

# 一种单星仅测 TOA 无源定位方法

徐 义<sup>1,2</sup>, 郭福成<sup>1</sup>, 冯道旺<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学电子科学与工程学院, 长沙 410073; 2. 解放军 73680 部队, 南京 211112)

**摘 要:** 因单星测向定位体制存在系统构成复杂、对卫星载荷和姿态要求高等问题, 提出一种单个低轨卫星仅测脉冲到达时间(TOA)实现对地表静止辐射源无源定位的方法。在研究仅测脉冲 TOA 估计径向加速度的基础上, 提出采用网格搜索法进行定位的方法。推导得到了该方法定位误差的克拉美-罗下限(CRLB)及对于不同位置辐射源的定位误差几何分布(GDOP), 并分析了该方法的可实现性。理论和仿真分析表明, 该方法实现简单, 适用范围广, 定位性能满足实际需求。

**关键词:** 卫星; 无源定位; 到达时间; 克拉美-罗下限

**中图分类号:** TN974      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2010)02-0502-07

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.02.031

## 0 引言

运用星载电子设备对地面无线电辐射源进行无源定位具有隐蔽性好、覆盖范围广、可以重复监测等优点<sup>[1]</sup>, 是近年来各国着力研究和重点发展的电子侦察技术之一。现有的星载定位体制可以分为星座定位体制和单星定位体制<sup>[2]</sup>, 其中星座定位体制一般采用时差定位法或者时差与其他参数相结合的定位方法, 这种体制技术复杂, 需要实现各星上时钟的精确同步和卫星间的精确测距, 所以设备成本高, 实现难度较大; 而现有的单星定位体制一般采用测向法, 需要使用二维多通道干涉仪天线阵列进行测向, 因而对卫星的载荷和姿态控制精度要求较高。于是, 有必要研究一种高效、高精度, 且对卫星载荷要求小的新的定位体制, 以适应未来空间电子侦察的需求。

R. J. Webster 等人最早提出利用单观测站测量目标来波的频率信息实现对辐射源的定位<sup>[3-5]</sup>, 这里所谓的频率信息实际上就是信号频率中由于观测站与目标的相对运动而产生的多普勒效应<sup>[5]</sup>。国外早期进行过利用低轨卫星 Nimbus(气象卫星)和 Oscar(业余无线电中继卫星)接收陆地上无线电发射机信号的多普勒频移对目标进行定位的试验, 后来基于此方备在航空事故和海难搜索与救援卫星

(SARSAT)上通过测量微分多普勒(DD)的一系列值实现了对协同性(频率已知的单音信号)辐射源的定位<sup>[6,7]</sup>。文献[7]详细推导了单星仅测频对非协作性静止辐射源的无源定位方法, 并分析了地面上的定位误差均方根。然而, 这类基于信号频率多普勒信息的定位方法只适用于载波频率固定的信号。文献[8]从质点运动学原理推导了利用雷达信号脉冲重复频率(PRF)的多普勒信息对目标进行定位的可能性。这种定位方法又被称为“时域多普勒法”, 因为它只需在视频范围内测量脉冲的 TOA, 而与信号的频率和调制方式等参数无关, 因而具有更宽的适应性<sup>[8]</sup>。在单星无源定位中, 如果引入 TOA 测量信息, 可以实现无需测向即可对具有固定 PRF 的非协作静止雷达、通信辐射源进行无源定位。这种定位方法无需多个测向接收通道, 仅仅需要单个通道, 因此可以有效降低卫星载荷。本文采用的定位方法思路为先测得一串脉冲的 TOA, 用最小二乘方法估计径向加速度, 再根据  $N$  个不同时刻的径向加速度采用网格搜索最优解的方法估计目标位置。在定位误差分析中推导了对地面静止辐射源定位时的定位误差分布(GDOP)。建立了测 TOA 误差与定位误差的关系, 并分析了采用本文提出的方法进行定位的可实现性。最后, 运用计算机仿真给出了 GDOP 图和定位误差随相关参数变化的曲线图, 为评估仅测

TOA 的无源定位方法的性能提供了直观的依据。

### 1 单星仅测 TOA 无源定位原理和数学模型

对于一个 PRF 固定,且静止于地面的雷达辐射源,假设卫星在  $N$  个不同的时刻分别测量一串脉冲信号的 TOA。由于存在相对运动,TOA 受到多普勒效应影响而发生了变化,它反映了此刻卫星与目标间的相对径向加速度信息。通过推导不难得到,在三维空间中等径向加速度曲面是一个以卫星运动轨迹切线为轴的旋转曲面。卫星在  $N$  个不同的位置可以得到  $N$  个不同的旋转曲面,它们在目标处相交。从理论上讲,当  $N$  大于 3 时可以对一个空中的静止辐射源进行定位,当  $N$  大于 2 时可以依托地球曲面对一个地面上的静止辐射源进行定位,这就是单星测 TOA 无源定位的几何学原理。

现假设卫星上收到一段目标辐射源发射的时长为  $\Delta t$  的雷达脉冲信号。在这段时间共包含  $n$  个连续的矩形脉冲,其 PRI 为  $T_r$ , 脉冲宽度  $\tau \ll T_r$ , 用函数表示为

$$p(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq \tau \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (1)$$

则建立这段时间内的发射信号模型为

$$s(t) = A(t) \sum_{k=0}^{n-1} p(t - t_0 - kT_r) \quad (2)$$

其中  $t_0$  是这段信号中首个脉冲的发射时刻,  $A(t)$  是这段时间内由信号幅度、载频和调制方式等决定的信号样式。

卫星上接收机收到的这段信号应表示为

$$s_r(t) = A_r \left[ t - \frac{r(t)}{c} \right] \sum_{k=0}^{n-1} p \left[ t - t_0 - kT_r - \frac{r(t)}{c} \right] \quad (3)$$

其中  $c$  为光速,  $A_r[t - r(t)/c]$  为考虑了衰减后的接收信号调制样式,  $r(t)$  为  $t$  时刻卫星与目标间的距离。假设接收机从收到第一个脉冲开始计时,即首个脉冲的 TOA 是  $t = 0$  时刻,则可以得到  $t_0$  的值应为  $(-r/c)$ , 其中  $r = r(0)$  是  $t = 0$  时刻卫星与目标的距离。如果  $\Delta t$  是很短的时间,并考虑运动的加速度,则可以对接收这段信号时间内任意时刻的  $r(t)$ , 用  $r$  及  $t = 0$  时刻卫星相对目标的径向速度  $\dot{r}$  和径向加速度  $\ddot{r}$  建立  $r(t)$  的二阶模型如下:

$$r(t) \approx r + \dot{r}t + \frac{\ddot{r}t^2}{2} \quad (4)$$

代入式(3)可以得到

$$s_r(t) \approx A_r \left[ \left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} - \frac{\ddot{r}}{2c}t \right) t - \frac{r}{c} \right] \sum_{k=0}^{n-1} p(t - T_{r,k}) \quad (5)$$

上式中的近似是因为忽略了相对论效应导致接收到的脉冲宽度变化<sup>[8]</sup>。其中  $T_{r,k}$  为接收机测得各个脉冲的 TOA, 当  $\ddot{r} \neq 0$  时, 根据(1)和(3)式, 它的表达式为

$$T_{r,k} = \frac{\left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} \right) - \sqrt{\left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} \right)^2 - \frac{2\ddot{r}}{c}kT_r}}{\ddot{r}/c} \quad (6)$$

对上式分子中的根号项做二阶 Taylor 展开, 最终可以得到  $T_{r,k}$  的表达式为<sup>[8]</sup>:

$$T_{r,k} \approx \frac{kT_r}{1 - \frac{\dot{r}}{c}} + \frac{\frac{\ddot{r}}{c}(kT_r)^2}{2\left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} \right)^3} \quad (7)$$

卫星在  $\Delta t$  时间内的一次观测, 可以得到一系列的  $T_{r,k}$  值。而对于这一次观测,  $r, \dot{r}, \ddot{r}$  是定值。于是, 令

$$a = 1 / \left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} \right), \quad b = \left( \frac{\ddot{r}}{c} \right) / 2 \left( 1 - \frac{\dot{r}}{c} \right)^3$$

并用测得的脉冲到达时间对脉冲重复周期  $T_r$  进行估计, 得到  $\hat{T}_r$  来代替式(7)中的  $T_r$ , 那么式(7)可以变成关于  $k$  的常系数二次多项式如下:

$$T_{r,k} = \theta_1 \cdot k^2 + \theta_2 \cdot k \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

其中,  $\theta_1 = b\hat{T}_r^2, \theta_2 = a\hat{T}_r$ 。令  $\mathbf{T}_{r,k} = [T_{r,0}, T_{r,1}, \dots, T_{r,n-1}]^T, \boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2]^T$  和

$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & \dots & (n-1)^2 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \end{bmatrix}^T$  则式(8)可以写成矩阵的形式:

$$\mathbf{T}_{r,k} = \mathbf{K}\boldsymbol{\theta} \quad (9)$$

所以,  $\boldsymbol{\theta}$  的最小二乘解为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{K}^T \mathbf{K})^{-1} \mathbf{K}^T \mathbf{T}_{r,k} \quad (10)$$

将  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  分别代入到  $\theta_1, \theta_2$  的表达式中构成一个方程组, 则可以解得  $a$  和  $b$ , 进而得到:

$$\hat{\dot{r}} = \frac{2\hat{b}}{\hat{a}^3} c \quad (11)$$

根据运动学原理<sup>[8]</sup>,

$$\ddot{r}_i = g_i(\mathbf{x}) = \frac{(\mathbf{v}_i^T \cdot \mathbf{v}_i + \mathbf{r}_i^T \cdot \mathbf{a}_i)}{r_i} - \frac{(\mathbf{r}_i^T \cdot \mathbf{v}_i)^2}{r_i^3} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

其中,  $i$  表示卫星的  $N$  次观测,  $\mathbf{v}_i$  和  $\mathbf{a}_i$  分别是卫星在第  $i$  个观测位置时的相对速度矢量和加速度矢量,  $\mathbf{r}_i$  是第  $i$  个观测位置时卫星到目标的径向矢量,  $r_i = \|\mathbf{r}_i\|$ 。 $\mathbf{x}$  是目标的位置坐标, 它可以是直角坐标系下的  $(x, y, z)$ , 也可以是经纬高坐标系下的  $(L, B, H)$ 。在卫星侦察定位的实际应用中, 对于某一次观测, 卫星当前的速度、加速度和卫星的位置是已知的, 未知的是目标的位置, 因此式(12)是关于目标坐标  $\mathbf{x}$  的函数。对于某一个目标, 卫星在  $N$  个观测位置可以得到  $N$  个不同的  $\hat{r}_i$ , 理论上通过解非线性方程组, 就能得到目标的位置坐标  $\mathbf{x}$ 。

然而, 由于式(12)的强非线性性, 直接求解目标位置很困难。如果采用 Newton 迭代类方法又存在初值选取问题, 初值选取不好可能导致算法不收敛。为此, 可以采用网格搜索最优解的方法得到目标的位置。将式(12)写成矩阵的形式:

$$\mathbf{r}_a = \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\zeta} \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{r}_a = [\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_N]^T$ ,  $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_N(\mathbf{x})]^T$ ,  $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_N]^T$ 。 $\boldsymbol{\zeta}$  是估计径向加速度的误差, 彼此相互独立, 方差由测量 TOA 的误差方差决定, 本文下一节有具体的推导。

对于地面目标, 可以选择航迹中间点的星下点为网格中心, 在其附近一块区域内建立网格, 并根据卫星覆盖区域的大小及实际的需要确定网格大小。定义网格点集  $\sum$ , 对于每个  $\mathbf{x}_m \in \sum$ , 计算

$$J(\mathbf{x}_m) = \|\mathbf{r}_a - \mathbf{G}(\mathbf{x}_m)\|^2 \quad (14)$$

根据最小二乘原理, 使得  $J(\mathbf{x}_m)$  最小的  $\mathbf{x}_m$  应为目标的位置。但是由于式(13)所确定的多个定位曲面实际上会在卫星航迹两侧对称位置相交, 其中一个真实的目标位置, 而另一个则是虚假的镜像目标位置。因此, 在采用网格搜索法时, 应选取使  $J(\mathbf{x}_m)$  最小的两个  $\mathbf{x}_m$ , 当不存在严重误差和干扰的情况下, 这两个点即分别为真实目标点和关于卫星航迹对称的镜像点。目前, 工程中剔除镜像点使用最多的方法是“比幅法”, 通过比幅天线确定来波位于航迹的哪一侧, 从而可以得到真实的目标位置估计。

为了兼顾定位精度和计算量, 还可以采用多次划分网格的方法搜索最佳点。即先划分较大的网格, 选择使  $J(\mathbf{x}_m)$  最小的两到三个网格, 分别对其

进行细分并再次选择使  $J(\mathbf{x}_m)$  最小点以获得更加精确的定位点。

## 2 定位误差分析

由于必然存在的参数测量误差, 会导致最终的定位结果产生偏差, 下面将分析 TOA 测量误差对定位精度的影响。假设测量各个脉冲 TOA 的误差是相互独立, 均值为零, 方差为  $\sigma_i^2$  的高斯随机变量。则先根据式(9)得到:

$$d\mathbf{T}_{r,k} = \mathbf{K}d\boldsymbol{\theta} \quad (15)$$

于是有  $\boldsymbol{\theta}$  的协方差矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\theta &= E[d\boldsymbol{\theta}d\boldsymbol{\theta}^T] \\ &= (\mathbf{K}^T\mathbf{K})^{-1}\mathbf{K}^T\mathbf{C}_{T,r,k}\mathbf{K}(\mathbf{K}^T\mathbf{K})^{-1} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, 根据上述假设有,

$$\mathbf{C}_{T,r,k} = \text{diag}\{\sigma_i^2, \sigma_i^2, \dots, \sigma_i^2\}_{n \times n} = \sigma_i^2\mathbf{I}$$

是  $T_{r,k}$  测量误差的协方差矩阵,  $\mathbf{I}$  是  $n$  阶单位阵。简化后得到:

$$\mathbf{C}_\theta = \sigma_i^2(\mathbf{K}^T\mathbf{K})^{-1} \quad (17)$$

因此有,

$$\sigma_{\theta_1}^2 = k'_{11}\sigma_i^2 \quad (18)$$

其中,  $k'_{11}$  是  $(\mathbf{K}^T\mathbf{K})^{-1}$  第一行第一列的元素。根据  $\mathbf{K}$  的表达式, 可以推出:

$$k'_{11} = \frac{120(2n-1)}{n(n^2-1)(3n^3-9n^2+8n-4)} \quad (19)$$

根据  $b$  的表达式, 且  $(1-r/c)^3 \approx 1$ 。因此在进行误差分析的时候, 近似认为

$$\ddot{r} \approx 2cb \quad (20)$$

从  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  的方程组中解出  $b = \hat{\theta}_1/\hat{T}_r^2$ , 代入上式得:

$$\ddot{r} \approx \frac{2c\hat{\theta}_1}{\hat{T}_r^2} \quad (21)$$

综上, 得到径向加速度的估计误差方差与测时的误差方差有如下的关系:

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &\approx \frac{4c^2}{\hat{T}_r^4}\sigma_{\theta_1}^2 \\ &\approx \frac{480(2n-1)c^2}{n(n^2-1)(3n^3-9n^2+8n-4)\hat{T}_r^4}\sigma_i^2 \end{aligned} \quad (22)$$

忽略用  $\hat{T}_r$  代替  $T_r$  引入的微小偏差, 径向加速度的估计误差也近似服从均值为零, 方差为  $\sigma_i^2$  的高斯分布。事实上, 用  $\hat{T}_r$  代替  $T_r$  引入的误差主要来自于多普勒效应的影响, 现假定这个偏差为  $\partial T$ , 对式(21)

求微分得:

$$\ddot{r} \approx -\frac{4c\theta_1}{T_r^3} \partial T \quad (23)$$

以低轨卫星对地面辐射源为例,一般卫星与星下一定范围内的目标之间的相对径向速度不超过 10 km/s。根据式(7)求得  $\partial T$ , 得到

$$\left| \frac{\partial \ddot{r}_0}{r_0} \right| \approx \left| \frac{2\partial T}{T_r} \right| \approx \left| \frac{2\dot{r}}{c-r} \right| < 0.000067 \quad (24)$$

可见,用  $T_r$  近似  $T_r$  给径向加速度的估计带来的偏差很小,完全可以忽略。

得到径向加速度的误差方差后,我们再以卫星对地面辐射源的定位为例分析定位误差的 CRLB。现采用 WGS-84 地球模型<sup>[9]</sup>,并忽略地球表面高程的影响,即  $H = 0$ ,用大地经纬度  $(L, B)$  表示目标位置坐标。则根据式(13)可以得到  $\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_N$  的联合概率密度函数:

$$p(\mathbf{r}; L, B) = \frac{1}{(2\pi\sigma_r^2)^{\frac{N}{2}}} \exp \left\{ -\frac{\sum_{i=1}^N [\hat{r}_i - g_i(L, B)]^2}{2\sigma_r^2} \right\} \quad (25)$$

将对数对  $\boldsymbol{\eta} = (L, B)^T$  求导得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln p(\mathbf{Y}; L, B)}{\partial \boldsymbol{\eta}} &= \frac{1}{\sigma_r^2} \\ &\left[ \sum_{i=1}^N [\hat{r}_i - g_i(L, B)] \frac{\partial g_i(L, B)}{\partial L}, \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^N [\hat{r}_i - g_i(L, B)] \frac{\partial g_i(L, B)}{\partial B} \right] \quad (26) \end{aligned}$$

显然上式满足正则条件。于是, Fisher 信息矩阵<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{I}(\mathbf{X}) = \frac{1}{\sigma_r^2} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \quad (27)$$

其中,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(L, B)}{\partial L} & \frac{\partial g_2(L, B)}{\partial L} & \dots & \frac{\partial g_N(L, B)}{\partial L} \\ \frac{\partial g_1(L, B)}{\partial B} & \frac{\partial g_2(L, B)}{\partial B} & \dots & \frac{\partial g_N(L, B)}{\partial B} \end{bmatrix}^T$$

根据 WGS-84 模型,当不考虑地球高程时,从经纬度坐标  $\boldsymbol{\eta} = (L, B)^T$  到地球固定坐标系下坐标  $\mathbf{P} = (x, y, z)^T$ ,有如下的转换关系<sup>[11]</sup>:

$$\mathbf{P} = F(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} N_t \cos B \cos L \\ N_t \cos B \sin L \\ N_t (1 - e^2) \sin B \end{bmatrix} \quad (28)$$

于是,可以得到地球固定坐标系下某点在  $(x, y, z)$  方向上的 CRLB 为

$$\begin{aligned} \text{CRLB}_{(x, y, z)} &= \sigma_r^2 \left[ \frac{\partial F(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \frac{\partial F(\boldsymbol{\eta})^T}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right]_{jj} \\ &(j = 1, 2, 3) \quad (29) \end{aligned}$$

设  $c_{11}, c_{22}, c_{33}$  分别为上式右边矩阵对角线上的元素,则根据定位误差几何稀释的定义有<sup>[12]</sup>,

$$\begin{aligned} \text{GDOP} &= \sigma_r \sqrt{c_{11} + c_{22} + c_{33}} \\ &\approx \frac{21.91c \sqrt{(2n-1)(c_{11} + c_{22} + c_{33})}}{\sqrt{n(n^2-1)(3n^3-9n^2+8n-4)}} \sigma_t \quad (30) \end{aligned}$$

可见,定位误差与径向加速度估计误差的均方差或 TOA 的测量误差的均方差成正比,比例系数与卫星和目标相对位置、卫星速度、卫星加速度、辐射源信号重频、测量积累信号的长度、观测的次数等因素有关。

### 3 单星仅测 TOA 无源定位法可实现性分析

目前大多数截获接收机还是采用过门限时刻作为 TOA 的测量值。由于信噪比的限制,即接收机热噪声以及外部环境引入的传输噪声,会导致理想波形失真,造成 TOA 测量中过门限时刻误差。在高信噪比、使用固定门限和线性上升沿的条件下,TOA 测量误差为:

$$\sigma_t = \frac{t_R}{\sqrt{2\text{SNR}}} \quad (31)$$

其中,  $t_R$  为脉冲上升沿时间,即为脉冲幅度 10% ~ 90% 范围的持续时间,  $t_R$  的典型值为 10 ~ 100 ns<sup>[13]</sup>。假设 SNR 为 20 dB,则  $\sigma_t$  的范围约为 0.7 ~ 7 ns。注意到测量 TOA 与测量到达时间差(TDOA)是不一样的,因为不存在时钟同步误差,所以通过脉冲前沿拟合后达到接近理论精度的 TOA 测量性能是可能的。

根据式(22),径向加速度估计误差方差与测时误差方差间的关系受到脉冲重复周期  $T_r$  和观测到的脉冲数  $n$ ,即测量积累信号的长度有关。仍假设积累信号的时长为  $\Delta t$ ,则  $n = \Delta t / T_r = \Delta t \cdot f$ ,其中  $f$  为脉冲重复频率 PRF。当  $n \gg 1$  时,式(22)可以简化为:

$$\sigma_r^2 \approx \frac{320c^2}{f\Delta t^5} \sigma_t^2 \quad (32)$$

由上式可以看出,对于一定的测时误差,要想获得更小的径向加速度估计误差主要应该考虑延长每

次积累信号的时长  $\Delta t$ 。但是必须注意由于卫星运动速度较快,  $\Delta t$  的选择也不易过长, 否则不满足  $r(t)$  的 Taylor 展开条件。假设 TOA 的测量误差为 1 ns, 并要求径向加速度估计误差达到  $1 \text{ m/s}^2$ 。则根据式 (32) 可以推算出, 当信号的 PRF 在  $100\text{Hz} \sim 100\text{kHz}$  范围内时, 一次积累信号的时长大约在  $0.20 \sim 0.77\text{s}$  范围内, 且重频越高需要积累的时长越短。这样的时长基本符合单星无源定位的实际要求。

注意上述方法并非只适用于雷达信号, 对于某些体制的通信信号也适用。考虑到采用时分多路复用方式(TDM)的通信信号也具有类似脉冲信号的特点, 以传输语音信号的 TDM 信号为例, 由于抽样频率为  $8 \text{ kHz}^{[14]}$ , 则复用后各路抽样脉冲构成的 PRF 高于  $8 \text{ kHz}$  的信号, 在极短的测量时间内, 可以认为信号形式不变, 因此本文提出的方法也适用于单星对发射 TDM 信号的通信辐射源的无源定位。

#### 4 举例计算与分析

现用一颗轨道高度约为  $500\text{km}$  的太阳同步轨道卫星为平台, 分析在其某段时长为一分钟的轨迹下对 PRF 为  $10\text{kHz}$  的雷达进行定位时星下各点的 GDOP 分布。假定接收机每隔一秒积累  $\Delta t$  为  $0.5$  秒内的脉冲串来估计径向加速度, 测 TOA 的误差均方差为  $6 \text{ ns}$ , 则根据式 (22) 此时径向加速度估计误差的均方差约为  $1.822 \text{ m/s}^2$ 。则通过计算机仿真得到在上述条件下定位时的 GDOP 分布如图 1 所示。

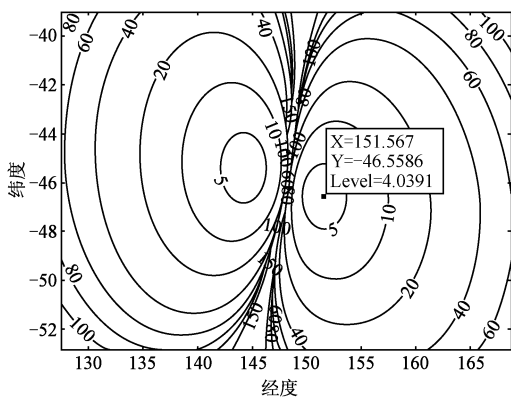


图 1 地面某区域定位精度的几何稀释  
Fig.1 GDOP of an area on the earth's surface

图 1 中, 横纵坐标分别为地球面上的大地经纬度, 定位误差的单位是公里。图中间的黑色粗线是这一分钟内卫星星下点的轨迹。可见, 星下点附近

狭长型的区域定位误差最大, 而定位效果最好的位置是在卫星轨迹两侧对称的区域。同时, 因为卫星轨道高度为  $500 \text{ km}$ , 因此在轨迹两侧相当大的一块区域内, 单星测 TOA 定位可以实现定位的相对精度小于  $1\%$ 。

现以图 1 中卫星星下点轨迹右侧的大地经纬坐标分别是东经  $151.567^\circ$  和南纬  $46.5586^\circ$  的点为例, 分析相关参数对定位误差的影响。该处与卫星轨迹的中心点的距离大约为  $593 \text{ km}$ , 在图 1 中该点的定位误差为  $4.0391 \text{ km}$ 。

首先, 分析对不同重频的雷达进行定位的性能。假定 PRF 的变化范围从  $100 \text{ Hz} \sim 100 \text{ kHz}$ , 每次积累信号时长分别取  $0.3 \text{ s}$ 、 $0.5 \text{ s}$  和  $0.7 \text{ s}$ , 其余参数与之前的假设一样, 通过计算机程序绘制出了对数坐标系中三种测量积累时间下定位误差随 PRF 变化的曲线, 如图 2 所示。显然, 在同样累积时间内, 对高 PRF 信号能够积累更多脉冲, 自然具有更高的定位精度, 而对于低 PRF 的信号可以考虑通过延长测量积累时间来提高定位精度。虽然长的测量积累时间会由于卫星状态参数变化而引入误差, 但是以这颗高度为  $500 \text{ km}$  的卫星为例,  $0.2 \text{ s}$  内卫星运动了大约  $1.5 \text{ km}$  的距离, 相对速度和加速度变化非常小。从图 2 中可以看出, 对于低 PRF 信号, 测量积累时间增加  $0.2 \text{ s}$  却对定位精度提高了大约几十公里。所以, 对于低 PRF 信号, 在一定限度内延长信号积累时间是有意义的。在实际工程中, 也可以选择这段信号的中间时刻卫星位置、相对速度和加速度作为距离的二阶模型参数, 尽可能减小定位误差。

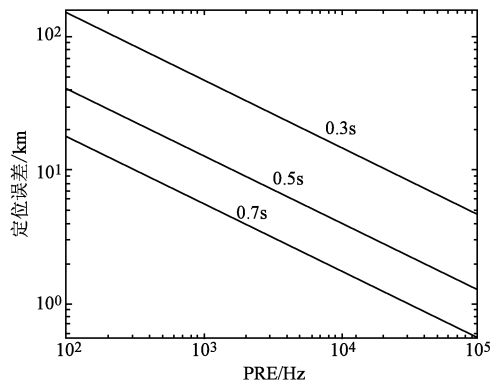


图 2 定位误差随 PRF 变化的曲线  
Fig.2 Curve of relationship between position error and PRF

其次, 分析不同信噪比环境对定位误差的影响。假

设脉冲的上升沿时间  $t_R$  为 50 ns, 信噪比的变化范围从 8 dB ~ 20 dB。则根据式(31), 测量 TOA 的均方误差变化范围约为 3.54 ns ~ 14.08 ns。分别对 PRF 为 1 k、10 k、100 k 的脉冲信号进行分析, 测量的积累时间为 0.5 s, 其他参数保持不变。得到定位误差的变化曲线如图 3 所示。

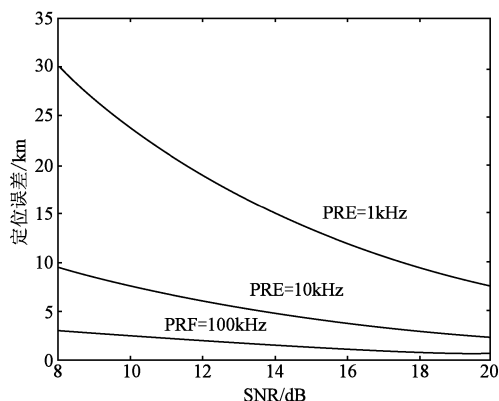


图3 信号时长为 0.5 s 时定位误差随信噪比变化的曲线

Fig.3 Curve of relationship between position error and SNR using 0.5 sec. signals

从图 3 中也可以看出, 信噪比对高重频信号定位精度的影响不如对低重频信号定位精度的影响大。同时, 通过前面的分析及式(32)可以看出, 即使在高信噪比条件下要对低重频信号达到高的定位精度, 还是应该通过延长测量的积累时间来实现。图 4 是相同条件下测量积累时间延长到 0.7s 时的定位误差曲线, 显然此时定位精度比测量积累时间为 0.5 s 时的定位精度改善了一倍多。

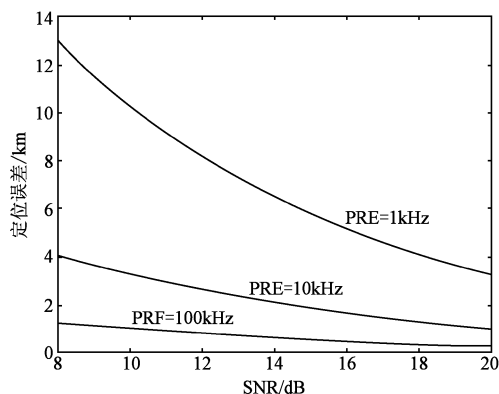


图4 信号时长为 0.7s 时定位误差随信噪比变化的曲线

Fig.4 Curve of relationship between position error and SNR using 0.7 sec. signals

## 5 结论

本文提出的单个卫星平台测量 TOA 估计径向加速度, 进而对非协作性静止辐射源进行无源定位的方法, 具有系统结构简单、载荷小、对卫星姿态控制精度要求低等优点, 能够普遍适用于对具有固定重频的雷达辐射源或者发射 TDM 信号的通信辐射源的无源定位。同时仿真分析表明, 在实际的工程运用中, 只要合理选择接收机及定位用到的相关参数, 可以实现对目标较好的定位。这种基于 TOA 测量的单星无源定位法适应未来小卫星发展计划, 也可以与其他星载定位体制相结合, 增强普查型卫星的应用效能。

## 参考文献:

- [1] 郭福成, 樊响. 空间信息对抗中的单星对卫星无源定位跟踪方法[J]. 宇航学报, 2005, 26(2): 196 - 200. [GUO Fu-cheng, FAN Yun. A method of tracking satellite by single satellite using bearings-only measurement[J]. Journal of Astronautics, 2005. 3, 26(2): 196 - 200(in Chinese).]
- [2] 焦逊, 陈永光. 电子侦察卫星对抗技术研究[J]. 电子对抗技术, 2004, 19: 34 - 37. [JIAO Xun, CHEN Yong-guang. On study of the countermeasures against electronic reconnaissance satellites[J]. Electronic Warfare Technology, 2004, 19: 34 - 37(in Chinese).]
- [3] Webster R J. An exact trajectory solution from doppler shift measurement[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1982, 18(2): 249 - 252.
- [4] Chen Y T, Towers J J. Sequential localization of a radiating source by doppler-shifted frequency measurement[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1992, 28(4): 1084 - 1089.
- [5] 冯道旺. 利用径向加速度信息的单站无源定位技术研究[D]. 国防科技大学博士论文, 2003. [FENG Dao-wang. Researches on passive localization techniques using radial acceleration by single observer[D]. PhD thesis, National University of Defense Technology, 2003(in Chinese).]
- [6] SCALES W C, SWANSON R. Air and sea rescue via satellite systems[J]. IEEE Spectrum, 1984: 48 - 52.
- [7] 陆安南, 孔宪正. 单星测频无源定位法[J]. 通信学报, 2004, 25(9): 160 - 168. [LU An-nan, KONG Xian-zheng. Passive localization from frequency measurements by single satellite[J]. Journal of China Institute of Communications, 2004, 25(9): 160 - 168(in Chinese).]
- [8] 郭福成. 基于运动学原理的单站无源定位与跟踪关键技术研究[D]. 国防科技大学博士论文, 2002. [GUO Fu-cheng. Researches on passive localization and tracking techniques based on kinematics[D]. National University of Defense Technology, 2002(in Chinese).]

- nematics by single observer[D]. PhD thesis, National University of Defense Technology, 2002(in Chinese).]
- [9] 边少锋,柴洪洲,金际航.大地坐标系与大地基准[M].北京:国防工业出版社,2005:107-115.[BIAN Shao-feng, CHAI Hong-zhou, JIN Ji-hang. Geodetic Coordinates and Geodetic Datum[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. 5:107-115 (in Chinese).]
- [10] Steven M, Kay. Statistical Signal Processing: Estimation Theory[M]. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1993: 27-50.
- [11] 朱华统著.常用大地坐标系及其变换[M].北京:解放军出版社,1990:39-43.[ZHU Hua-tong. Major Geodetic Coordinates and transform[M]. Beijing: People's Liberation Army Press, 1990:39-43(in Chinese).]
- [12] 孙仲康,周一宇,何黎星著.单多基地有源无源定位技术[M].北京:国防工业出版社,1996:37.[SUN Zhong-kang, ZHOU Yi-yu, HE Li-xing. Mono-station/Multi-station Passive/active Location Technology[M]. Defense industry press, Beijing: National Defense Industry Press, 1996:37(in Chinese).]
- [13] 李宗华.无机动单站对运动辐射源的无源定位跟踪技术研究[D].国防科技大学博士论文,2003.[LI Zong-hua. Researches on passive localization and tracking techniques of moving emitter by non-maneuver observer[D]. PhD thesis, National University of Defense Technology, 2003(in Chinese).]
- [14] 王兴亮.数字通信原理与技术(第二版)[M].西安:西安电子科技大学出版社,2003:124-126.[WANG Xing-liang. Principles and Techniques of Digital Communication[M]. Xi'an: Xidian University Press, 2003:124-126(in Chinese).]
- 作者简介:徐义(1983-),男,硕士生,研究方向为无源定位技术。  
通信地址:国防科技大学电子科学与工程学院一所五室(410073)  
电话:(0731)84573490  
E-mail:lengfeng8389@hotmail.com

## A New Satellite Passive Localization Method Using TOA Measurement Only

XU Yi<sup>1,2</sup>, GUO Fu-cheng<sup>1</sup>, FENG Dao-wang<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Unit 73680 of Pla, Nanjing 211112, China)

**Abstract:** Due to the problems such as system complexity, heavy load demand and precise attitude demand of the single satellite passive localization using angles measurements, a method of locating the static emitter on the earth's surface by a single low earth orbit satellite only using time of arrival (TOA) is proposed. Based on the researches of radial acceleration estimation from the TOA measurements only, this paper proposes the localization method using the grid search technique. The Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) of localization error and the Geometric Dilution of Precision (GDOP) for different location on earth is derived. And the feasibility of this method is analyzed. Theoretical analysis and computer simulation indicate that this localization method is easy to implement and could be widely used. And the performance of this method could meet the application demand.

**Key words:** Satellite; Passive localization; Time of Arrival (TOA); Cramer-Rao lower bound (CRLB)