

# 距离几何 TOA 无线定位算法

贺远华, 黎洪生

HE Yuan-hua, LI Hong-sheng

武汉理工大学 自动化学院, 武汉 430070

School of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China

E-mail: whuthyh@sohu.com

HE Yuan-hua, LI Hong-sheng. Distance geometry TOA-based wireless location algorithm. Computer Engineering and Applications, 2010, 46(12): 112-114.

**Abstract:** A key obstacle to high accuracy location is the Non-Line-of-Sight(NLOS) transmission of signal in wireless localization. It adds positive error to Time of Arrival(TOA) measures. This paper presents a new location algorithm—Distance Geometric Location(DGL), based on the TOA range measurements. It forms distance error optimization constraint using the geometric relationship between the base stations and mobile station, and improves the location accuracy by modifying the distance measurements. Simulation results show that this new algorithm can efficiently reduce the effect of the NLOS error, and is robust to different NLOS error.

**Key words:** Non-Line-of-Sight; distance geometry; wireless location

**摘要:** 在无线定位中,精确定位面临的一个主要问题是信号的非视距传播(NLOS),NLOS的传播会给距离测量值增加较大的正性误差。在TOA测量距离的基础上,提出了距离几何定位算法。算法利用基站与移动台之间的距离几何关系,构造距离误差优化约束函数,对距离测量值进行合理的修正来提高定位精度。仿真结果表明,该算法能够有效地减小NLOS误差的影响,而且在不同的NLOS误差下表现稳定。

**关键词:** 非视距; 距离几何; 无线定位

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2010.12.032 文章编号: 1002-8331(2010)12-0112-03 文献标识码: A 中图分类号: TP393

## 1 引言

随着移动通信的快速发展,移动台迅速普及,各种基于位置的服务都需要较为准确的位置信息,无线定位成为近些年来一直为人们所关注的热点领域之一。所谓无线定位即是通过测量无线电波从发射机到接收机间的传播时间(TOA)、时间差(TDOA),或测定场强、方位角等参数来确定移动台位置的技术,其中TOA算法是其他算法的基础。基于TOA距离测量的方法原理简单,在理想情况下,能取得较好的精度。但在实际环境中,复杂地理的无线电波传播增加了实现高精度定位的难度,其中物理实体阻挡及散射造成的NLOS传播是影响定位精度的关键因素。针对减小NLOS传播对TOA方法定位精度的影响,国内外进行了大量的研究,产生了散射模型方法、BF参数方法、高阶统计量方法和Music方法等。这些方法有的运算量大,有的需要增加系统存储容量,这些都会增加系统成本和复杂性<sup>[1]</sup>。

该文讨论的基于距离几何的定位算法(DGL)不需要辨别测量距离是否包含NLOS误差,利用3个测量值和基站之间的距离几何关系得出目标函数与距离误差优化约束函数,不需要NLOS误差的统计特性。该算法不局限于网络结构,可以用于任何移动通信网的定位。

## 2 TOA 定位的 LS 算法

在无线定位系统中,对移动台进行定位估计采用最广泛的算法是最小二乘(LS)法<sup>[2]</sup>。假定位于 $(x, y)$ 的移动台MS在 $t_0$ 时刻发射电波,位于 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k)$ 的 $k$ 个接收机分别在 $t_1, t_2, \dots, t_k$ 时刻接收到发射信号,则有

$$\begin{cases} r_i^2 = (x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 \\ r_i = c(t_i - t_0) \end{cases}, i=1, 2, \dots, k \quad (1)$$

式(1)中, $c$ 为电波传播速度, $r_i$ 是通过测量获得的基站与移动台的距离测量值, $r_i$ 是二者的真实距离。即移动台MS必定处在以 $(x_i, y_i)$ 为圆心,以 $c(t_i - t_0)$ 为半径的 $k$ 个圆上。但是,由于受多径效应、电波的非视距传播、多址干扰及时间检测设备精度的影响,式(1)通常有一定误差,因此难以直接求出各圆的交点,确定MS的位置。可根据测量值与已知量建立线性方程组。

$$AX=b$$

$$\text{其中, } A = -2 \times \begin{bmatrix} (x_1-x_k) & (y_1-y_k) \\ (x_2-x_k) & (y_2-y_k) \\ \vdots & \vdots \\ (x_{k-1}-x_k) & (y_{k-1}-y_k) \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -r_1^2 + r_k^2 - x_1^2 + x_k^2 - y_1^2 + y_k^2 \\ -r_2^2 + r_k^2 - x_2^2 + x_k^2 - y_2^2 + y_k^2 \\ \vdots \\ -r_{k-1}^2 + r_k^2 - x_{k-1}^2 + x_k^2 - y_{k-1}^2 + y_k^2 \end{bmatrix}$$

**作者简介:** 贺远华(1973-),男,博士研究生,讲师,研究方向为智能信息系统与传感器网络;黎洪生(1961-),男,教授,博士生导师,研究方向为智能诊断与远程控制。

收稿日期:2008-10-14 修回日期:2009-01-04

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

由于存在测距误差, 合理的线性模型应该是:

$$AX + N = b$$

其中,  $N$  为  $k-1$  维随机误差向量。利用最小二乘原理,  $X$  的值应当使模型误差  $N = b - AX$  达到最小, 即用最小化  $Q(X) = \|b - AX\|^2$  求  $X$  的估计, 对  $Q(X)$  关于  $X$  求导并令其等于 0, 可以求  $X$  的最小二乘估计:  $X_{LS} = (A^T A)^{-1} A^T b$ 。

最小二乘法 NLOS 环境下, 误差很大。在文献[2]中, James J Caffery 针对 NLOS 提出了 WLS 算法, 该方法在最小二乘法的基础上, 对 TOA 的残差设置一个加权因子来抑制 NLOS 误差的影响。假定移动台的位置  $(x_0, y_0)$ ,  $n$  个接收机的位置为  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , 则其残差函数为:

$$f_i(x) = c\tau_i - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}$$

残差平方和函数为:

$$F(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 f_i^2(x)$$

其中  $\alpha_i$  为反应第  $i$  个 TOA 可靠性的权值, 对于 LOS 环境的 TOA 取较大值, NLOS 环境的 TOA 取较小值, 就能降低 NLOS 误差对定位精度的不利影响。

### 3 距离几何约束算法

#### 3.1 距离误差优化约束函数

定义 1<sup>[1]</sup> 在  $n$  维欧氏空间, 给定  $N$  个点组成的  $N$  元组  $P = (e_1, e_2, \dots, e_N)$ , 令  $G_{ij} = d(e_i, e_j)^2$ , 称矩阵

$$M(P_1, P_2, \dots, P_N) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1N} & 1 \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2N} & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ G_{N1} & G_{N2} & \dots & G_{NN} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

为  $N$  元组  $P$  的 Cayley-Menger 矩阵, 其中  $d(e_i, e_j)$  表示点  $e_i$  和  $e_j$  之间的欧几里德距离。

定理 1<sup>[1]</sup> 如果  $N \geq n+2$ , 则  $n$  维欧氏空间中任何一个  $N$  元组  $P$  的 Cayley-Menger 行列式等于 0。

以二维平面为例, 根据移动台与基站之间的距离几何关系得出距离误差的优化约束函数。要实现移动台的定位, 至少需要 3 个基站进行 TOA 测量。如图 1 所示, 设  $e_1, e_2, e_3$  表示 3 个基站, 移动台位于  $e_0$  点发射信号, 根据波达时间 TOA 值, 可得到各基站与移动台之间的距离测量值  $r_{0i}, i=1, 2, 3$ 。以  $r_{ij}$  表示各点之间的真实距离 ( $i \neq j$ ), 其中  $i, j=0, 1, 2, 3$ 。

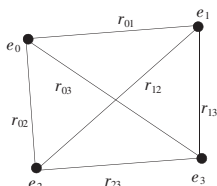


图 1 二维平面移动台与三基站之间的距离测量图

由于 NLOS 误差的存在, 测量距离要比真实距离大, 设

$$r_{0i}^{-2} = r_{0i}^{-2} + \varepsilon_i \quad (2)$$

根据定理 1, 可知:

$$\begin{bmatrix} 0 & r_{01}^2 & r_{02}^2 & r_{03}^2 & 1 \\ r_{01}^2 & 0 & r_{12}^2 & r_{13}^2 & 1 \\ r_{02}^2 & r_{12}^2 & 0 & r_{23}^2 & 1 \\ r_{03}^2 & r_{13}^2 & r_{23}^2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

将式(2)代入式(3)可得一个关于  $\varepsilon$  的函数值, 即:

$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = \varepsilon^T A \varepsilon + \varepsilon^T b + c = 0 \quad (4)$$

利用矩阵相关知识可推出矩阵  $A$ , 向量  $b$  和常数  $c$  的表达式。

令  $g = r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2, h = r_{13}^2 - r_{23}^2 - r_{12}^2, k = r_{23}^2 - r_{12}^2 - r_{13}^2$ , 则:

$$A = \begin{bmatrix} -(g+h) & g & h \\ g & -(g+k) & k \\ h & k & -(h+k) \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 2(g+h) & -2g & -2h \\ -2g & 2(g+k) & -2k \\ -2h & -2k & 2(h+k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{01}^{-2} \\ r_{02}^{-2} \\ r_{03}^{-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (g+h)k \\ (g+k)h \\ (h+k)g \end{bmatrix}$$

$$c = -\frac{(g+h)(g+k)(h+k)}{4} - (g+h)r_{01}^{-4} - (g+k)r_{02}^{-4} - (h+k)r_{03}^{-4} + 2gr_{01}^{-2}r_{02}^{-2} + 2hr_{01}^{-2}r_{03}^{-2} + 2kr_{02}^{-2}r_{03}^{-2} - (g+h)kr_{01}^{-2} - (g+k)hr_{02}^{-2} - (h+k)gr_{03}^{-2}$$

因此, 移动台以及 3 个基站之间的相互距离并不是孤立的, 它们必定满足等式(3)的条件, 从而得出一个关于移动台与基站距离误差的二次等式(4), 利用这些性质, 就可以减少距离误差在定位过程中的影响, 提高定位精度。同理, 当有  $M (M \geq 3)$  个基站时, 可得到  $M-2$  个关于距离误差的二次等式。

$$f_i(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_i) = 0, i=3, 4, \dots, M \quad (5)$$

#### 3.2 距离测量值的修正与定位

TOA 无线定位法对移动台的位置估计, 实质就是对移动台与基站之间的距离估计。对移动台进行准确定位必须抑制距离测量误差和 NLOS 误差, 由于大多数情况下 NLOS 误差远大于测量误差, 因此抑制 NLOS 误差成为定位的关键问题。因此要确定移动台的位置, 就要使移动台到基站的距离误差的平方和最小<sup>[4-5]</sup>。确定目标函数

$$J = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i^2, m \geq 3$$

通过使目标函数的值最小化来抑制 NLOS 对定位精度的影响。式(5)为目标函数在优化过程中的约束条件, 另外前面已经提到, 距离测量值要比实际值大, 于是移动台的位置估计归纳成具有等式和不等式约束的非线性优化问题, 即:

$$\begin{aligned} & \min J(\varepsilon_i) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} f_i(\varepsilon_i) = 0 \\ \varepsilon_i > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

利用序列二次规划(SQP)方法求出  $\varepsilon_i$  的值  $\varepsilon_i'$ , 相应的移动台与基站之间的距离估计值为:

$$r_i^* = \sqrt{r_i^{-2} - \varepsilon_i'}$$

然后再利用 LS 方法计算出移动台的位置估计<sup>[4-5]</sup>。

### 4 仿真分析

为了评估算法有效性, 用计算机对算法进行了仿真分析<sup>[6-7]</sup>。

在仿真中,3个基站坐标分别为:(4,6)、(-5,-6)、(-10,11),移动台实际位置为(-1,3)。仿真中研究了算法在不同的NLOS误差下定位解的均方误差,对于每个NLOS误差,重复计算100次得到估计值和真实值之间的均方误差,其表达式为:

$$RMSE = \sqrt{E[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}$$

其中,  $(x_0, y_0)$  为移动台的实际位置,  $(x, y)$  是移动台的估计位置。同时,对WLS算法进行了仿真实验,与该文提出的算法进行了对比。在WLS算法中  $\alpha_i$  是反应NLOS影响的权值,因为移动通信信道中的根均方时延扩展随着移动台和基站之间距离的增大而增大<sup>[6]</sup>,所以移动台和基站之间的距离越远,基站检测的TOA数据出现的误差越大,根据参考文献[7],定义加权因子:  $\alpha_i = 1/d_i^\varepsilon$ ,其中  $d_i$  为移动台与第  $i$  个基站之间的估计距离,  $\varepsilon$  为信道参数,典型值为0.5。仿真结果如图2所示。

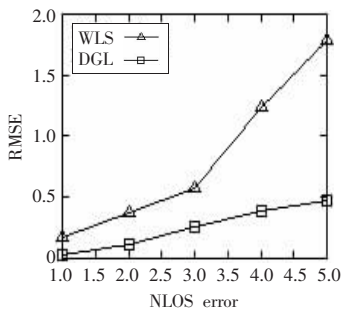


图2 不同NLOS误差下的均方误差

从仿真结果来看,随着NLOS误差的增加,WLS算法的定位精度明显下降,而该文提出的DGL算法,虽然定位性能仍有所下降,但还是保持了比较小的均方误差。WLS方法的定位精度不高主要是由于没有对NLOS好的鉴别方法,只能通过经验公式来对NLOS的距离误差进行修正,加权数值并不能完全准

确地反映误差的值。而该文提出的算法无需考虑鉴别NLOS的存在和大小,取得了较好的效果。

## 5 结束语

在蜂窝网中实现无线定位受到越来越多的人的关注,定位中的关键误差就是非视距的影响。该文提出的DGL定位算法充分利用基站与移动台之间的距离几何关系生成算法的目标函数与优化约束函数,对测量距离作出合理的修正。它能有效减小NLOS误差的影响,不需要已知NLOS误差的统计特性,且不受通信体系的限制。

## 参考文献:

- [1] 范志平,邓平,刘林.蜂窝网无线定位[M].北京:电子工业出版社,2002.
- [2] Caffery J, Stuber G. Subscriber location in CDMA cellular system[J]. IEEE Trans on VT, 1998, 47(5): 406-416.
- [3] Yang Lu, Zhang Jing-zhong. Metric equations in geometry and their applications, ICTP Research Repor IC/89/281[R]. International Center for Theoretical Physics, Trieste, Italy, 1989.
- [4] Wang X, Wang Z X, O'Dea B.A TOA-based location algorithm reducing the errors due to Non-Line-of-Sight(NLOS) propagation[J]. IEEE Trans on VT, 2003, 52(1).
- [5] Venkatraman S, Caffery J, You R.A novel TOA location algorithm using LOS range estimation for NLOS environments[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(5): 1515-1524.
- [6] Wiely M P, Wang S S. Robust range estimation in the presence of the Non-Line-of-Sight error[C]//Vehicular Technology Conference, IEEE, 2001: 101-105.
- [7] Deng P, Fan P Z. An AOA assisted TOA positioning system[C]//2000 Int Conf on Communication Technology, ICCT'2000, 2000(2): 1501-1504.
- [8] wireless networks[C]//Proc of MOBICOM, 2000: 243-254.
- [9] Yu Y, Estrin D, Govindan R. Geographical and energy-aware routing: A recursive data dissemination protocol for wireless sensor networks, UCLA 2CSD TR20120023[R]. Los Angeles University of California, 2001.
- [10] Lukachan G, Labrador M A. SELAR: Scalable energy-efficient location aided routing protocol for wireless sensor networks[C]//Proceedings of the LCN'04, Tampa, FL, November 16-18, 2004.
- [11] Jain R, Puri A, Sengupta R. Geographical routing using partial information for wireless ad hoc networks[J]. IEEE Personal Communication, 2008, 8(1): 48-57.
- [12] Stojmenovic I, Lin X. Loop-free hybrid single-path/flooding routing algorithms with guaranteed delivery for wireless network[J]. IEEE Trans on Parallel and Distributed System, 2001, 12(10): 1023-1032.
- [13] Kuhn F, Wattenhofer R, Zhong Y, et al. Geometric Ad hoc routing: Theory and practice[C]//Proc of the 23rd ACM Symposium on Principles of Distributed Computing, PODC'03, 2003.

(上接90页)

## 参考文献:

- [1] 高传善,杨珉,毛迪林.无线传感器网络路由协议研究综述[J].世界科技研究与发展, 2005, 8(4): 1-2.
- [2] 马祖长,孙怡宁,梅涛.无线传感器网络综述[J].通信学报, 2004, 25(4): 2-3.
- [3] 张衡阳,李莹莹,刘云辉.基于地理位置的无线传感器网络路由协议研究进展[J].计算机应用研究, 2008, 25(1): 2-4.
- [4] Ko Y B, Vaidya N H. Location-aided routing(LAR) in mobile ad hoc networks[C]//Proceedings of the MobiCom'98, Dallas, TX, October 1998: 66-75.
- [5] Xu Ya, Heidemann J, Estrin D. Geography-informed energy conservation for ad hoc routing[C]//Proceedings of the 7th Annual ACM/IEEE International Conference on Mobile Computing and Networking, 2001.
- [6] Karp B, Kung H T. GPSR: Greedy perimeter stateless routing for