

圆环压缩过程的有限元模拟

——一种标定摩擦系数理论曲线的新方法*

胡 忠 朱利华 李家庆

(清华大学, 北京 100084)

摘 要 本文采用大变形弹塑性有限元理论, 八节点四边形单元, 准确的摩擦边界处理技术和反映材料在热加工过程中真实应力-应变的本构关系曲线, 用 ANSYS5.1 软件对尺寸为外径: 内径: 高度 = 6: 3: 2 的圆环在不同摩擦系数 ($\mu = 0-0.577$) 条件下的镦粗过程进行了数值模拟研究, 并根据模拟结果绘制了金属热加工成形过程中测量摩擦系数的理论标定曲线, 该曲线比经典方法的结果具有更高的精度.

关键词 圆环压缩, 摩擦系数, 弹塑性有限元, 金属成形

在塑性成形过程中, 变形材料(工件)与工具之间的摩擦作用, 直接影响到工具的寿命、工件的表面质量、变形功的大小以及模锻时模膛充满的情况等. 因此研究摩擦机理, 测定接触面摩擦系数的大小, 就成为一个极其重要的问题. 圆环镦粗法是目前国内外广泛用来研究金属塑性成形过程中润滑效果的一种简单可靠的方法, 它可以在接近工况的条件下定量地测定摩擦系数. 理论和实践证明, 摩擦系数小时, 圆环镦粗后内外径都增大, 当摩擦系数增大到某一临界值时, 镦粗后圆环的外径增大, 内径反而缩小, 通常以内径的变化作为衡量摩擦大小的依据. 该方法的优点是仅从变形就可以判别其润滑状态, 而无需测量变形力的大小. 应用这种方法, 首先必须要有准确的曲线图, 即标准理论曲线. 对于圆环镦粗的理论解, 目前普遍采用的是 Avitzur 及其改进的用能量法或上限法计算的理论解^[1], 这些方法采用理想刚塑性材料模型, 接触面常摩擦力及圆环变形速度场等假设, 这些均与实际情况差异较大. 基于这些理论而绘制的标准理论曲线将给实际测量摩擦系数带来较大的误差. 自从 70 年代初刚塑性有限元和弹塑性大变形有限元法问世以来, 塑性加工变形过程的有限元分析技术发展迅速, 逐渐趋于成熟^[2]. 本文采用大变形弹塑性有限元理论, 八节点四边形单元技术, 准确的摩擦边界处理技术, 以及材料在热加工过程中的真实应力-应变的本构关系, 可准确模拟圆环镦粗时的变形场、应力场与边界摩擦特性, 由此确定的标准理论曲线可准确反映热加工时的摩擦影响, 其结果在理论和实际上都具有十分重要的意义.

1 大变形弹塑性有限元的基本理论

采用大变形弹塑性有限元法分析金属成形问题, 不仅能按照变形路径得到塑性区的发展情况, 工件中的应力、应变的分布规律, 以及几何形状的变化, 而且能有效地处理卸载, 计算残

* 收到初稿日期: 1996-04-05, 收到修改稿日期: 1996-06-06

本文通讯联系人: 胡 忠, 副教授, 北京(100084)清华大学机械工程系

余应力和残余应变,从而可以分析和防止产品的缺陷等问题.但大变形弹塑性有限元法是建立在有限变形理论基础上的,从分析金属成形过程的角度出发,计算工作量大.近年来,由于计算机软硬件技术的迅速发展和数值计算方法的不断完善,其越来越显示出无比的优越性.

1.1 几何非线性

当结构位移显著地改变其刚度时,则被视为几何非线性.大应变几何非线性解决大的局部变形.为了度量大变形物体的变形状态,必须精确地研究物体的变形.假设物体变形前后的位置矢量分别为 $\{X\}$ 和 $\{x\}$,则位移矢量 $\{u\}$ 为

$$\{u\} = \{x\} - \{X\} \quad (1)$$

相应的变形梯度张量 $[F]$ 为

$$[F] = \frac{\partial \{x\}}{\partial \{X\}} = [I] + \frac{\partial \{u\}}{\partial \{X\}} \quad (2)$$

其中 $[I]$ 为单位矩阵,利用极分解定理可知, $[F]$ 可唯一地进行右极分解

$$[F] = [R][U] \quad (3)$$

其中 $[R]$ 称为转动矩阵,是正交张量($[R]^T [R] = [I]$), $[U]$ 称为形变矩阵,也称为右伸长张量,是对称正定矩阵.一旦形变矩阵知道后,Hencky应变或对数应变张量可由下式给出

$$[\varepsilon] = \ln[U] = \sum_{i=1}^3 \ln(\lambda_i) \{e_i\} \{e_i\}^T \quad (4)$$

其中 λ_i 为 $[U]$ 的特征值, $\{e_i\}$ 为 $[U]$ 的特征向量.由于弹塑性有限元求解过程中,物体运动采用更新的Lagrange描述和增量求解过程,因此总的应变张量表示为增量变形的累加

$$[\varepsilon] = \int d[\varepsilon] \approx \sum [\Delta\varepsilon] \quad (5)$$

1.2 材料非线性

在弹塑性问题中,应力全量和应变全量之间的关系通常与加载历史有关,因此弹塑性本构方程应采用流动理论来描述.但当某瞬时以前的全部加载历史已知时,可利用这种增量本构方程得到该瞬时应力全量与应变全量之间的关系.对于等向强化模型,在塑性变形过程中,加载面均匀扩大,加载函数 F 只与应力状态 $\{\sigma\}$ 和强化参数 k 有关

$$F(\{\sigma\}, k) = 0 \quad (6)$$

k 通常可取为塑性功 $k = \int \{\sigma\}^T \{d\varepsilon^{pl}\}$.由Drucker公设的推论可知,塑性应变增量的矢量与加载面法向重合,与应力增量的矢量之间的夹角等于(理想塑性)或不大于(强化材料)直角,即

$$\{d\varepsilon^{pl}\} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \quad (7)$$

而 $F < 0$,弹性状态; $F = 0$,且 $\frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \{d\sigma\} \begin{cases} > 0 & \text{加载} \\ = 0 & \text{中性变载} \\ < 0 & \text{卸载} \end{cases}$

则增量本构方程可根据 Prandtl-Reuss 理论, 应变增量由弹性和塑性两部分组成, 即

$$\{\mathrm{d}\varepsilon\} = \{\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{el}}\} + \{\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{pl}}\} \quad (8)$$

应力增量可由弹性应变增量计算

$$\{\mathrm{d}\sigma\} = [D]\{\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{el}}\} = [D](\{\mathrm{d}\varepsilon\} - \{\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{pl}}\}) \quad (9)$$

$$\mathrm{d}\lambda = \frac{1}{B} \left(\frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right)^{\mathrm{T}} [D] \{\mathrm{d}\varepsilon\}, \quad B = \left(\frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right)^{\mathrm{T}} [D] \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} - \frac{\partial F}{\partial k} \{\sigma\}^{\mathrm{T}} \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \quad (10)$$

将式(10)代入流动法则式(7), 再代回式(9), 便得到增量本构方程, 即

$$\{\mathrm{d}\sigma\} = [D_{\mathrm{ep}}]^{\mathrm{T}} \{\mathrm{d}\varepsilon\} \quad (11)$$

其中弹塑性切矩阵 $[D_{\mathrm{ep}}]^{\mathrm{T}} = [D] - [D_{\mathrm{p}}]$, 塑性切矩阵 $[D_{\mathrm{p}}] = \frac{1}{B} [D] \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \left(\frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right)^{\mathrm{T}} [D]$.

1.3 有限元公式

经离散化后的单元矩阵和载荷矢量可由更新的 Lagrange 公式导出

$$[\bar{K}_i] \Delta u_i = \{F^{\mathrm{app}}\} - \{F_i^{\mathrm{nr}}\} \quad (12)$$

其中切矩阵 $[\bar{K}_i] = [K_i] + [S_i]$, $[K_i] = \int [B_i]^{\mathrm{T}} [D_i] [B_i] \mathrm{d}V$ 为通常的刚度矩阵, $[B_i]$ 是基于当前几何形状 $\{X_n\}$ 的应变—位移矩阵, $[D_i]$ 是当前的应力—应变矩阵; $[S_i] = \int [G_i]^{\mathrm{T}} [\tau_i] [G_i] \mathrm{d}V$ 为应力刚度(或几何刚度)贡献矩阵, $[G_i]$ 是形函数导数矩阵, $[\tau_i]$ 是在整体坐标系中当前时刻的 Cauchy(真实)应力 $\{\sigma_i\}$ 的矩阵. $\{F^{\mathrm{app}}\}$ 为外载荷列阵, 由物体所受外力决定, 而 Newton-Raphson 失衡力为

$$\{F_i^{\mathrm{nr}}\} = \int [B_i]^{\mathrm{T}} \{\sigma_i\} \mathrm{d}V \quad (13)$$

上式不论从运动学或几何学上考虑以及本构特性都具有高度非线性, 假设将 Cauchy 应力分解成偏量部分和静水压力之和

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \{q\}P \quad (14)$$

其中 $\{q\} = \{1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1\}$; $P = -(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$ 为静水压力, 它对于大塑性应变可很方便地施加不可压缩的约束, 则失衡力可改写为

$$\{F^{\mathrm{nr}}\} = \int [B]^{\mathrm{T}} \{\sigma'\} \mathrm{d}V - \int [B]^{\mathrm{T}} \{q\} P \mathrm{d}V \quad (15)$$

塑性流动中的不可压缩性约束通过对总体方程增加附加项来施加

$$\int [N^{\mathrm{p}}]^{\mathrm{T}} (\Delta J - \Delta \bar{J}(\Delta P)) \mathrm{d}V = 0 \quad (16)$$

其中 $[N^{\mathrm{p}}]$ 为与单独插入(内插)的静水压自由度有关的形函数, ΔJ 为与变形梯度有关(或与体积变化有关)的行列式, $\Delta \bar{J}$ 为表示静水压—体积变化关系的描述函数, 可表示为

$$\Delta \bar{J} = \exp(-\Delta P / K) \quad (17)$$

其中 K 为材料的弹性体积模量, $K = E / 3(1-2\nu)$; E, ν 分别为弹性模量和 Poisson 比. 则静力分析所用的刚度方程构成如下

$$\begin{bmatrix} K^{uu} & K^{up} \\ K^{pu} & K^{pp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F^u \\ F^p \end{Bmatrix} \quad (18)$$

其中

$\{F\}$ 为节点外载荷, $\{\Delta u\}, \{\Delta p\}$ 分别为位移增量和静水压增量

$$\{F^u\} = \int [B]^T \{\bar{\sigma}\} dV; \quad \{F^p\} = \int [N^p]^T (\Delta J - \Delta \bar{J}(\Delta P)) dV;$$

$$[K^{uu}] = \frac{\partial}{\partial u} \left[\int [B]^T \{\bar{\sigma}\} dV \right]; \quad [K^{up}] = [K^{pu}]^T = \frac{\partial}{\partial p} \left[\int [B]^T \{\bar{\sigma}\} dV \right];$$

$$[K^{pp}] = \frac{\partial}{\partial p} \left[\int [N^p]^T (\Delta J - \Delta \bar{J}(\Delta P)) dV \right].$$

$\{\bar{\sigma}\} = \{\sigma'\} - \{q\}P_0$ 为总的 Cauchy 应力, P_0 为静水压场插值而得的压力值.

2 接触边界的处理技术

对于二维接触, 采用三节点单元作为一般接触分析的单元, 如图 1 所示, 图中 n, s 为该接触单元的局部坐标. 在通常的接触问题分析中, 两个(或更多)物体间的接触面通常是事先不知道的. 此外, 处于接触状态的有限元模型生成精确的节点对节点的接触是不可能的, 也是所不希望的. 因此采用三节点接触单元可以表达具有生成任意网格的一般接触模型的能力. 换句话说, 它的使用并不限于已知接触或节点对节点的接触形态.

当接触点 K 穿透由节点 I 和 J 定义的靶面时, 表明接触了, 为了满足接触相容性, 在垂直于靶面的趋于减少穿透深度的方向上施加一个适当的力

$$f_n = \min(0, K_n g + \lambda_{i+1}) \quad (19)$$

其中 K_n 为接触刚度, g 为表示穿透深度的间隙值, λ_{i+1} 为第 $i+1$ 步迭代时的 Lagrange 乘子

$$\lambda_{i+1} = \begin{cases} \lambda_i + \alpha K_n g & |g| \geq \varepsilon \\ \lambda_i & |g| < \varepsilon \end{cases} \quad (20)$$

ε 为用户定义的相容性容差, α 为内部的计算因子 ($\alpha < 1$).

由于接触节点相遇并沿靶面移动而引起摩擦将产生切向力, 一般有三种情况

$$f_s = \begin{cases} 0 & \text{无摩擦} \\ K_t u_s^c < M \bar{f}_s & \text{粘滞} \\ \bar{f}_s & \text{滑动} \end{cases} \quad (21)$$

式中 K_t 为粘滞刚度, $f_s = -\mu f_n$ 为库仑摩擦模型的粘滞极限值, M 为静 / 动态摩擦因子, μ_s^c 为弹性切向变形. 单元载荷矢量(即 Newton-Raphson 失衡力)为

$$\{f_i^{nc}\} = f_n \{N_n\} + f_s \{N_s\} \quad (22)$$

式中 $\{N_n\}$ 和 $\{N_s\}$ 分别为法向和切向的插值函数(在局部 $s-n$ 方向坐标系中). 对于接触单元的切向刚度矩阵为

$$[K_t] = \begin{cases} K_n \{N_n\} \{N_n\}^T + K_s \{N_s\} \{N_s\}^T & \text{粘滞接触} \\ K_n \{N_n\} \{N_n\}^T & \text{滑动或无摩擦接触} \\ [0] & \text{无接触} \end{cases} \quad (23)$$

3 圆环锻造过程的弹塑性有限元模拟

采用国际著名大型通用有限元软件 ANSYS 用于大变形塑性成形模拟, 在构造有限元模型时, 将模型划分为模具单元、工件单元和接触单元, 可对工件和模具同时进行分析. 当模具与工件之间的摩擦系数较低 ($\mu \leq 0.2$) 时, 圆环压缩过程中工件的网格畸变较小, 可将工件剖面均匀划分成矩形网格, 如图 2a 所示, 而对于高摩擦系数时工件网格畸变十分严重, 为了避免重划网格可能带来的计算误差, 根据圆环压缩变形的特点进行网格分区划分, 使模拟计算不需要进行网格重划而能进行到底, 如图 2b 所示.

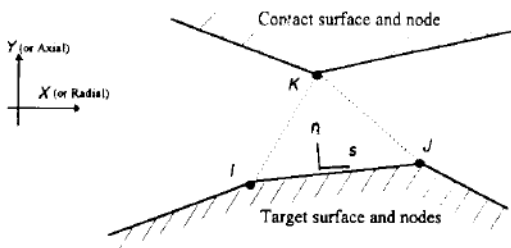


图 1 接触单元形式

Fig.1 Element form of general contact analysis

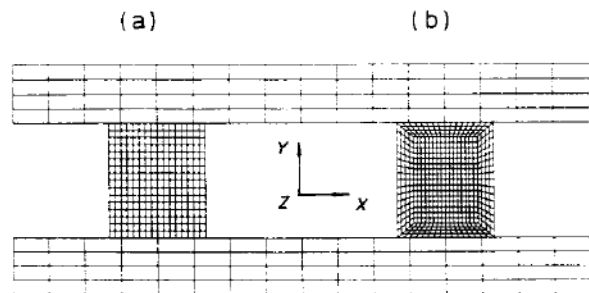


图 2 有限元分析模型

Fig.2 Model of finite element analysis

(a) $\mu = 0-0.2$ (b) $\mu > 0.2-0.577$

模拟采用的圆环尺寸为外径: 内径: 高度 = 6: 3: 2, 钢在热锻时的真实应力 σ 与真实应变 ε 曲线的模型参见文献 [4]. 由于模拟计算时采用了无量纲方法, 对于不同的应变速率条件下的真实应力-应变关系, 可通过调整相应的 $\sigma_{0.4}$ 来满足要求. 它只影响变形载荷的大小, 而并不影响变形模拟的准确性. 变形过程假设为等温过程, 摩擦系数为 $\mu = 0.05$ 和 $\mu = 0.5$. 压缩 50% 时的变形模拟如图 3 所示, 相应的剪应力分布如图 4 所示, 图中 A, B, C, D, E 分别表示等值线所代表的数值. 从图 3 可以看出, 在低摩擦条件下圆环内径的变化趋于内凹, 而高摩擦条件下圆环内径的变化趋于外凸, 这反映了圆环锻造过程中内径变化的两种典型情况. 高摩擦条件下圆环变形极不均匀, 这是经典理论无法准确描述的^[1,3]. 从图 4 可以看出, 剪应力的分布随摩擦系数的增加而变得十分复杂, 这也是经典理论无法准确描述的. 在不同摩擦系数条

件下,圆环平均内径的变化率 $\Delta D_i / D_i$ 随高度的压下率 $\Delta H / H_0$ 而变化的曲线如图 5 所示.模拟得到的圆环中部内径的减少率 $(\Delta D_i / D_i)_{H=0.5H_0}$ 随高度的压下率 $\Delta H / H_0$ 的变化值与经典理论和经典实验的结果比较如表 1 所示^[1,3],可以看出,在摩擦系数较低时,由本文模

表 1 不同方法得到的圆环中部内径随压下量的变化值的比较

Table 1 Comparison of $(\Delta D_i / D_i)_{H=0.5H_0}$ obtained by different methods

Friction coefficient	$\mu = 0.577 (m = 1.0)$				$\mu = 0.289 (m = 0.5)$				$\mu = 0.029 (m = 0.05)$			
	20	30	40	50	20	30	40	50	20	30	40	50
Height reduction ratio, %												
$(\Delta D_i / D_i)_{H=0.5H_0}$ by FEM, %	12.50	22.50	35.50	55.50	10.00	17.50	27.50	43.00	-8.00	-13.50	-20.00	-25.50
$(\Delta D_i / D_i)_{H=0.5H_0}$ by classical theory, %	8.57	15.00	25.00	40.00	4.31	8.36	14.22	23.45	-9.00	-15.00	-21.70	-28.60
$(\Delta D_i / D_i)_{H=0.5H_0}$ by classical experiment, %	16.00	25.83	38.33	60.00	11.30	18.33	28.50	44.17	-3.50	-6.30	-10.00	-15.00

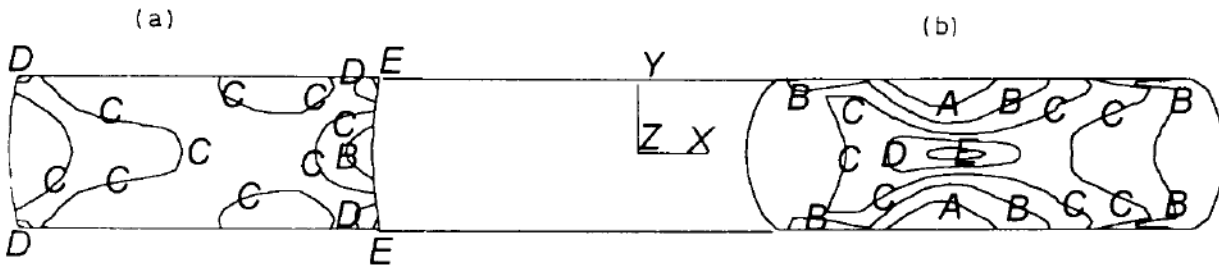


图 3 圆环压缩的等效塑性应变分布

Fig.3 Distribution of equivalent plastic strain for ring compression

(a) $\mu = 0.05, \Delta H / H_0 = 50\%, A = 0.558, B = 0.815, C = 1.072, D = 1.330, E = 1.587$

(b) $\mu = 0.5, \Delta H / H_0 = 50\%, A = 0.285, B = 0.844, C = 1.403, D = 1.962, E = 2.521$

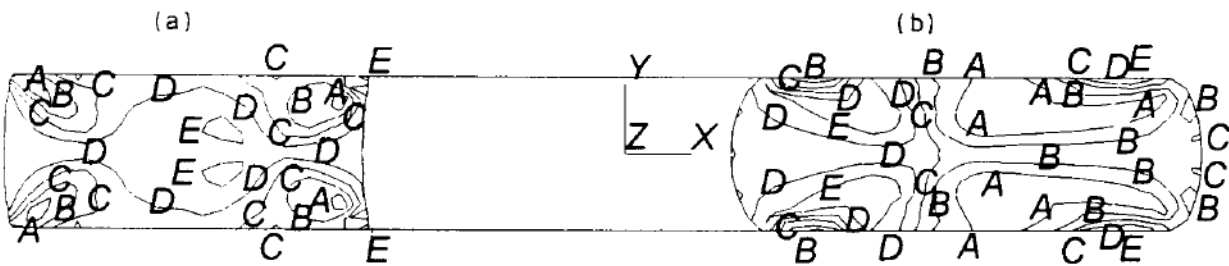


图 4 圆环压缩的剪应力分布

Fig.4 Distribution of shear stress for ring compression

(a) $\mu = 0.05, \Delta H / H_0 = 50\%, A = -0.250, B = -0.185, C = -0.121, D = -0.0558, E = 0.00904$

(b) $\mu = 0.5, \Delta H / H_0 = 50\%, A = -0.469, B = -0.238, C = -0.00637, D = 0.225, E = 0.456$

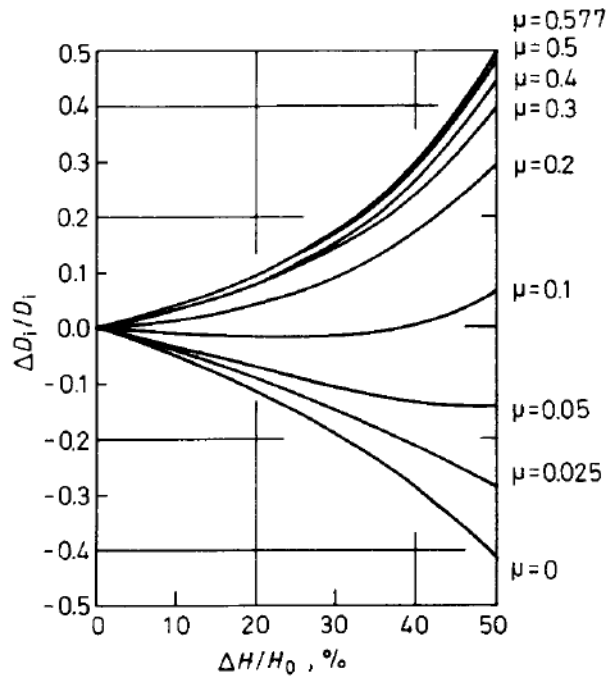


图 5 弹塑性有限元计算得到的摩擦系数理论标定曲线 (圆环尺寸 6 : 3 : 2)

Fig.5 Theoretical calibration curves for a ring of 6 : 3 : 2 size calculated by elasto-plastic FEM

拟所得结果与经典理论计算所得结果十分接近, 而当在摩擦系数较高时, 模拟值大于经典理论计算值, 这一结果可以更好地解释当粗糙摩擦的圆环镦粗实验时, 用经典理论计算得到的摩擦系数往往远大于 0.577 这一不合理结果, 从表中可以看出有限元模拟结果更接近经典实验的结果, 具有更高的精度.

4 结 论

采用基于大变形弹塑性理论和准确的接触摩擦描述的有限元模拟技术, 可准确模拟圆环镦粗过程中的应力应变情况, 所得结果比经典理论的分析结果具有更高的精度和理论价值, 是一种标定摩擦系数理论曲线的较准确的方法. 所得标定曲线可用来评定金属成形过程中工件与模具间的摩擦系数.

参 考 文 献

- 1 范钦之. 清华大学硕士学位论文, 1981
- 2 胡 忠. 塑性工程学报, 1994; 1(3): 3
- 3 杨 军, 皇甫骅. 锻压技术, 1991; (4): 10
- 4 周纪华, 管克智. 金属塑性变形阻力. 北京: 机械工业出版社, 1989: 9
- 5 Pawelski O, et al. *Steel Res*, 1989; 60(9): 395
- 6 Lee C H, Altan T. *Trans ASME, J Eng Ind*, 1972; 94: 775

- 7 Meng Y, Hiroyuki S.In: Wang Z R, He Yuxin eds., *Proceeding of 4th International Conference on Technology of Plasticity*. Beijing: International Academic Publishers,1993: 1169

NUMERICAL SIMULATION ON RING COMPRESSION

——A New Approach to Determine Calibration

Curves of Friction Coefficient

HU Zhong, ZHU Lihua, LI Jiaqing (Tsinghua University, Beijing 100084)

(Manuscript received 1996-04-05, in revised form 1996-06-06)

ABSTRACT This paper describes the theory of elasto-plastic FEM for large strain and the mathematical model of the contact problems on the dynamic boundary. And it presents the simulation results of the ring compression by using the elasto-plastic FEM program ANSYS 5.1 and the material constitutive relationship in hot metal working. The theoretical calibration curves of determining the friction coefficient for 6:3:2 rings have been predicted. The equivalent strain and the shear stress distributions have been presented.

KEY WORDS ring compression, friction coefficient, elasto-plastic FEM, metal forming

Correspondent: HU Zhong, associate professor, Tsinghua University, Beijing 100084