

## Stewart 并联机构主动隔振平台的非线性 $L_2$ 鲁棒控制

杨 涛, 马 嘉, 侯增广, 谭 民

(中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室, 北京 100190)

**摘 要:** 以 Stewart 并联机构主动隔振平台为研究对象, 提出一种非线性  $L_2$  鲁棒主动隔振控制方法. 应用牛顿-欧拉方法建立了由直线音圈电机驱动的隔振平台的完整动力学模型. 在模型非匹配不确定性的上界未知的情况下, 充分考虑动力学模型的非线性特性、参数摄动以及未建模动态等因素对隔振控制的影响, 设计了模型非匹配不确定性上界估计的调节律并推导出鲁棒主动隔振控制律. 通过构造合适的存储函数, 在理论上证明了系统的稳定性和满足  $L_2$  性能准则的隔振性能. 仿真结果表明, 该方法能有效地抑制 6 个方向的低频振动, 得到满意的隔振性能.

**关键词:** Stewart 平台; 鲁棒控制; 主动隔振; 直线音圈电机

**中图分类号:** TB535; TP242

**文献标识码:** A

## Nonlinear $L_2$ Robust Control of an Active Vibration Isolation Platform Based on Stewart Parallel Mechanism

YANG Tao, MA Jia, HOU Zeng-guang, TAN Min

(Key Laboratory of Complex System and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** A nonlinear  $L_2$  robust active vibration isolation control approach is proposed for the active vibration isolation platform based on Stewart parallel mechanism. The entire dynamic model of the vibration isolation platform driven by the linear voice coil motors is developed with Newton-Euler method. Without knowing the upper bound of the unmatched uncertainties of the model, the influence factors of vibration isolation, such as the nonlinear characteristics of the dynamic model, the parameter perturbation and the unmodeled dynamics, are fully taken into account. A tuning rule is designed to estimate the unknown upper bound of the unmatched uncertainties. Moreover, a robust active vibration isolation controller is derived. By constructing appropriate storage functions, the controller stability and the  $L_2$  performance criterion based vibration isolation performance are verified theoretically. The simulation results demonstrate that the controller can effectively attenuate low-frequency vibrations in all six degrees of freedom and the satisfactory vibration isolation performance can be achieved.

**Keywords:** Stewart platform; robust control; active vibration isolation; linear voice coil motor

### 1 引言 (Introduction)

大量工程实践表明, 振动存在于绝大多数的机电系统中, 如果不加以合理的抑制和控制, 会造成严重的后果<sup>[1]</sup>. 与被动隔振相比, 主动隔振具有更好的低频隔振性能. 为此, 许多科研人员对基于并联机构的多自由度主动隔振控制进行了研究. Geng 等设计了一种正六面体结构的 Stewart 主动隔振平台, 在此基础上, 采用自适应滤波算法进行隔振控制<sup>[2]</sup>. Chen 等在 Stewart 隔振平台的结构和各支杆作动器的参数满足一定假设条件的情况下, 对隔振平台采用静态解耦控制<sup>[3]</sup>. 王晓雷等在八作动器整星隔振平台的基础上, 利用作动器对称分布的特点,

给出了一种解耦算法<sup>[4]</sup>. 上述研究对隔振平台的构型要求较高, 而且需要假设各作动器的参数基本一致; 同时, 在隔振平台工作空间较小时, 将系统模型简化为线性模型, 忽略了模型中的哥氏力和向心力等非线性项, 限制了实际的应用.

主动隔振控制中存在模型参数摄动以及传感器误差, 并且要考虑控制方案的实时性, 因此鲁棒控制算法受到较多的关注. 近年来, 研究重点尤其集中于对多输入多输出 (MIMO) 系统的  $H_\infty$  和  $\mu_{\text{synthesis}}$  隔振控制<sup>[5,6]</sup>, 然而研究对象仅限于线性系统, 没有充分考虑系统的某些非线性因素对隔振控制造成的影响.

在针对并联机构的鲁棒控制方法研究方面,文 [7] 基于李亚普诺夫稳定性理论,设计了一种液压驱动六自由度并联机构的鲁棒轨迹跟踪控制器.文 [8] 给出了电机丝杠装置驱动的六杆 Stewart 平台在关节空间内的非线性鲁棒控制器.文 [9] 在考虑交流伺服电机模型误差的情况下,设计了一种三自由度并联机构鲁棒控制方法,并分析了系统的  $L_2$  干扰抑制性能.然而上述方法都需要假设系统不确定性的上界已知.

本文在建立主动隔振平台动力学模型和直线音圈电机动态模型的基础上,充分考虑模型的非线性特性、参数摄动以及未建模动态等因素对隔振控制的影响,在模型非匹配不确定性上界未知的情况下,对非线性  $L_2$  鲁棒主动隔振控制方法进行了深入的研究.该方法直接针对非线性 MIMO 隔振控制系统,无需事先对复杂的动力学模型进行解耦.通过仿真实验对该方法的有效性进行了进一步验证.

## 2 动力学建模 (Dynamic modeling)

### 2.1 主动隔振平台动力学建模

典型的 Stewart 主动隔振平台如图 1 所示.有效载荷安装在上平台之上,下平台与振源固连,通过对六个支杆作动器的控制,减小振动对有效载荷的影响.与一般 Stewart 并联机构动力学建模不同,在考虑隔振控制时,由于作用在下平台的振动对整个隔振平台的动力学特性有直接影响,因此在隔振平台动力学建模时,需要考虑下平台的运动,于是引入三个笛卡儿参考坐标系  $\{P\}$ 、 $\{B\}$  和  $\{U\}$ .其中,  $\{P\}$ 、 $\{B\}$  分别固定在上平台和下平台的质心处,  $\{U\}$  为惯性坐标系.

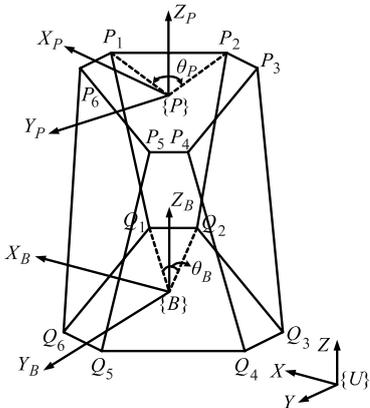


图 1 主动隔振平台示意图

Fig.1 Diagram of the active vibration isolation platform

对于 Stewart 隔振平台,文 [10] 给出了该平台在关节空间中的动力学方程.文 [11] 在文 [10] 的基础

上给出了八作动器隔振平台在工作空间下的动力学方程,然而忽略了哥氏力项、向心加速度项以及各支杆可动部分质量的影响.本文在上述工作的基础上,采用牛顿—欧拉方法,推导出隔振平台的完整动力学方程,可表示为:

$$M(U_{\chi_B}, U_{\chi_P}) U_{\ddot{\chi}_P} + C(U_{\chi_B}, U_{\chi_P}, U_{\dot{\chi}_B}, U_{\dot{\chi}_P}) U_{\dot{\chi}_P} + B(U_{\chi_B}, U_{\chi_P}) U_{\dot{\chi}_P} + K(U_{\chi_B}, U_{\chi_P}) U_{\chi_P} + \delta_1(U_{\chi_B}, U_{\chi_P}, U_{\dot{\chi}_B}, U_{\dot{\chi}_P}) = \tau + w_1 \quad (1)$$

其中,  $U_{\chi_P}, U_{\dot{\chi}_P}, U_{\ddot{\chi}_P} \in \mathbb{R}^6$  分别为有效载荷的质心在  $\{U\}$  下的位姿、速度和加速度向量;  $U_{\chi_B}, U_{\dot{\chi}_B}, U_{\ddot{\chi}_B} \in \mathbb{R}^6$  分别为下平台的质心在  $\{U\}$  下的位姿、速度和加速度向量.

为了以下叙述的方便,将式 (1) 简记为:

$$M\ddot{\chi} + C\dot{\chi} + B\dot{\chi} + K\chi + \delta_1 = \tau + w_1 \quad (2)$$

其中,  $U_{\chi_P}$  简记为  $\chi$ ;  $M, B, K \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  分别为平台的惯量、阻尼和刚度矩阵;  $C \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  包含平台的向心力和哥氏力项;  $\delta_1 \in \mathbb{R}^6$  为模型的非匹配不确定性,包含参数摄动、未建模动态以及摩擦等因素;  $\tau \in \mathbb{R}^6$  为平台各支杆作动器作用在上平台的广义力向量;  $w_1 \in \mathbb{R}^6$  为外部振动输入力向量.

上述各项的具体形式如下:

$$M = {}^U M_x + U^T M_s U$$

其中,  ${}^U M_x = \begin{bmatrix} mI_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & U \end{bmatrix}$ ,  $m$  为有效载荷的质量,  $U \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为有效载荷在  $\{U\}$  下的转动惯量矩阵,  $I_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为单位矩阵;  $U \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  为隔振平台在  $\{U\}$  下的雅可比矩阵;  $M_s = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_6)$ ,  $m_i (i = 1, \dots, 6)$  为各支杆可动部分的质量.

$$B = U^T \bar{B} U, \quad K = U^T \bar{K} U$$

其中,  $\bar{B} = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_6)$ ,  $\bar{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_6)$ ,  $b_i, k_i (i = 1, \dots, 6)$  分别为各支杆作动器的阻尼系数和刚度系数.

$$\tau = U^T f_m$$

其中,  $f_m \in \mathbb{R}^6$  为各作动器沿支杆轴向的力向量.

$$w_1 = (U^T M_s U J_C - U^T M_s J_B) U_{\ddot{\chi}_B} + U^T \bar{B} U J_C U_{\dot{\chi}_B} + U^T \bar{K} U U_{\chi_B}$$

其中,  $J_C = \begin{bmatrix} I_3 & -({}^U R^B p_{\text{PORG}}) \times \\ \mathbf{0} & I_3 \end{bmatrix}$ ,  ${}^U R^B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为从坐标系  $\{B\}$  到  $\{U\}$  的方向余弦矩阵,  ${}^B p_{\text{PORG}} \in \mathbb{R}^3$  为有效载荷质心在  $\{B\}$  下的位置坐标向量;  $J_B =$

$$\begin{bmatrix} u_1^T & ({}^U_B R^B q_1 \times u_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ u_6^T & ({}^U_B R^B q_6 \times u_6)^T \end{bmatrix}, u_i (i=1, \dots, 6) \in \mathbb{R}^3 \text{ 为}$$

从铰点  $Q_i$  到  $P_i$  沿着支杆轴向在  $\{U\}$  下的单位向量,  ${}^B q_i (i=1, \dots, 6) \in \mathbb{R}^3$  为下平台各铰点在  $\{B\}$  下的位置坐标向量。

$$C\dot{\chi} = c_P + {}^U J^T M_s c_B - {}^U J^T M_s v_2 - {}^U J^T M_s {}^U J c_{PB}$$

其中,  $c_P = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ {}^U \omega_P \times {}^U I {}^U \omega_P \end{bmatrix}$ ,  ${}^U \omega_P \in \mathbb{R}^3$  表示有效载荷的质心在坐标系  $\{U\}$  下的角速度向量;  $c_B = \begin{bmatrix} u_1^T [{}^U \omega_B \times ({}^U \omega_B \times {}^U_B R^B q_1)] \\ \vdots \\ u_6^T [{}^U \omega_B \times ({}^U \omega_B \times {}^U_B R^B q_6)] \end{bmatrix}$ ,  ${}^U \omega_B \in \mathbb{R}^3$  表示下平台的质心在坐标系  $\{U\}$  下的角速度向量;  $c_{PB} = \begin{bmatrix} {}^U \omega_B \times [2 {}^U_B R^B \dot{p}_{PORG} + ({}^U \omega_B \times {}^U_B R^B p_{PORG})] \\ {}^U \omega_B \times {}^U_B R^B \omega_P \end{bmatrix}$ ,  ${}^B \omega_P \in \mathbb{R}^3$  表示有效载荷的质心在坐标系  $\{B\}$  下的角速度向量;  $v_2 \in \mathbb{R}^6$  为包含其他向心力和哥氏力项的向量。

根据隔振平台模型的动力学特性知, 可以适当定义矩阵  $C$ , 使  $\dot{M} - 2C$  满足反对称性, 即

$$\dot{\xi}^T (\dot{M} - 2C) \xi = 0, \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^6 \quad (3)$$

### 2.2 音圈电机动力学建模

音圈电机是基于安培力原理的一种新型直接驱动直流伺服电机。直线音圈电机为其中的一种形式。由于直线音圈电机无需丝杠等转换机构即可直接获得直线运动, 因此解决了传统机构所固有的运动间隙、机械磨损等问题。由其构成的作动器具有结构简单、响应速度快、高速高精度等特点<sup>[12]</sup>, 适于作为主动隔振平台的作动器。

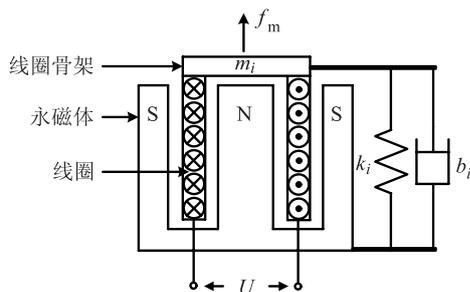


图2 单个作动器的结构示意图  
Fig.2 Structure of an actuator

单个作动器的结构如图2所示。由直线音圈电机的电磁特性可知, 各作动器沿支杆轴向的力向量

为

$$f_m = K_m i_m \quad (4)$$

其中,  $K_m = \text{diag}(k_{m1}, k_{m2}, \dots, k_{m6})$ ,  $k_{mi} (i=1, \dots, 6)$  为音圈电机的力常数;  $i_m = [i_1, i_2, \dots, i_6]^T$ ,  $i_j (j=1, \dots, 6)$  为音圈电机线圈中的电流强度。

隔振平台6个音圈电机作动器的动态模型可用以下电压平衡方程统一表示为:

$$L \dot{i}_m + R i_m + K_e \dot{l} + \delta_2 (i_m, {}^U \dot{\chi}_B, {}^U \dot{\chi}_P) = u \quad (5)$$

其中,  $L = \text{diag}(l_{m1}, l_{m2}, \dots, l_{m6})$ ,  $l_{mi} (i=1, \dots, 6)$  为电机的电感;  $R = \text{diag}(r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{m6})$ ,  $r_{mi} (i=1, \dots, 6)$  为电机的直流电阻;  $K_e = \text{diag}(k_{e1}, k_{e2}, \dots, k_{e6})$ ,  $k_{ei} (i=1, \dots, 6)$  为反电动势系数;  $u = [u_1, u_2, \dots, u_6]^T$ ,  $u_i (i=1, \dots, 6)$  为电机的控制电压;  ${}^B \dot{l} \in \mathbb{R}^6$  为6个支杆在  $\{B\}$  下的直线运动速度向量;  $\delta_2 (i_m, {}^U \dot{\chi}_B, {}^U \dot{\chi}_P) \in \mathbb{R}^6$  为音圈电机动态模型的非匹配不确定性。

由隔振平台机构的运动学特性可知  ${}^B \dot{l} = {}^U J (\dot{\chi} - J_C {}^U \dot{\chi}_B)$ , 将  $\delta_2 (i_m, {}^U \dot{\chi}_B, {}^U \dot{\chi}_P)$  简记为  $\delta_2$ , 则工作空间的音圈电机动态模型为:

$$L \dot{i}_m + R i_m + K_e {}^U J \dot{\chi} + \delta_2 = u + w_2 \quad (6)$$

其中,  $w_2 = K_e {}^U J J_C {}^U \dot{\chi}_B$ , 为外部振动对电机造成的干扰向量。

### 3 非线性 $L_2$ 鲁棒主动隔振控制器设计 (Design of nonlinear $L_2$ robust active vibration controller)

考虑直线音圈电机动态特性的主动隔振平台动力学模型可统一表示为:

$$\begin{cases} M \ddot{\chi} + C \dot{\chi} + B \chi + K \chi + \delta_1 = \tau + w_1 \\ \tau = {}^U J^T K_m i_m \\ L \dot{i}_m + R i_m + K_e {}^U J \dot{\chi} + \delta_2 = u + w_2 \end{cases} \quad (7)$$

并且, 外部振动输入向量和模型非匹配不确定性满足如下假设:

**假设1** 对于任意给定的正数  $T$ , 外部振动输入向量有界, 即:

$$\int_0^T w_1^T(t) w_1(t) dt < \infty, \quad \int_0^T w_2^T(t) w_2(t) dt < \infty$$

**假设2**  $\delta_1, \delta_2$  有界, 即  $\|\delta_1\| \leq \rho_1, \|\delta_2\| \leq \rho_2$ . 其中,  $\rho_1, \rho_2 \in (0, +\infty)$ , 但  $\rho_1$  和  $\rho_2$  的具体数值未知, 将在后续的控制器的设计中进行估计。

### 3.1 控制器设计

在对模型特性进行分析的基础上, 本文基于 L<sub>2</sub> 性能准则, 设计了一种非线性鲁棒主动隔振控制器.

根据所期望达到的隔振性能, 定义音圈电机电流的期望值为:

$$i_d = K_m^{-1} U^T (M\ddot{\chi}_d + C\dot{\chi}_d + B\chi_d + K\chi_d + u_1)$$

其中,  $\ddot{\chi}_d(t), \dot{\chi}_d(t), \chi_d(t) \in \mathbb{R}^6$  为通过隔振控制, 上平台和有效载荷期望达到的加速度、速度和位移性能指标向量;  $u_1 \in \mathbb{R}^6$  为辅助控制信号.

定义音圈电机的控制电压为:

$$u = Li_d + Ri_d + K_e U^T \dot{\chi}_d + u_2 \quad (8)$$

其中,  $i_d \in \mathbb{R}^6$  为期望的电流变化律,  $u_2 \in \mathbb{R}^6$  为辅助控制信号.

定义实际测量值与期望性能指标之间的误差向量为

$$e(t) = \chi(t) - \chi_d(t)$$

令

$$x_1 = e(t), \quad x_2 = \dot{e}(t) + \mu e(t), \quad x_3 = i_m - i_d$$

其中,  $\mu$  为给定的正常数, 则隔振平台动力学模型可表示为如下状态方程的形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - \mu x_1 \\ M\dot{x}_2 = (\mu C + \mu B - \mu^2 M - K)x_1 + (\mu M - C - B)x_2 - \delta_1 + w_1 + u_1 + U^T K_m x_3 \\ L\dot{x}_3 = -R x_3 - K_e U^T (x_2 - \mu x_1) - \delta_2 + w_2 + u_2 \end{cases} \quad (9)$$

定义评价信号  $z = \begin{bmatrix} p_1 I_6 & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & p_2 I_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix}$ , 其中  $p_1, p_2$  为正的加权系数,  $I_6 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  为单位矩阵. 令  $w = [w_1^T \ w_2^T]^T$ .

本文所设计的 L<sub>2</sub> 鲁棒隔振控制器必须满足如下条件:

1) 系统 (9) 对任意满足假设 2 的不确定性是一致最终有界稳定的;

2) 对于任意给定的正数  $T$ , 从振动输入  $w$  到评价信号  $z$  的 L<sub>2</sub> 增益小于给定正常数  $\gamma$ , 即

$$\int_0^T \|z\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w\|^2 dt + N$$

其中,  $N$  为有界正常数.

构造正定存储函数 (storage function)

$$V_0(t, x) = \frac{1}{2} x_1^T x_1 + \frac{1}{2} x_2^T M x_2 + \frac{1}{2} \Gamma_1^{-1} (\rho_1 - \hat{\rho}_1)^2$$

其中,  $\hat{\rho}_1$  为  $\rho_1$  的估计值, 定义估计误差  $\tilde{\rho}_1 \triangleq \rho_1 - \hat{\rho}_1$ ,  $\Gamma_1$  为正常数.

对  $V_0$  关于时间求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 = & -\mu \|x_1\|^2 + \frac{1}{2} x_2^T (\dot{M} - 2C) x_2 \\ & + x_2^T U^T K_m x_3 + \Gamma_1^{-1} (\rho_1 - \hat{\rho}_1) (-\dot{\hat{\rho}}_1) \\ & + x_2^T [(\mu C + \mu B - \mu^2 M - K + I_6) x_1 \\ & + (\mu M - B) x_2 - \delta_1 + w_1 + u_1] \end{aligned}$$

由式 (3) 可知,  $\frac{1}{2} x_2^T (\dot{M} - 2C) x_2 = 0, \forall x_2$  成立,

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 = & -\mu \|x_1\|^2 + x_2^T w_1 + \Gamma_1^{-1} (\rho_1 - \hat{\rho}_1) (-\dot{\hat{\rho}}_1) \\ & + x_2^T U^T K_m x_3 + x_2^T [(\mu C + \mu B - \mu^2 M \\ & - K + I_6) x_1 + (\mu M - B) x_2 - \delta_1 + u_1] \end{aligned}$$

令

$$H_0 = \dot{V}_0 + \|z\|^2 - \gamma_1^2 \|w_1\|^2 \quad (10)$$

其中, 振动抑制系数  $\gamma_1$  为给定的正数. 将  $z$  代入  $H_0$ , 得

$$\begin{aligned} H_0 = & -\mu \|x_1\|^2 - x_2^T \delta_1 - \left\| \frac{1}{2\gamma_1} x_2 - \gamma_1 w_1 \right\|^2 \\ & + \frac{1}{4\gamma_1^2} x_2^T x_2 + x_2^T U^T K_m x_3 + p_1^2 \|x_1\|^2 \\ & + p_2^2 \|x_2 - \mu x_1\|^2 + \Gamma_1^{-1} (\rho_1 - \hat{\rho}_1) (-\dot{\hat{\rho}}_1) \\ & + x_2^T [(\mu C + \mu B - \mu^2 M - K + I_6) x_1 \\ & + (\mu M - B) x_2 + u_1] \end{aligned}$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式, 进一步推导, 得

$$\begin{aligned} H_0 \leq & -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|x_1\|^2 + \rho_1 \|x_2\| \\ & + \Gamma_1^{-1} (\rho_1 - \hat{\rho}_1) (-\dot{\hat{\rho}}_1) + x_2^T U^T K_m x_3 \\ & + x_2^T \left\{ [\mu C + \mu B - \mu^2 M - K + (1 - 2p_2^2 \mu) I_6] x_1 \right. \\ & \left. + \left[ \mu M - B + \left( p_2^2 + \frac{1}{4\gamma_1^2} \right) I_6 \right] x_2 + u_1 \right\} \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} H_0 \leq & -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|x_1\|^2 + x_2^T U^T K_m x_3 \\ & + (\|x_2\| - \Gamma_1^{-1} \dot{\hat{\rho}}_1) (\rho_1 - \hat{\rho}_1) \\ & + x_2^T \left\{ [\mu C + \mu B - \mu^2 M - K + (1 - 2p_2^2 \mu) I_6] x_1 \right. \\ & \left. + \left[ \mu M - B + \left( p_2^2 + \hat{\rho}_1 + \frac{1}{4\gamma_1^2} \right) I_6 \right] x_2 + u_1 \right\} \end{aligned}$$

本文设计对模型不确定性  $\delta_1$  上界  $\rho_1$  估计的调节律为

$$\dot{\hat{\rho}}_1 = \Gamma_1 \|x_2\| - \Gamma_1 \eta_1 \hat{\rho}_1 \quad (11)$$

同时, 令辅助控制信号

$$u_1 = -C_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{e}, \dot{\boldsymbol{e}}) - \mu_1 \boldsymbol{x}_2 \quad (12)$$

其中

$$C_1(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{e}, \dot{\boldsymbol{e}}) = [\mu \boldsymbol{C} + \mu \boldsymbol{B} - \mu^2 \boldsymbol{M} - \boldsymbol{K} + (1 - 2p_2^2 \mu) \boldsymbol{I}_6] \boldsymbol{x}_1 + \left[ \mu \boldsymbol{M} - \boldsymbol{B} + \left( p_2^2 + \hat{\rho}_1 + \frac{1}{4\gamma_1^2} \right) \boldsymbol{I}_6 \right] \boldsymbol{x}_2$$

$\mu_1$  和  $\eta_1$  是任意给定的正常数, 则

$$H_0 \leq -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|\boldsymbol{x}_1\|^2 - \mu_1 \|\boldsymbol{x}_2\|^2 + \eta_1 \tilde{\rho}_1 \hat{\rho}_1 + \boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{U}^T \boldsymbol{K}_m \boldsymbol{x}_3$$

考虑到  $2\tilde{\rho}_1 \hat{\rho}_1 \leq \rho_1^2 - \tilde{\rho}_1^2$ , 则

$$H_0 \leq -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|\boldsymbol{x}_1\|^2 - \mu_1 \|\boldsymbol{x}_2\|^2 - \frac{\eta_1}{2} \tilde{\rho}_1^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{U}^T \boldsymbol{K}_m \boldsymbol{x}_3 \quad (13)$$

在此基础上, 考虑音圈电机的动态特性, 定义正定存储函数

$$V(t, \boldsymbol{x}) = V_0(t, \boldsymbol{x}) + \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_3^T \boldsymbol{L} \boldsymbol{x}_3 + \frac{1}{2} \Gamma_2^{-1} (\rho_2 - \hat{\rho}_2)^2$$

其中,  $\hat{\rho}_2$  为  $\rho_2$  的估计值, 定义估计误差  $\tilde{\rho}_2 \triangleq \rho_2 - \hat{\rho}_2$ ,  $\Gamma_2$  为正常数. 令

$$H = \dot{V} + \|\boldsymbol{z}\|^2 - \gamma_1^2 \|\boldsymbol{w}_1\|^2 - \gamma_2^2 \|\boldsymbol{w}_2\|^2 \quad (14)$$

其中, 振动抑制系数  $\gamma_2$  为给定正数. 考虑式 (13), 则

$$\begin{aligned} H &= H_0 + \boldsymbol{x}_3^T \boldsymbol{L} \dot{\boldsymbol{x}}_3 + \Gamma_2^{-1} (\rho_2 - \hat{\rho}_2) (-\dot{\hat{\rho}}_2) - \gamma_2^2 \|\boldsymbol{w}_2\|^2 \\ &\leq -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|\boldsymbol{x}_1\|^2 - \mu_1 \|\boldsymbol{x}_2\|^2 - \frac{\eta_1}{2} \tilde{\rho}_1^2 \\ &\quad + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 - \boldsymbol{x}_3^T \boldsymbol{\delta}_2 + \Gamma_2^{-1} (\rho_2 - \hat{\rho}_2) (-\dot{\hat{\rho}}_2) \\ &\quad + \boldsymbol{x}_3^T \left[ \boldsymbol{K}_m^T \boldsymbol{U} \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{R} \boldsymbol{x}_3 - \boldsymbol{K}_e \boldsymbol{U} (\boldsymbol{x}_2 - \mu \boldsymbol{x}_1) + \boldsymbol{u}_2 \right] \\ &\quad - \left\| \frac{1}{2\gamma_2} \boldsymbol{x}_3 - \gamma_2 \boldsymbol{w}_2 \right\|^2 + \frac{1}{4\gamma_2^2} \boldsymbol{x}_3^T \boldsymbol{x}_3 \end{aligned}$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式, 进一步推导, 得

$$\begin{aligned} H &\leq -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|\boldsymbol{x}_1\|^2 - \mu_1 \|\boldsymbol{x}_2\|^2 - \frac{\eta_1}{2} \tilde{\rho}_1^2 \\ &\quad + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + (\|\boldsymbol{x}_3\| - \Gamma_2^{-1} \hat{\rho}_2) (\rho_2 - \hat{\rho}_2) \\ &\quad + \boldsymbol{x}_3^T \left\{ \boldsymbol{K}_m^T \boldsymbol{U} \boldsymbol{x}_2 + \left[ \left( \frac{1}{4\gamma_2^2} + \hat{\rho}_2 \right) \boldsymbol{I}_6 - \boldsymbol{R} \right] \boldsymbol{x}_3 \right. \\ &\quad \left. - \boldsymbol{K}_e \boldsymbol{U} (\boldsymbol{x}_2 - \mu \boldsymbol{x}_1) + \boldsymbol{u}_2 \right\} \end{aligned}$$

设计模型不确定性  $\boldsymbol{\delta}_2$  上界  $\rho_2$  估计的调节律为

$$\dot{\hat{\rho}}_2 = \Gamma_2 \|\boldsymbol{x}_3\| - \eta_2 \Gamma_2 \hat{\rho}_2 \quad (15)$$

同时, 令辅助控制信号

$$\boldsymbol{u}_2 = -\boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{e}, \dot{\boldsymbol{e}}) - \mu_2 \boldsymbol{x}_3 \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{e}, \dot{\boldsymbol{e}}) &= \boldsymbol{K}_m^T \boldsymbol{U} \boldsymbol{x}_2 + \left[ \left( \frac{1}{4\gamma_2^2} + \hat{\rho}_2 \right) \boldsymbol{I}_6 - \boldsymbol{R} \right] \boldsymbol{x}_3 \\ &\quad - \boldsymbol{K}_e \boldsymbol{U} (\boldsymbol{x}_2 - \mu \boldsymbol{x}_1) \end{aligned}$$

$\mu_2$  和  $\eta_2$  是任意给定正常数, 则

$$\begin{aligned} H &\leq -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|\boldsymbol{x}_1\|^2 - \mu_1 \|\boldsymbol{x}_2\|^2 - \mu_2 \|\boldsymbol{x}_3\|^2 \\ &\quad - \frac{\eta_1}{2} \tilde{\rho}_1^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \eta_2 \tilde{\rho}_2 \hat{\rho}_2 \end{aligned}$$

考虑到  $2\tilde{\rho}_2 \hat{\rho}_2 \leq \rho_2^2 - \tilde{\rho}_2^2$ , 则

$$\begin{aligned} H &\leq -(\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2) \|\boldsymbol{x}_1\|^2 - \mu_1 \|\boldsymbol{x}_2\|^2 - \mu_2 \|\boldsymbol{x}_3\|^2 \\ &\quad - \frac{\eta_1}{2} \tilde{\rho}_1^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 - \frac{\eta_2}{2} \tilde{\rho}_2^2 + \frac{\eta_2}{2} \rho_2^2 \quad (17) \end{aligned}$$

### 3.2 系统稳定性和基于 $L_2$ 准则的隔振性能分析

#### (1) 系统稳定性分析

注意到,  $\boldsymbol{M}$  和  $\boldsymbol{L}$  均为正定对称矩阵, 则

$$\frac{1}{2} \lambda_{\min}\{\boldsymbol{M}\} \|\boldsymbol{x}_2\|^2 \leq \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_2^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{x}_2 \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\} \|\boldsymbol{x}_2\|^2 \quad (18)$$

其中,  $\lambda_{\min}\{\boldsymbol{M}\}, \lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\}$  分别为  $\boldsymbol{M}$  的最小和最大特征值.

$$\frac{1}{2} \lambda_{\min}\{\boldsymbol{L}\} \|\boldsymbol{x}_3\|^2 \leq \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_3^T \boldsymbol{L} \boldsymbol{x}_3 \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max}\{\boldsymbol{L}\} \|\boldsymbol{x}_3\|^2 \quad (19)$$

其中,  $\lambda_{\min}\{\boldsymbol{L}\}, \lambda_{\max}\{\boldsymbol{L}\}$  分别为  $\boldsymbol{L}$  的最小和最大特征值.

定义

$$\bar{\boldsymbol{x}} \triangleq [\boldsymbol{x}_1^T, \boldsymbol{x}_2^T, \boldsymbol{x}_3^T, \tilde{\rho}_1, \tilde{\rho}_2]^T$$

令

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \min(1, \lambda_{\min}\{\boldsymbol{M}\}, \lambda_{\min}\{\boldsymbol{L}\}, \Gamma_1^{-1}, \Gamma_2^{-1})$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \max(1, \lambda_{\max}\{\boldsymbol{M}\}, \lambda_{\max}\{\boldsymbol{L}\}, \Gamma_1^{-1}, \Gamma_2^{-1})$$

则, 由式 (18) 和式 (19) 可得

$$\lambda_1 \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 \leq V \leq \lambda_2 \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 \quad (20)$$

取  $\mu - p_1^2 - p_2^2 \mu^2 \leq \tilde{\epsilon}$ , 其中  $\tilde{\epsilon}$  为充分小的正数.

令

$$\lambda_3 = \min\left(\tilde{\epsilon}, \mu_1, \mu_2, \frac{\eta_1}{2}, \frac{\eta_2}{2}\right)$$

则由式 (17), 得

$$H \leq -\lambda_3 \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \frac{\eta_2}{2} \rho_2^2$$

即

$$\dot{V} \leq -\lambda_3 \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 + \gamma_1^2 \|\boldsymbol{w}_1\|^2 + \gamma_2^2 \|\boldsymbol{w}_2\|^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \frac{\eta_2}{2} \rho_2^2 \quad (21)$$

令  $\varepsilon = \gamma_1^2 \|w_1\|^2 + \gamma_2^2 \|w_2\|^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \frac{\eta_2}{2} \rho_2^2$ , 根据式 (20) 和式 (21), 由终值有界定理 [13], 可得

$$\|\bar{x}\| \leq \left[ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \|\bar{x}(0)\|^2 e^{-\frac{\lambda_2}{\lambda_1} t} + \frac{\lambda_2 \varepsilon}{\lambda_1 \lambda_3} \left(1 - e^{-\frac{\lambda_2}{\lambda_1} t}\right) \right]^{1/2}$$

其中,  $\bar{x}(0)$  是  $\bar{x}$  的初始值, 因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\bar{x}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_2 \varepsilon}{\lambda_1 \lambda_3}} \quad (22)$$

由假设 1、2 可知,  $\varepsilon$  为有界正常数. 则由式 (22) 可知,  $\bar{x}$  一致最终有界. 即,  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$ 、 $\tilde{\rho}_1$  和  $\tilde{\rho}_2$  一致最终有界. 并且, 通过适当的选取参数  $\mu$ 、 $\eta_1$ 、 $\mu_1$ 、 $\eta_2$ 、 $\mu_2$ 、 $\gamma_1$  和  $\gamma_2$ , 可使系统 (9) 的状态变量  $x_1$ 、 $x_2$  和  $x_3$  的值尽可能小, 从而满足主动隔振的要求.

(2) 基于 L<sub>2</sub> 准则的隔振性能分析

由式 (17) 可知, 对于任意有界的系统模型不确定性  $\delta_1$ 、 $\delta_2$  而言, 不等式

$$\dot{V} + \|z\|^2 \leq \gamma_1^2 \|w_1\|^2 + \gamma_2^2 \|w_2\|^2 + \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \frac{\eta_2}{2} \rho_2^2 \quad (23)$$

对于任意有界干扰输入  $w_1$ 、 $w_2$  成立.

对于任意给定的正数  $T$ , 在  $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0$  的初始条件下, 对不等式 (23) 两边同时积分, 可得

$$V + \int_0^T \|z\|^2 dt \leq \int_0^T (\gamma_1^2 \|w_1\|^2 + \gamma_2^2 \|w_2\|^2) dt + \bar{N}$$

其中,  $\bar{N} = \int_0^T \left( \frac{\eta_1}{2} \rho_1^2 + \frac{\eta_2}{2} \rho_2^2 \right) dt$ . 由假设 2 可知,  $\bar{N}$  为有界正数. 并且, 通过选取适当的参数  $\eta_1$ 、 $\eta_2$ , 可使  $\bar{N}$  充分小. 因此

$\int_0^T \|z\|^2 dt \leq \int_0^T (\gamma_1^2 \|w_1\|^2 + \gamma_2^2 \|w_2\|^2) dt + \bar{N}, \forall \delta_1, \delta_2$  成立. 系统满足基于 L<sub>2</sub> 性能准则的振动抑制性能.

根据式 (12)、(16) 设计的辅助控制信号  $u_1$ 、 $u_2$ , 可求得式 (8) 的控制律. 上述分析在理论上证明了式 (8) 为满足 L<sub>2</sub> 性能指标的鲁棒主动隔振控制器.

4 实验结果与分析 (Simulation results and analysis)

表 1 隔振平台和音圈电机主要参数  
Tab.1 Parameters of the vibration isolation platform and the voice coil motor

隔振平台参数	数值	电机参数	数值
上平台外接圆半径/m	0.2	可动部分质量/kg	1.0
下平台外接圆半径/m	0.5	力常数/N/A	68.9
相邻铰点所夹圆心角/°	30.0	直流电阻/Ω	6.05
上平台高度/m	0.28	线圈电感/mH	4.57
弹簧刚度/N/m	2.0 × 10 <sup>3</sup>	反电动势/V·s/m	68.9
阻尼系数/kg/s	19.1		

Stewart 主动隔振平台和直线音圈电机的参数如表 1 所示. 隔振平台的铰点均匀分布. 有效载荷的质量  $m = 12.4$  kg; 质心位于 Z<sub>p</sub> 轴的延长线上, 高度  $h = 0.31$  m; 上平台及有效载荷在 {P} 下的转动惯量  $I_x = I_y = 0.157$  kg·m<sup>2</sup>,  $I_z = 0.313$  kg·m<sup>2</sup>.

根据实际隔振问题的要求, 期望的位移性能指标  $x_d(t) = [0, 0, h, 0, 0, 0]^T$ , 速度性能指标  $\dot{x}_d(t)$  和加速度性能指标  $\ddot{x}_d(t)$  均为零向量.

设计鲁棒控制器时, 评价信号的加权系数  $p_1 = p_2 = 0.3$ ; 选取  $\mu = 30$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = 10$ ,  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 20$ ,  $\eta_1 = \eta_2 = 10$ . 模型参数大约摄动 20%. 同时, 设计基于计算力矩法的隔振控制器, 参数为  $K_p = \text{diag}(100, 100, \dots, 100)_{6 \times 6}$ ,  $K_d = \text{diag}(100, 100, \dots, 100)_{6 \times 6}$ , 将其隔振性能与采用鲁棒隔振控制器的隔振性能进行对比, 以验证本文所提出的方法的有效性, 仿真实验如下:

1) 在下平台的 6 个方向 (X, Y, Z, θ<sub>x</sub>, θ<sub>y</sub>, θ<sub>z</sub>) 上, 加载幅值  $A = 0.005$  m、频率  $f$  在 1~50 Hz 之间变化的正弦振动信号, 上平台及有效载荷质心的加速度相对于下平台振动输入的加速度在 6 个方向的传递率如图 3 所示. 主动隔振控制器分别为计算力矩控制器、振动抑制系数  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.04$  的鲁棒控制器 1 和  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.01$  的鲁棒控制器 2. 当振动抑制系数  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.04$  时, 鲁棒控制器 1 与计算力矩主动隔振控制器相比, 在低频段 ( $f < 26.1$  Hz) 有更好的隔振效果. 当采用  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.01$  的鲁棒控制器 2 时, 加速度传递率减小, 隔振性能得到明显改善. 从 6 个方向的速度、位移传递率上也可以得到相同的结论. 这反映了鲁棒隔振控制器在低频段上对来自不同方向的振动有良好的隔振性能.

2) 在下平台的 6 个方向 (X, Y, Z, θ<sub>x</sub>, θ<sub>y</sub>, θ<sub>z</sub>) 上同时加载频率和幅值随时间变化的振动信号, 表示为

$$vib = \begin{cases} 0.02 \sin(8\pi t), & 0 \leq t \leq 0.8 \\ 0.05(1 - \cos(12\pi t)), & 1.3 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

图 4 所示为采用上述三种主动隔振控制器时有效载荷 Z 方向的加速度、速度和位移的输出值. 与计算力矩主动隔振控制器相比, 采用本文的隔振控制方法, 三种性能指标都能得到明显的改善, 同时收敛过程也明显加快. 而且, 当采用振动抑制系数  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.01$  的鲁棒控制器 2 时, 与  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.04$  的鲁棒控制器 1 相比, 隔振性能得到进一步改善. 从其他 5 个方向的隔振效果上也能得到相同的结论.

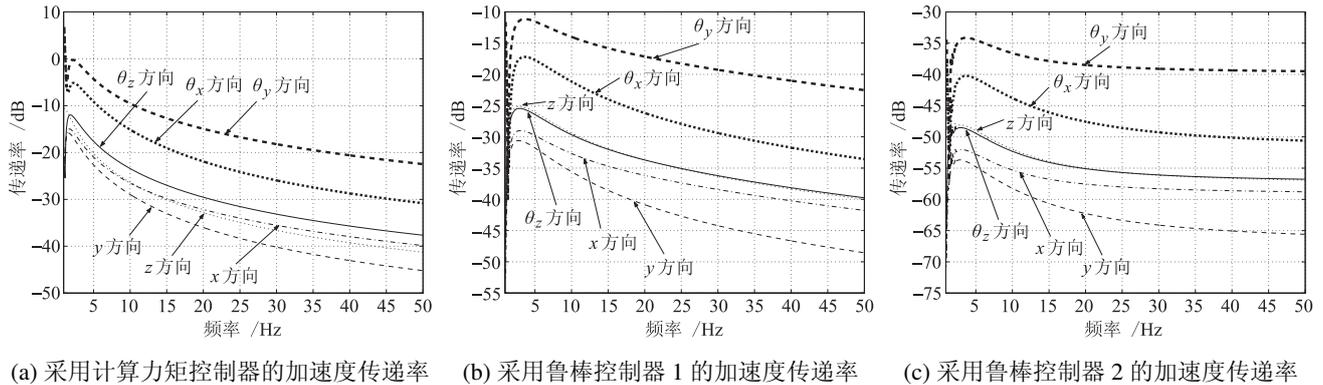


图 3 采用不同主动隔振控制器时 6 个方向的加速度传递率

Fig.3 Acceleration transmissibilities in six directions using different active vibration controllers

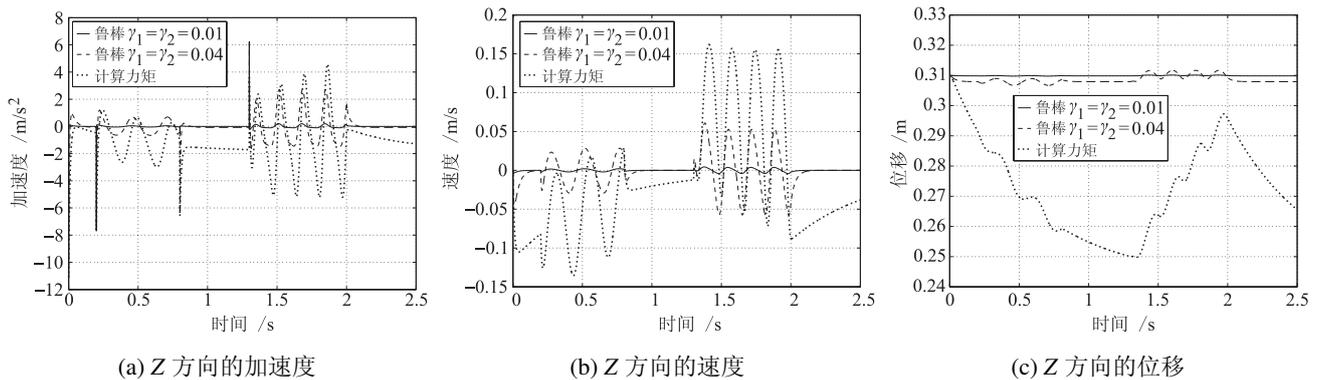


图 4 采用不同主动隔振控制器时有效载荷 Z 方向的加速度、速度和位移值

Fig.4 Acceleration, velocity and displacement of the payload in Z direction using different active vibration isolation controllers

### 5 结论 (Conclusion)

本文在音圈电机驱动的 Stewart 主动隔振平台完整动力学模型的基础上,设计了一种非线性  $L_2$  鲁棒主动隔振控制器. 仿真结果表明,该控制器对来自多个方向的低频振动有较好的隔振性能. 同时,对于不同方向上的、频率和幅值随时间变化的振动,其隔振性能也有明显改善. 在进行隔振控制时,减小振动抑制系数可以使实际的隔振效果更接近期望的性能指标. 因此,可根据隔振问题的不同,适当调整振动抑制系数,以提高隔振性能. 该方法考虑了模型中的非线性因素以及上界未知的非匹配不确定性对隔振性能的影响,同时,对系统不确定性的上界进行估计,符合实际需求.

### 参考文献 (References)

[1] Chen Y D, Fuh C C, Tung P C. Application of voice coil motors in active dynamic vibration absorbers[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(3): 1149~1154.  
 [2] Geng Z J, Haynes L S. Six degree-of-freedom active vibration control using the Stewart platforms[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1994, 2(1): 45~53.

[3] Chen Y, McInroy J E. Decoupled control of flexure-jointed hexapods using estimated joint-space mass-inertia matrix[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2004, 12(3): 413~421.  
 [4] 王晓雷, 杨庆俊, 郑钢铁. 八作动器隔振平台的通道耦合分析及解耦控制[J]. 宇航学报, 2007, 28(4): 1007~1011. Wang Xiao-lei, Yang Qing-jun, Zheng Gang-tie. Decoupling analysis and decoupling control of vibration isolation platform with eight actuators[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(4): 1007~1011.  
 [5] Hu Y R, Ng A. Active robust vibration control of flexible structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 228(1-2): 43~56.  
 [6] 李普, 胡如夫, 尹焱. 基于鲁棒  $\mu$ synthesis 的多输入多输出振动主动控制实验[J]. 机械强度, 2008, 30(1): 15~19. Li Pu, Hu Ru-fu, Ying Yao. Vibration control experiment for MIMO system by robust  $\mu$ synthesis approach[J]. Journal of Mechanical Strength, 2008, 30(1): 15~19.  
 [7] Kim D H, Kang J Y, Lee K I. Robust tracking control design for a 6 DOF parallel manipulator[J]. Journal of Robotic Systems, 2000, 17(10): 527~547.  
 [8] Fu S, Yao Y, Shen T. Nonlinear robust link space control for an electrical Stewart platform[A]. Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation[C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006. 8064~8068.

噪声较大时仍能得到正确的关联,其缺点是计算复杂度高.在 JCB B 算法的基础上,文中提出了三项改进措施:①采用互斥准则和最优准则来搜索最优解,提高关联的准确度;②根据机器人的位姿和传感器的测量范围选取局部可能区域中的地图特征参与数据关联;③依据环境和分批顺序自适应地进行分批数据关联.仿真实验表明,OJCBB 算法的关联准确度相对 JCB B 算法有一定提高,同时计算复杂度大大降低.运用 Victoria Park Dataset 数据集进行 SLAM 实验,实验结果也表明 OJCBB 算法是可信的,并且 OJCBB 算法具有很高的计算效率.

### 参考文献 (References)

- [1] Smith R C, Cheesman P. On the representation and estimation of spatial uncertainty[J]. The International Journal of Robotics Research, 1987, 5(4): 56~68.
- [2] Durrant-Whyte H F. Uncertain geometry in robotics[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(1): 23~31.
- [3] Smith R C, Self M, Cheesman P. Estimating uncertain spatial relationships in robotics[A]. Autonomous Robot Vehicles[M]. New York, USA: Springer-Verlag, 1990. 167~193.
- [4] Dissanayake M W M G, Newman P, Clark S, *et al.* A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001, 17(3): 229~241.
- [5] Bailey T. Mobile Robot Localisation and Mapping in Extensive Outdoor Environments[D]. Sydney, Australia: Sydney University, 2002.
- [6] Neira J, Tardos J D. Data association in stochastic mapping using the joint compatibility test[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001, 17(6): 890~897.
- [7] Reid D B. An algorithm for tracking multiple targets[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1979, 24(6): 843~854.
- [8] Davey S J. Simultaneous localization and map building using the probabilistic multi-hypothesis tracker[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(2): 271~280.
- [9] 郭剑辉, 赵春霞, 石杏喜. 一种改进的联合相容 SLAM 数据关联方法 [J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(11): 2260~2265. Guo Jian-hui, Zhao Chun-xia, Shi Xing-xi. Improved joint compatibility data association approach for simultaneous localization and map building (SLAM)[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(11): 2260~2265.
- [10] Guivant J E, Nebot E M. Optimization of the simultaneous localization and map-building algorithm for real-time implementation[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001, 17(3): 242~257.

### 作者简介:

周 武 (1982-), 男, 博士生. 研究领域: 同时定位与地图创建, 机器人自主导航.

赵春霞 (1964-), 女, 博士, 教授. 研究领域: 模式识别, 智能机器人.

(上接第 216 页)

- [9] 孔德庆, 黄田, 张洪波, 等. 考虑交流伺服电动力学特性的并联机构鲁棒轨迹跟踪控制方法研究 [J]. 自动化学报, 2007, 33(1): 37~43. Kong De-qing, Huang Tian, Zhang Hong-bo, *et al.* Dynamic modeling and robust trail tracking control of 3-DOF translational parallel kinematic machine driven by AC servo motors[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(1): 37~43.
- [10] McInroy J E. Modeling and design of flexure jointed Stewart platforms for control purposes[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2002, 7(1): 95~99.
- [11] Liu L K, Zheng G T, Huang W H. Octo-strut vibration isolation platform and its application to whole spacecraft vibration isolation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 289(4-5): 726~744.
- [12] Khandaker M F, Hong H, Rodrigues L. Modeling and controller design for a voice coil actuated engine valve[A]. Proceedings of

the IEEE International Conference on Control Applications[C]. New York, NY, USA: IEEE, 2005. 1234~1239.

- [13] Bridges M M, Dawson D M, Qu Z H, *et al.* Robust control of rigid-link flexible-joint robots with redundant joint actuators[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1994, 24(7): 961~970.

### 作者简介:

杨 涛 (1980-), 男, 博士生. 研究领域: 振动主动控制, 机器人智能控制等.

马 嘉 (1980-), 女, 博士生. 研究领域: 振动主动控制, 机器人智能控制等.

侯增广 (1969-), 男, 博士, 研究员. 研究领域: 智能控制理论与应用, 智能机器人控制等.