pi \left(1 - \frac{|z|}{l}\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right) + \frac{1}{p} \sin\left(\frac{p\pi}{l} |z|\right), & (p = q) \\ \frac{-2}{p^2 - q^2} \left[q \sin\left(\frac{p\pi}{l} |z|\right) - p \sin\left(\frac{q\pi}{l} |z|\right) \right], & (p \neq q, p+q = \text{偶数}) \\ \frac{-2}{p^2 - q^2} \left[q \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right) + p \sin\left(\frac{q\pi}{l} z\right) \right], & (p+q = \text{奇数}) \end{cases}$$

可以证明: 形如 (6) 式的对于 Green 函数的加权积分

$$I = \int_a^b G_{zz}(\phi, z) f(z) dz \quad (7)$$

可以化成如下对于函数 G_e 的加权积分 (详细推导参见文献 [6])

$$\begin{aligned} I = & \int_a^b G_e(\phi, z) [\operatorname{sgn}(z) j k_0 f(z) - f'(z)] dz \\ & + G_e(\phi, z) f(z) \Big|_{z=a+0}^{z=b-0} \end{aligned} \quad (8)$$

这里 G_e 是辅助函数。

$$G_e(\phi, z) = \operatorname{sgn}(z) \left\{ \frac{1}{2\pi} \sum_{\alpha=0}^M N_\alpha \frac{\cos(\alpha\phi)}{u_\alpha + k_0} e^{j u_\alpha |z|} \operatorname{Re} s(\bar{G}_{zz}(\alpha, u), u_\alpha) \right.$$

$$+ \frac{1}{4\pi^2 j} \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \sum_{\alpha=0}^{\infty} N_{\alpha} \bar{G}_{zx1}(\alpha, u) \frac{\cos(\alpha\phi)}{u + k_0} e^{j|u|z|} du \quad (9)$$

与 Green 函数的谱展开式 (5) 相比, 此式被积函数中多一个因子 $\frac{1}{j(u + k_0)}$, 这个因子加快了积分在 $\Gamma_1 + \Gamma_2$ 上的收敛速度, 使得即使 $z = 0$, 也能用 (9) 式来计算 Ge 的近似值。

把 (7), (8) 式用于 (6) 式, 并注意到 $s_{pq}(\pm l) = 0$, 可得

$$Y_{mn} = \frac{\omega}{\pi} \int_{-l}^l G_c(\phi_n - \phi_m, z + z_m - z_n) \cdot [\operatorname{sgn}(z + z_m - z_n) j k_0 s_{pq}(\alpha) - s'_{mn}(\alpha)] dz \quad (10)$$

5. 数值计算结果

利用 Green 函数 G_{zx} 及函数 s_{pq} 的对称性和奇偶性, 易由 (6) 式得出如下关系式, 以减少计算量

$$\left. \begin{aligned} Y_{mn} = Y_{nm} = (-1)^{p+q} Y_{pq} \\ Y_{mn} = 0, \quad (z_m = z_n, p + q = \text{奇数}) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

从物理意义上看, 此式表明:

(1) 缝 S_n 上面磁流第 q 个模式对缝 S_m 上切向磁场第 p 个模式的贡献与缝 S_m 上面磁流第 p 个模式对缝 S_n 上切向磁场第 q 个模式的贡献相等;

(2) 当 p, q 同表对称或反对称模式时, 上述贡献与缝 S_m 上面磁流第 q 个模式对缝 S_n 上切向磁场第 p 个模式的贡献亦相等, 而当 p, q 一个表对称模式, 另一个表反对称模式时, 这两个贡献相反 (即相差一个负号);

(3) 当两缝中心点轴向坐标相同时, 一个缝上面磁流的对称 (或反对称) 模式对另一个缝上切向磁场的反对称 (或对称) 模式没有贡献, 对同一个缝隙来说, 这表明对称模式与反对称模式之间的自耦系数为零。

用 (10) 式所给出的结果, 我们计算了耦合系数 Y_{mn} , 计算中使用的各参数为

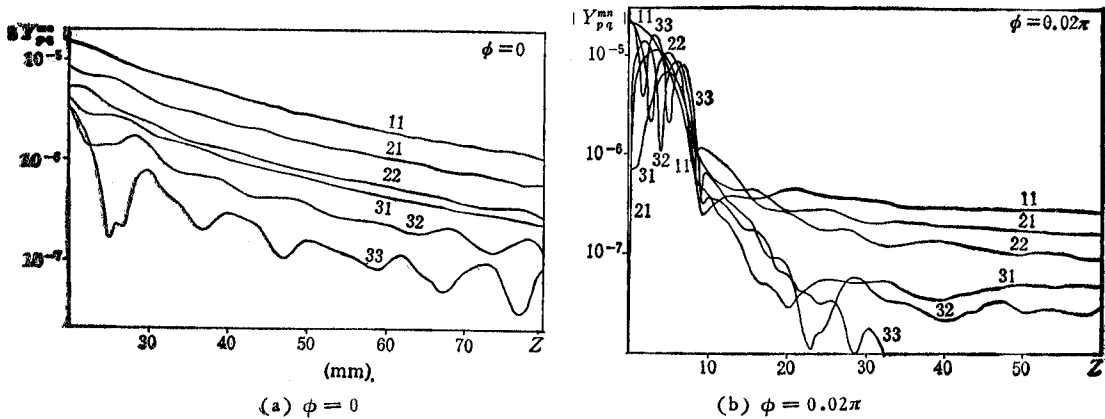
$$\begin{aligned} \rho_0 = 0.310\text{m}, \quad \rho_1 = 0.312\text{m}, \quad s' = 2.55, \\ \omega = 2\pi \cdot 9.6 \cdot 10^9 = 6.03186 \cdot 10^{10}, \quad l = 0.010\text{m}, \\ w = 0.001\text{m} \end{aligned}$$

表 1 和图 3 分别给出了自耦系数和互耦系数的部分计算结果, 图中 ϕ, z 分别表示两缝中心点周向及轴向坐标之差, 即 $\phi = \phi_n - \phi_m, z = z_n - z_m$

由于 (3) 式所选择的缝隙面磁流和切向磁场的各模式各自单独满足自己的边界条件, 将面磁流和切向磁场的实际分布按这种模式展开时, 展开式中各模式的系数收敛很快, 计算中只需取前几个模式即可。由表 1 和图 3 可知, 缝隙的自耦系数比缝隙间的互耦系数要强得多, 而随着缝隙间距离的增加, 互耦系数迅速减小。因此在实际阵列设计中主要需考虑的是缝隙单元的自耦和距离较近的单元间的互耦, 距离稍远一些的缝隙之间的互耦可以忽略。

表 1 自耦系数的计算结果

	模	幅 角
Y_{11}^{pp}	0.00040	2.62
Y_{31}^{pp}	0.000068	-1.31
Y_{51}^{pp}	0.000038	-1.19
Y_{72}^{pp}	0.00060	2.44
Y_{44}^{pp}	0.000053	-0.20
Y_{33}^{pp}	0.00070	2.59
Y_{53}^{pp}	0.000020	0.32
Y_{44}^{pp}	0.00070	2.65
Y_{55}^{pp}	0.00071	2.68

图 3 互耦系数的计算结果 (图中数字为模式标号 pq)

6. 结束语

研究大半径覆介质导体圆柱面上轴向窄缝的耦合是研究此种类型共形缝隙阵列天线的一部分。本文在以前工作的基础上,研究了耦合系数的计算方法,讨论了耦合系数谱表达式的收敛问题,利用辅助函数 G_e 给出了耦合系数的计算公式。 G_e 的谱展开式(9)只在 $|\phi|$ 和 $|z|$ 都很小时收敛速度不快,使用(10)式计算缝隙的自耦时,只能得出耦合系数的近似值。

以后将结合馈电网络的分析结果研究缝长、缝隙位置与缝隙阻抗之间的关系,并将综合这些结果进行阵列优化设计。

参 考 文 献

- [1] J. C. Herper, et al., *IEEE Trans. on AP*, **AP-33** (1985), 259—272.
- [2] J. C. Herper, et al., *IEEE Trans. on AP*, **AP-33** (1985), 2732—78.
- [3] 朱国强, 介质覆盖导体圆柱的散射和绕射, 武汉大学空间物理系硕士论文, 1985年, 6月.

- [4] 郑京亮, 大半径覆介质导体圆柱表面轴向点磁流源的场, 清华大学无线电系硕士论文, 1984 年, 8 月.
- [5] 郑京亮, 杨弃疾, *Fields of Axial Magnetic Point Source on the Surface of Conducting Cylinder Covered by a Dielectric Layer*, *Proceedings of 1985 International Symposium on Antennas and EM theory*, Aug 1985, pp. 359—363.
- [6] 郑京亮, 杨弃疾, 覆介质导体圆柱面上轴向窄缝的场, 1987 年天线年会论文集, 1987 年, 11 月, 11 C(1)1—11 C(1)4.
- [7] 郑京亮, 王大中, 杨弃疾, 清华大学学报(自然科学版), 1987 年, 第 4 期, 第 82—87 页.

THE COUPLING COEFFICIENTS BETWEEN AXIAL SLOTS ON THE SURFACE OF CONDUCTING CYLINDER COVERED WITH A DIELECTRIC LAYER

Zheng Jingliang Yang Qiji

(*Tsinghua University, Beijing*)

Abstract The coupling effect between axial slots on the surface of conducting cylinder covered with a dielectric layer is studied. The convergence of infinite integral in spectral expansion of coupling coefficients is discussed. The calculation formula of coupling coefficients is obtained by introducing the subsidiary function G_e . Some calculated results are given.

Key words Antenna; Conducting cylinder covered with a dielectric layer; Slot; Coupling