

文章编号: 0253-9721(2009)1-0107-05

# 基于 VB 的共轭凸轮廓线的反求

诸彩琴, 沈毅

(浙江理工大学 机械与自动控制学院, 浙江 杭州 310018)

**摘要** 针对凸轮加工仅靠测量数据易造成误差, 影响其工作性能的情况, 提出一种通过测量数据反求其廓线的方法, 并开发出以 VB 为平台的共轭凸轮反求系统。这种系统采用二阶连续三次样条插值函数对主凸轮廓线进行光滑处理, 改善廓线的曲率连续性, 再利用共轭凸轮之间的机构关系得到副凸轮的廓线值。借助 Pro/E 的实体构造及运动仿真功能, 进行凸轮机构的运动特性分析, 通过分析其运动规律曲线, 确定从动件的运动角及运动规律, 最后实现对共轭凸轮的重新设计。

**关键词** 共轭凸轮; VB; 廓线反求; Pro/E

中图分类号: TH 12 ; TP 311 文献标志码: A

## Reverse design of conjugated cams developed by VB

ZHU Caiqin, SHEN Yi

(College of Mechanical and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China)

**Abstract** In the view of the current cam production, most of them are depend on survey data, which can easily create an error, and can also affect the operating performance. For this reason, this paper brings forward a method to reduce the error by fitting the cam profile and develop a reverse design of conjugated cams' system based on Visual Basic (VB). This system takes the three transect interpolation function to smooth the main cam contour line, which can improve the continuity of the curvature, and make another cam's contour line according to the relationship between the conjugated cams. And then Pro/E is used to make the entity structure of the conjugated cams and do the analysis of the kinematics. By the analysis of the law of the motional curves, the motional angle and laws are determined, and finally, the redesign of the conjugated cams is realized.

**Key words** conjugated cams; VB; reverse design of contour line; Pro/E

在实际工程应用中, 生产部门需要为引进机械设备配置凸轮配件。在未掌握有关设计资料时, 只能根据对原始凸轮的测量进行直接加工生产, 由于测量误差的存在, 很可能导致凸轮备件的工作性能偏离原始的设计性能指标, 为此国内外许多研究者研究了曲线的光顺问题, 以减小因测量而引起的误差。目前常用的曲线光顺方法有线性拟合、圆弧拟合、三次样条拟合等。这些方法各有其特点: 线性拟合的方程简单, 但由于线性拟合在型值点上斜率是不连续的, 所以不能达到拟合共轭凸轮曲线的要求; 圆弧拟合的光滑性比线性拟合有了提高, 但在型值点的曲率还是有间断的, 同样不能达到拟合共轭凸

轮曲线的要求; 三次样条插值和三次多项式的最小二乘法拟合不但光滑性好, 而且其二阶导数是连续的, 适合对要求加速度曲线连续的共轭凸轮的光顺处理。

为进一步提高凸轮的工作性能, 通常会分析其运动特性, 以便为凸轮的改进设计提供理论依据。目前, 凸轮机构的运动分析方法有以下几种: 1) 根据从动件的位移与凸轮理论轮廓线的转角关系, 利用最小二乘法拟合凸轮机构从动件的运动规律<sup>[1]</sup>进行运动分析, 这种方法函数的选取以及阶次的确定对分析精度影响很大, 可能会因转动的牵连运动影响而导致分析失真<sup>[2]</sup>。2) 利用机构学中的矢量法把高

收稿日期: 2008-01-08 修回日期: 2008-06-02

基金项目: 浙江省科技厅资助项目(2005C11031-01)

作者简介: 诸彩琴(1984—), 女, 硕士生。主要研究方向为纺织机械设计。沈毅 通讯作者 E-mail: syzs@netease.com。

副的凸轮机构取代为低副的四杆机构, 然后通过四杆机构的求解来达到目的, 这种取代实际上是速度的取代, 不能应用于加速度的求解。3) 根据理论轮廓线和实际轮廓线是等距线的几何特性定出凸轮理论轮廓线的极坐标值及极径导数, 再从对动件的位移求导, 从而求出从动件的速度、加速度<sup>[3-4]</sup>, 但在求解速度和加速度时, 无法消除由插值带来的误差。

本文提出另外一种分析方法, 首先利用三次样条函数对主凸轮廓线进行光滑, 再利用共轭凸轮之间的机构关系得到副凸轮廓线, 以保证 2 个凸轮的共轭性, 再运用 PRO/E 的造型及运动仿真功能, 实现对凸轮机构的运动分析, 并用此方法对高速织机的共轭开口机构进行了实例分析。

## 1 主凸轮廓线的光顺处理

### 1.1 三次样条插值函数的构造

设给定函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上的节点为:  $a \leq x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n \leq b$  及节点上的函数值  $f(x_i) = y_i (i=0, 1, 2, 3, \dots, n)$ ,  $f(x)$  的三次样条插值函数<sup>[5-6]</sup>为  $s(x)$ , 且有  $s(x_i) = y_i$ , 则  $s(x)$  是  $[a, b]$  上的分段三次插值多项式, 即

$$s(x) = \begin{cases} s_0(x) & x \in [x_0, x_1] \\ s_1(x) & x \in [x_1, x_2] \\ s_2(x) & x \in [x_2, x_3] \\ \vdots & \vdots \\ s_{n-1}(x) & x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases}$$

设  $s(x)$  在节点  $x_i$  处的一阶导数是  $m_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ , 因为  $s(x)$  在每一个子区间  $[x_i, x_{i+1}]$  上都是三次多项式, 因此在  $[x_0, x_n]$  可以将  $s(x)$  表示成分段两点三次 Hermite 插值多项式, 当  $x \in [x_{i-1}, x_i]$ , 并设  $h_i = x_i - x_{i-1}$ , 则

$$s_i(x) = \frac{(x - x_i)^2 [h_i + 2(x - x_{i-1})]}{h_i^3} y_{i-1} + \frac{(x - x_{i-1})^2 [h_i + 2(x_i - x)]}{h_i^3} y_i + \frac{(x - x_i)^2 (x - x_{i-1})}{h_i^2} m_{i-1} + \frac{(x - x_{i-1})^2 (x - x_i)}{h_i^2} m_i \quad (1)$$

根据三次样条函数二阶导数连续的性质及边界条件, 即可求得  $m_i$  的值, 最后得到分段三次多项式

$s(x)$  的表达式。

### 1.2 凸轮廓线三次样条函数的建立

设  $\rho = \rho(\varphi)$  ( $\varphi$  为凸轮转角,  $\rho$  为凸轮廓线极径), 根据式(1),  $\rho$  可表示为

$$\rho_i(\varphi_i) = \frac{(\varphi - \varphi_i)^2 [h_i + 2(\varphi - \varphi_{i-1})]}{h_i^3} \rho_{i-1} + \frac{(\varphi - \varphi_{i-1})^2 [h_i + 2(\varphi_i - \varphi)]}{h_i^3} \rho_i + \frac{(\varphi - \varphi_i)^2 (\varphi - \varphi_{i-1})}{h_i^2} m_{i-1} + \frac{(\varphi - \varphi_{i-1})^2 (\varphi - \varphi_i)}{h_i^2} m_i \quad (2)$$

式中:  $h_i = \varphi_i - \varphi_{i-1}$ ;  $m_i$  为  $\rho_i$  在  $\varphi_i$  处的一阶导数。

为计算出  $m_{i-1}$  和  $m_i$  的值, 对  $\rho_i(x)$  进行二阶求导, 得到  $\rho''_i(x_i) = \frac{6\varphi - 2\varphi_{i-1} - 4\varphi_i}{h_i^2} m_{i-1} + \frac{6\varphi - 4\varphi_{i-1} - 2\varphi_i}{h_i^2} m_i + \frac{6(\varphi_{i-1} + \varphi_i - 2\varphi)}{h_i^3} (\rho_i - \rho_{i-1})$

则  $\rho''_i(x_i) = \frac{2}{h_i} m_{i-1} + \frac{4}{h_i} m_i - \frac{6}{h_i^2} (\rho_i - \rho_{i-1})$ ;  $\rho''_{i+1}(x_i) = \frac{4}{h_{i+1}} m_i - \frac{2}{h_{i+1}} m_{i+1} + \frac{6}{h_{i+1}^2} (\rho_{i+1} - \rho_i)$ , 根据三次样条函数二阶导数连续的性质, 令  $\rho''_i(x_i) = \rho''_{i+1}(x_i)$ , 则  $\frac{2}{h_i} m_{i-1} + \left(\frac{4}{h_i} + \frac{4}{h_{i+1}}\right) m_i + \frac{2}{h_{i+1}} m_{i+1} = 6\left(\frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{h_{i+1}^2} + \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{h_i^2}\right)$ 。为计算方便, 令  $\lambda_i = \frac{h_{i+1}}{h_{i+1} + h_i}$ ;  $\mu_i = \frac{h_i}{h_{i+1} + h_i}$ ;  $g_i = 3\left(\mu_i \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\varphi_{i+1} - \varphi_i} + \lambda_i \frac{\rho_i - \rho_{i-1}}{\varphi_i - \varphi_{i-1}}\right)$ , 则公式简化为  $\lambda_i m_{i-1} + 2m_i + \mu_i m_{i+1} = g_i (i=1, 2, \dots, n)$ , 用迭代法即可求得  $m_i$  的值, 因凸轮廓线是一封闭曲线, 故  $m_0 = m_n, m_1 = m_{n+1}$ , 得到矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} 2 & \mu_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda_1 \\ \lambda_2 & 2 & \mu_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 2 & \mu_3 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & & \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_{n-2} & 2 & \mu_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_{n-1} & 2 & \mu_{n-1} \\ \mu_n & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_n & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_{n-2} \\ m_{n-1} \\ m_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_{n-2} \\ g_{n-1} \\ g_n \end{bmatrix}$$

式中:  $g_n = 3\left(\mu_n \frac{\rho_1 - \rho_n}{\varphi_1 - \varphi_n} + \lambda_n \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\varphi_n - \varphi_{n-1}}\right)$ ,  $\lambda_n = \frac{h_1}{h_1 + h_n}$ ,  $\mu_n = \frac{h_n}{h_1 + h_n}$ 。最后将测量所得的凸轮廓线

型值点及计算得到的  $m_i$  值代入式(2), 即可得到拟合后的凸轮廓线曲线方程。

## 2 副凸轮廓线的生成

生成主凸轮的廓线后, 若再用相同的方法对副凸轮检测数据进行光顺, 虽然能同样保证凸轮廓线的光滑性, 但却无法保证主副凸轮的共轭性, 因此需要用另一种方法对副凸轮进行反求。本文根据共轭凸轮机构主副凸轮的机构关系, 得出了副凸轮的廓线值。

图 1 示出织机开口机构中的 1 个共轭凸轮机构。图中: 1 为主凸轮; 2 为副凸轮, 与摆杆  $A_0B_{01}$ 、 $A_0B_{02}$  构成共轭凸轮机构。设摆杆  $A_0B_{01}$  长为  $l_1$ ,  $A_0B_{02}$  长为  $l_2$ , 且摆杆  $A_0B_{01}$  与  $A_0B_{02}$  之间的夹角为  $\beta$ ,  $a$  为摆杆轴与凸轮轴之间的距离, 简称中心距。

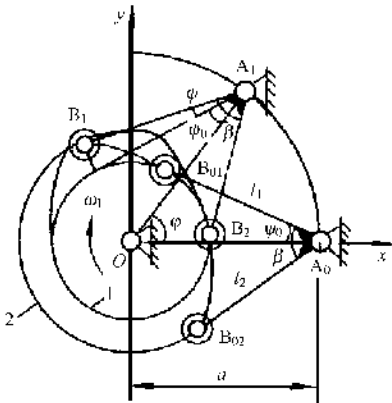


图 1 共轭凸轮机构

Fig. 1 Conjugated cams

主副凸轮的理论廓线表达式在文献[7-8]中都有具体阐述, 这里只作引用, 分别用  $X_{B1}$ 、 $Y_{B1}$ 、 $X_{B2}$ 、 $Y_{B2}$  表示主副凸轮的理论廓线直角坐标, 表达式为

$$\begin{bmatrix} X_{B1} \\ Y_{B1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos \varphi - l_1 \cos(\varphi - \psi - \psi_0) \\ a \sin \varphi - l_1 \sin(\varphi - \psi - \psi_0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{B2} \\ Y_{B2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos \varphi - l_2 \cos(\beta + \varphi - \psi - \psi_0) \\ a \sin \varphi - l_2 \sin(\beta + \varphi - \psi - \psi_0) \end{bmatrix}$$

根据滚子的包络线方程, 可求得相应主、副凸轮的实际廓线方程<sup>[9]</sup>, 分别用  $X_{K1}$ 、 $Y_{K1}$ 、 $X_{K2}$ 、 $Y_{K2}$  表示, 即

$$\begin{bmatrix} X_{K1} \\ Y_{K1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{B1} - R_r \frac{dY_{B1}/d\varphi}{\sqrt{(dX_{B1}/d\varphi)^2 + (dY_{B1}/d\varphi)^2}} \\ X_{B1} + R_r \frac{dX_{B1}/d\varphi}{\sqrt{(dX_{B1}/d\varphi)^2 + (dY_{B1}/d\varphi)^2}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{K2} \\ Y_{K2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{B2} - R_r \frac{dY_{B2}/d\varphi}{\sqrt{(dX_{B2}/d\varphi)^2 + (dY_{B2}/d\varphi)^2}} \\ X_{B2} + R_r \frac{dX_{B2}/d\varphi}{\sqrt{(dX_{B2}/d\varphi)^2 + (dY_{B2}/d\varphi)^2}} \end{bmatrix}$$

式中:  $R_r$  为滚子半径;  $R_b$  为凸轮基圆半径;  $\varphi$  为凸轮的运动转角;  $\psi$  为从动件的运动角;  $\psi_0$  为摆杆与中心距的初始安装角;  $\beta$  为凸轮的初始安装角。具体计算公式分别如下所示

$$\psi = \arccos \frac{l_1^2 + a^2 - \rho_B^2}{2al_1}$$

$$\psi_0 = \arccos \frac{a^2 + l_1^2 - (R_r + R_b)^2}{2al_1}$$

$$\varphi = \theta_B - \left( \arccos \frac{a^2 + \rho_B^2 - l_1^2}{2a\rho_B} - \arccos \frac{a^2 + (R_r + R_b)^2 - l_1^2}{2a(R_r + R_b)} \right)$$

$$\beta = \arccos \frac{a^2 + (R_r + R_b)^2 - l_1^2}{2a(R_r + R_b)}$$

式中  $\beta_B$ 、 $\theta_B$  分别为计算所得的理论廓线, 可由下式计算得到

$$x_B = \rho_k \cos \theta_k + R_r \cos \eta_k; y_B = \rho_k \sin \theta_k + R_r \sin \eta_k;$$

$$\rho_B = \sqrt{x_B^2 + y_B^2}; \theta_B = \arctan \frac{y_B}{x_B}$$

$$\text{其中 } \eta_k = \theta_k + \arctan \frac{\rho_k}{\rho_k'} - \frac{\pi}{2}$$

## 3 凸轮廓线的重新设计

光顺后的凸轮廓线, 无论是曲率还是加速度, 都有了明显的改善, 但作为高速运转织机的一个传动机构, 为减少冲击, 对加速度不仅要求连续, 更要求平滑, 因此, 利用 Pro/E<sup>[12]</sup> 的实体造型及运动仿真功能, 对光顺后的凸轮廓线进行运动规律分析, 然后根据分析所得, 对共轭凸轮重新进行设计, 从而达到优良的工作性能要求。具体的操作方法在下面的举例中作详细介绍。

## 4 程序设计

本文采用一种可视化的、面向对象和采用事件驱动方式的结构化高级程序设计语言 Visual Basic<sup>[10-11]</sup> 作为系统的开发语言, 很好地实现了共轭凸轮的反求设计。系统开发的程序为: 主凸轮测量数据的读取 → 主凸轮廓线的光顺处理 → 机构基本参

数的输入(摆杆长、中心距、滚子半径)→副凸轮廓线生成→Pro/E 运动仿真→运动规律曲线分析→凸轮廓线重新设计。

### 5 应用举例

本文以某企业提出的 1/4 开口凸轮片为例进行简单介绍。对凸轮片进行三维测量后,将测量数据保存到能被程序读取的目录下,运行程序,使其自动对廓线数据进行读取并光滑处理,并以 EXCEL 的文本形式导出,将 EXCEL 文件中的廓线值保存为 Pro/E 识别的 Pts 文件。打开 Pro/E,利用基准点功能,导入保存好的 Pts 数据文件,则由程序光滑后的凸轮廓线被成功导入 Pro/E,利用 Pro/E 的实体构造功能,将其拉伸成凸轮实体。

评价曲线光滑效果的好坏,曲率分析是其中的一种有效方法,在 Pro/E 里,可以方便对曲线进行曲率分析,图 2 是对主凸轮廓线轮廓曲线的曲率分析图。由图可以看出,光滑后曲线的曲率有更好的连续性

及均匀性。

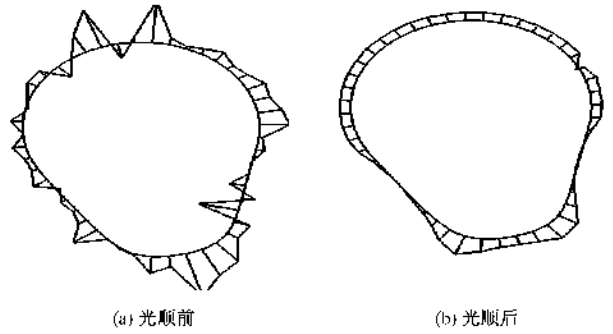


图 2 主凸轮廓线曲率分布图

Fig.2 Curvature of main cam before smooth (a) and after smooth (b)

将共轭凸轮与企业提供的从动杆构件装配成凸轮机构,进入 Pro/E 机构模块,在滚子与主凸轮间添加凸轮副,并对凸轮轴添加伺服电机,进行运动仿真。为进一步说明光滑效果,同时对光滑前后的共轭凸轮进行运动仿真,图 3、4 分别是光滑前后从动件的运动曲线图。

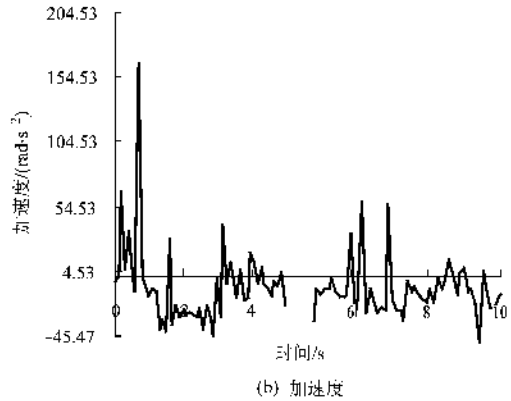
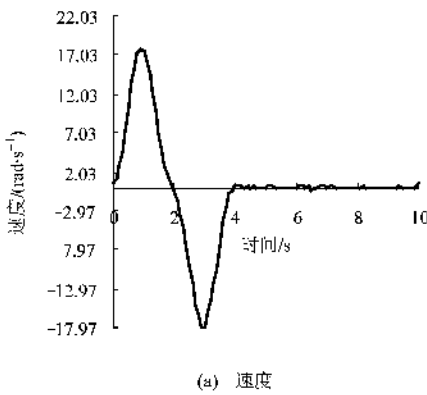


图 3 光滑前运动曲线图

Fig.3 Diagram of motional curve before smooth. (a)Velocity curve; (b)Acceleration curve

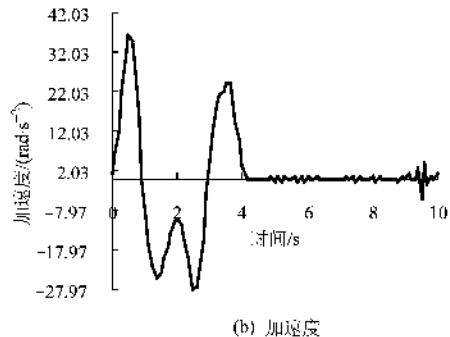
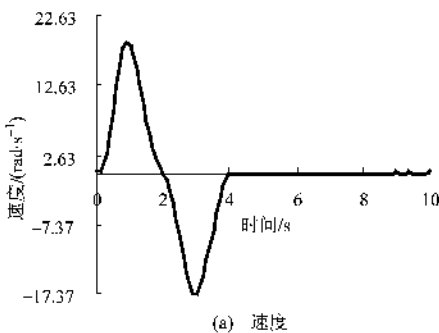


图 4 光滑后运动曲线图

Fig.4 Diagram of motional curve after smooth. (a)Velocity curve; (b)Acceleration curve

通过对图 3、4 的对比分析可得, 不管是速度还是加速度曲线, 光顺后都有很明显的改善, 尤其是加速度曲线, 其最大值比光顺前小了五分之四, 很好地改善了机构的运动特性, 减少了对机构的冲击。

虽然光顺后的加速度曲线有了很明显的改善, 但在速度为零的区段, 加速度有不为零的情况, 故还需要做进一步改进。根据显示的加速度曲线的特点, 及凸轮廓线常用的运动曲线, 选取摆线运动曲线<sup>[9]</sup>作为凸轮廓线的规律曲线对凸轮进行重新构造, 摆线运动的加速度曲线方程为

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = \frac{2\pi h}{\phi^2} \sin\left(\frac{2\pi}{\phi}\varphi\right)$$

式中:  $h$  为从动件最大动程;  $\varphi$  为凸轮转角;  $\phi$  为升程段运动角。根据仿真后的位移曲线图(见图 5), 可得到从动件的运动角, 分别是  $72^\circ$  升程角,  $72^\circ$  回程角及  $216^\circ$  静止角, 运用凸轮廓线的解析法, 即可求得相应的凸轮廓线值。将设计得到的凸轮片与测量所得的凸轮片进行相似性比较, 2 个凸轮廓线基本重合。

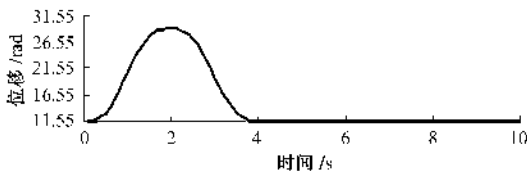


图 5 位移图

Fig.5 Diagram of displacement

## 6 结 论

运用二阶导数连续的三次样条插值函数对凸轮廓线的离散点进行光顺处理, 保证了共轭凸轮加速度曲线的连续, 利用 Pro/E 对光顺后的凸轮机构进行运动特性分析, 为凸轮的重新设计提供了理论依据。分析证明, 反求后的凸轮具有优良的工作性能, 在凸轮的实际加工生产中有很好的利用价值。

FZXB

### 参考文献:

[ 1 ] 董正平, 傅艳鸣. 印刷机械中凸轮的反求设计[J]. 机械设计与研究, 2003, 19(4): 72 - 75.  
DONG Zhengping, FU Yanming. The reverse design of printing mechanism[J]. The Journal of Machine Design and Research, 2003, 19(4): 72 - 75.

[ 2 ] 张景霞, 王润孝, 于江. 一种实用凸轮连杆机构运动分析的方法[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(4): 598 -

600.

ZHANG Jingxia, WANG Runxiao, YU Jiang. A practical method to analyse the motion of the cam-link machine[J]. The Journal of Machine Science and Technology, 2003, 22(4): 598 - 600.

- [ 3 ] 王仪明, 赵吉斌. 分纸吸嘴机构反求设计方法[J]. 机械设计, 2005, 22(6): 51 - 53.  
WANG Yiming, ZHAO Jibing. The reverse design of detach paper's suck mouth machine[J]. The Journal of Machine Design, 2005, 22(6): 51 - 53.
- [ 4 ] 钱志良. 滚子从动件盘形凸轮机构的运动分析[J]. 机械设计, 2003, 20(4): 23 - 24.  
QIAN Zhiliang. The motional analyse of discal cam machine with roller moving part[J]. The Journal of Machine Design, 2003, 20(4): 23 - 24.
- [ 5 ] 李建良. 计算机数值方法[M]. 南京: 东南大学出版社, 2000.  
LI Jianliang. The Method of Cyber-numerical Value [M]. Nanjing: Press of Southeast University, 2000.
- [ 6 ] NGUYEN Vu Thinh, KIM Do Joong. Flexible cam profile synthesis method using smoothing spine curves [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007(9): 825 - 838.
- [ 7 ] 石永刚, 徐振华. 凸轮机构设计[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1995.  
SHI Yonggang, XU Zhenhua. The Design of the Organization of Cams [M]. Shanghai: Press of Shanghai Science and Technology, 1995.
- [ 8 ] 陈元甫. 机织工艺与设备[M]. 北京: 纺织工业出版社, 1984.  
CHEN Yuanpu. Weave Craft and Equipment [M]. Beijing: Press of Textile Industry, 1984.
- [ 9 ] 邹慧君, 傅祥志, 张春林, 等. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.  
ZOU Huijun, FU Xiangzhi, ZHANG Chunlin, et al. The Principle of Mechanism [M]. Beijing: Press of Higher Education, 1999.
- [ 10 ] BRIAN Siler, JEFF Spotts. Visual Basic 6 开发使用手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1994.  
BRIAN Siler, JEFF Spotts. The Manual of the Development with Visual Basic 6 [M]. Beijing: Press of Mechanical Industry, 1994.
- [ 11 ] 田文胜, 刘阳, 学勤. Visual Basic 编程指南[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.  
TIAN Wensheng, LIU Yang, XUE Qin. Programming Guide of Visual Basic [M]. Beijing: Press of Tsinghua University, 2003.
- [ 12 ] 张云杰, 刘剑, 周佑君. Pro/ENGINEER Wildfire 2.0 装配设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.  
ZHANG Yunjie, LIU Jian, ZHOU Youjun. Assembling Design of Pro/ENGINEER Wildfire 2.0 [M]. Beijing: Press of Tsinghua University, 2006.