

摇摆条件下矩形管内流体流动模型

鄢炳火¹, 于雷¹, 杨燕华²

(1. 海军工程大学 核能科学与工程系, 湖北 武汉 430033; 2. 上海交通大学 核科学与工程学院, 上海 200240)

摘要:建立了摇摆条件下矩形管内层流流动模型, 推导出了速度分布表达式, 分析了摇摆运动对矩形管内层流流动的影响。离心力的作用在系统中被相互抵消。切向力会引起速度波动, 速度波动周期因而与摇摆周期一致。切向力不会改变平均速度分布, 因而不会改变层流平均摩擦阻力系数。在矩形管内的层流流体中也会出现 Richardson 效应。

关键词:摇摆; 矩形管; 速度

中图分类号: TL33

文献标志码: A

文章编号: 1000-6931(2010)06-0671-05

Flowing Model in Rectangular Tubes at Rolling Motion

YAN Bing-huo¹, YU Lei¹, YANG Yan-hua²

(1. Department of Nuclear Energy Science and Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. School of Nuclear Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The laminar flow model in rectangular tubes at rolling motion was developed and the velocity correlation was derived. The effect of rolling motion on laminar flow in rectangular tubes was investigated. The effect of centrifugal force is counteracted in the system. The velocity oscillation is caused by tangential force, so the oscillation period of velocity is the same with the rolling period. However, the tangential force does not effect on the average velocity profile and frictional resistance factor. As to the laminar flow in rectangular tubes, the Richardson effect can also be seen.

Key words: rolling; rectangular tube; velocity

近年来,随着核能在海洋上的广泛应用,海洋条件对核动力系统运行特性的影响越来越被人们所关注。Murata 等^[1]和 Ishida 等^[2]分别对摇摆等多种海洋条件下的核动力装置进行了分析。Yu 等^[3]和鄢炳火^[4]分别用热工水力分析程序对海洋条件下的核动力系统进行了仿真研究。由于问题的复杂性,国内学者在理论方面的探索还非常有限,且均仅限于光滑圆管,对

于核反应堆板状燃料元件中的矩形通道尚未涉及。本工作通过分析受力和压降变化建立摇摆条件下矩形管内层流流动模型,分析摇摆运动对矩形管内层流流动的影响。

1 理论分析

1.1 受力分析

首先划分坐标系。如图 1 所示,矩形管中

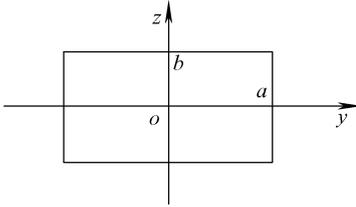


图1 坐标示意图

Fig. 1 Scheme of coordinate

心为坐标原点, x 轴与管中心线重合, y 、 z 分别平行于管宽和管高方向。忽略管道入口过渡段的影响, 流体为不可压缩层流, 并处于充分发展状态。因而可认为流体速度平行于管中心线(x 轴)。在摇摆条件下, 流体会受到摇摆附加力的作用, 在不同位置, 附加力的大小和方向均不相同。将附加力沿坐标系进行分解, 可得到一平行于流动方向的力和两个垂直于流动方向的分力。如果管壁不存在, 则流体在法线方向的合力作用下会产生沿 y 和 z 方向的分速度。但在实际情况中, 管壁的存在使流体沿 y 和 z 方向的运动受到限制。当流体刚开始有一垂直于 x 方向的速度时, 流体开始向着管壁移动, 但管壁相对于流体是固定不动的。流体沿垂直于 x 方向的运动将导致远离管壁的流体挤压着管壁处的流体, 进而挤压着管壁, 而管壁又将给附近流体施加一反作用力, 而管壁处的流体则将该反作用力传递给管中心处的流体, 从而抵消垂直于 x 方向的摇摆作用力的影响, 使流体在 y 和 z 方向达到受力平衡。因而可认为, 在摇摆条件下, 摇摆作用力在垂直于主流方向的作用可忽略, 而仅需考虑沿主流流动方向对流体的影响。

在船舶动力系统中, 管道的布置均有一定规律, 主要可分为 3 类, 如图 2 所示。 x 指向船首, y 指向船左舷方向, z 指向船体的正上方。A、B 和 C 管分别平行于 x 、 z 和 y 轴。此时, 系统在 xoz 面上进行摇摆。由于 C 管垂直于摇摆平面, 摇摆附加力对其中的流体的影响可忽略。摇摆运动对 A 管内流体运动的影响与对 B 管内流体的影响相类似。摇摆附加力可分为切向力、离心力和科氏惯性力。科氏惯性力始终与流动方向垂直, 对主流流体的影响可忽略。因而, 只需分析切向力与离心力的影响。由于主流流体流动方向(x 方向)与摇摆径向方向并

不垂直, 因而分别将切向力和离心力沿坐标轴进行分解, 如图 3 所示。本工作只需计算沿 y 方向的分力。

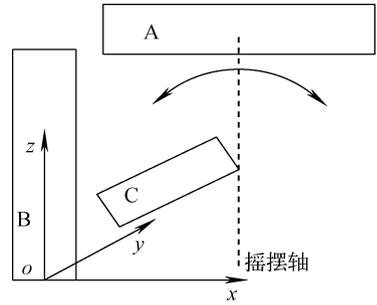


图2 3种管道

Fig. 2 Three kinds of tubes

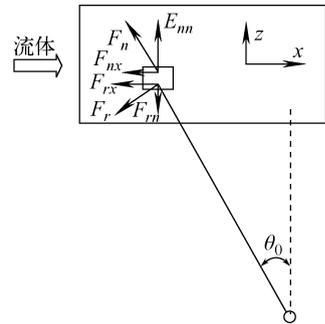


图3 A管受力分析

Fig. 3 Scheme of forces in tube A

沿 x 方向的摇摆作用力合力可表示为:

$$F_x = -F_{nx} - F_{rx} \quad (1)$$

其中:

$$F_{nx} = dm \cdot r_0 \omega^2 \sin \theta_0,$$

$$F_{rx} = dm \cdot r_0 \beta \cos \theta_0 \quad (2)$$

式中: dm 为流体微元质量, kg; r_0 为摇摆半径, m; ω 为摇摆角速度, rad/s; β 为摇摆角加速度, rad/s^2 ; θ_0 为流体所在位置相对摇摆轴的偏离角度, rad。

通常可认为船体的运动服从三角函数规律, 其运动函数为:

$$\theta = \theta_m \cos(2\pi t/T) \quad (3)$$

其中: θ 、 θ_m 分别表示摇摆角度与振幅, rad; T 为摇摆周期, s; t 为时间, s。

将式(2)、(3)代入式(1)可得:

$$F_x = dm \cdot r_0 \frac{4\pi^2}{T^2} \left(-\frac{\theta_m^2}{2} \sin \theta_0 + \right.$$

$$\frac{\theta_m^2}{2} \cos \frac{4\pi t}{T} \sin \theta_0 + \theta_m \cos \frac{2\pi t}{T} \cos \theta_0 \quad (4)$$

1.2 动量方程

对摇摆条件下矩形管内的层流流体进行分析。流体处于充分发展状态, Navier-Stokes 方程可简化为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

式中: p 为流体动压场与静压场之差; ν 为运动粘度。

在摇摆条件下, 作用在流体上的压降由两部分组成, 一部分是稳态项, 另一部分是摇摆运动引起的附加压降项, 具体为:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = p_0 - r_0 \frac{4\pi^2}{T^2} \left(-\frac{\theta_m^2}{2} \sin \theta_0 + \frac{\theta_m^2}{2} \cos \frac{4\pi t}{T} \sin \theta_0 + \theta_m \cos \frac{2\pi t}{T} \cos \theta_0 \right) \quad (6)$$

其中: $p_0 > 0$ 表示稳态项。

从式(6)可看出, 对于管内不同位置的流体, θ_0 并不相同, 但由于流体是不可压缩的, 因而需综合考虑摇摆运动引起的压力波动对整个系统内流体的影响。当 1 个动力系统内的流体是由冷却剂泵等机械泵驱动时, 系统运行在强迫循环工况下, 流体受到的驱动力则非常大。文献[3-4]表明, 此时船体的摇摆运动对系统的影响非常小, 可近似忽略不计。而当动力系统内的流体是由系统环路中的密度差产生的浮升力驱动时, 系统运行在自然循环工况下, 流体受到的驱动力则较小, 此时船体的摇摆运动对系统的影响非常显著。因而, 对某自然循环工况下的动力系统内的流体进行分析, 如图 4 所示。系统高为 H_1 , 宽为 H_2 。各动力系统的管路布置虽千差万别, 但均可变换成图 4 所示的结构。

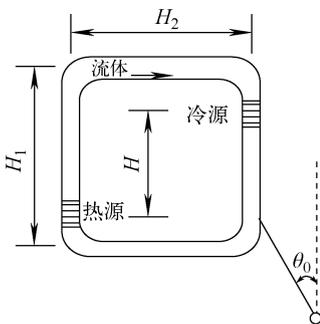


图 4 自然循环系统

Fig. 4 Natural circulation system

对式(6)中的附加压降项在整个系统中求平均, 得:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = p_0 - \frac{4\pi^2 \theta_m}{T^2} \cdot \frac{H_1}{2} \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (7)$$

对于 B 管中的流体, 有:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = p_0 - \frac{4\pi^2 \theta_m}{T^2} \cdot \frac{H_2}{2} \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (8)$$

在将附加压降项在整个系统中求平均的过程中, 图 4 中的上、下管和左、右管由于流动方向恰恰相反, 相互之间的附加压降则有所抵消。再将式(7)、(8)加权平均, 得:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = p_0 - \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \cdot \frac{2\pi^2 \theta_m}{T^2} \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (9)$$

从式(9)可看出, 摇摆运动对流体产生的压降由两部分组成: 第一部分不随时间变化, 由系统驱动力决定, 而与摇摆引起的附加压降无关; 第二部分随时间周期性变化, 会引起流量波动。因而, 摇摆运动引起的附加压降会使流体产生波动, 但波动净流量为 0。在摇摆过程中, 离心力和切向力虽然均沿着流体流动方向给流体施加了力的作用, 但离心力的变化周期是摇摆周期的一半, 而切向力的变化周期则与摇摆周期相同, 离心力不会对流体流动产生影响。尽管存在着流动方向的离心力分量, 但流体的流量波动完全是由切向力引起的, 波动周期也与切向力的变化周期(摇摆周期)相同。文献[1-2]表明, 单环路自然循环系统流量波动周期与摇摆周期相同, 这与本工作的分析结果一致。

1.3 模型求解

令:

$$p_1 = -\frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \cdot \frac{2\pi^2 \theta_m}{T^2}, \quad n = \frac{2\pi}{T} \quad (10)$$

则式(9)可化为:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = p_0 + p_1 e^{inx} \quad (11)$$

令:

$$u(y, z, t) = u_1(y, z) + u_2(y, z, t) \quad (12)$$

$u_1(y, z)$ 、 $u_2(y, z, t)$ 分别满足:

$$p_0 + \nu \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = p_1 e^{inx} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} \right) \quad (14)$$

式(13)、(14)均满足:

$$\begin{cases} u_{1,2} \Big|_{y=a} = 0, \partial u_{1,2} / \partial y \Big|_{y=0} = 0 \\ u_{1,2} \Big|_{z=b} = 0, \partial u_{1,2} / \partial z \Big|_{z=0} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

由此可得:

$$u_1(y, z) = \frac{p_0}{2\nu} [b^2 - z^2 - \frac{32b^2}{\pi^3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \operatorname{ch} \lambda y \cos \lambda z}{(2k+1)^3 \operatorname{ch} \lambda a}] \quad (16)$$

其中:

$$\lambda = (2k+1)\pi/2b \quad (17)$$

令:

$$u_2(y, z, t) = f(y, z) e^{i\omega t} \quad (18)$$

将式(18)代入式(14),整理得:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{i\omega}{\nu} f + \frac{p_1}{\nu} = 0 \quad (19)$$

通过求解可得:

$$f(y, z) = \frac{p_1}{i\omega \nu} \left[1 - \frac{\operatorname{ch} z \sqrt{i\omega/\nu}}{\operatorname{ch} b \sqrt{i\omega/\nu}} - \frac{2}{b} \sum_{k=0}^{\infty} c_k \frac{\operatorname{ch} y \sqrt{\lambda^2 + \frac{i\omega}{\nu}}}{\operatorname{ch} a \sqrt{\lambda^2 + \frac{i\omega}{\nu}}} \cos \lambda z \right] \quad (20)$$

其中:

$$c_k = \frac{(-1)^k p_1}{i\omega \nu} \left[\frac{i\omega/(\lambda^2 \nu)}{1 + i\omega/(\lambda^2 \nu)} \right] \quad (21)$$

于是,可得:

$$u(y, z, t) = \frac{p_0}{2\nu} [b^2 - z^2 - \frac{32b^2}{\pi^3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \operatorname{ch} \lambda y \cos \lambda z}{(2k+1)^3 \operatorname{ch} \lambda a}] +$$

$$\left[\frac{p_1}{i\omega \nu} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} z \sqrt{i\omega/\nu}}{\operatorname{ch} b \sqrt{i\omega/\nu}} \right) - \frac{2}{b} \sum_{k=0}^{\infty} c_k \frac{\operatorname{ch} y \sqrt{\lambda^2 + \frac{i\omega}{\nu}}}{\operatorname{ch} a \sqrt{\lambda^2 + \frac{i\omega}{\nu}}} \cos \lambda z \right] e^{i\omega t} \quad (22)$$

式(22)仅实部具有物理意义。式(22)的第1项代表流体的平均速度,除 p_0 以外,该项与稳态条件下的速度表达形式完全相同。如果用平均速度对横截面上的流速进行归一化,得到的横截面上的归一化速度分布与稳态时的结果则完全相同。这表明,如果摇摆条件下的平均速度与稳态平均速度相等,则摇摆条件下的层流平均摩擦阻力系数也与稳态时的相同。这是因为虽然摇摆运动使流体速度和摩擦阻力系数呈周期性的波动,但摇摆运动引起的净波动量为0,也不改变平均速度分布,因而不会对平均摩擦阻力系数产生影响。

2 结果分析

取常温常压下的水为研究对象, $\theta_m = 10^\circ$, $T = 10$ s, $H_1 = 1$ m, $H_2 = 2$ m, $a = 50$ mm, $b = 25$ mm,分析摇摆运动对矩形管内层流速度分布的影响,结果示于图5、6。由于管内 y 和 z 方向的速度分布曲线相似,因而只给出 y 方向连续变化的曲线。

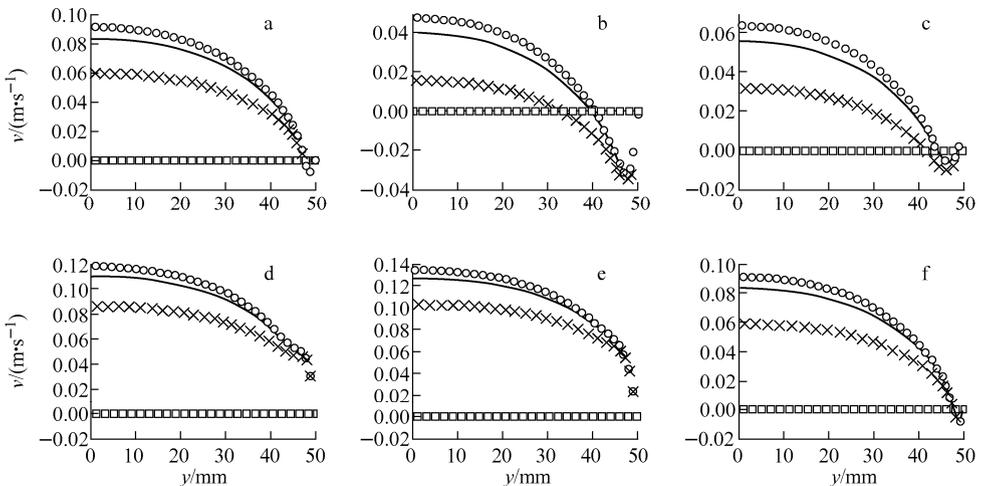


图5 不同位置的速度分布

Fig. 5 Velocity profiles in different positions

○ — $z=0$; — — $z=3b/10$; × — $z=3b/5$; □ — $z=b$

a — $t=0$ s; b — $t=2$ s; c — $t=4$ s; d — $t=6$ s; e — $t=8$ s; f — $t=10$ s

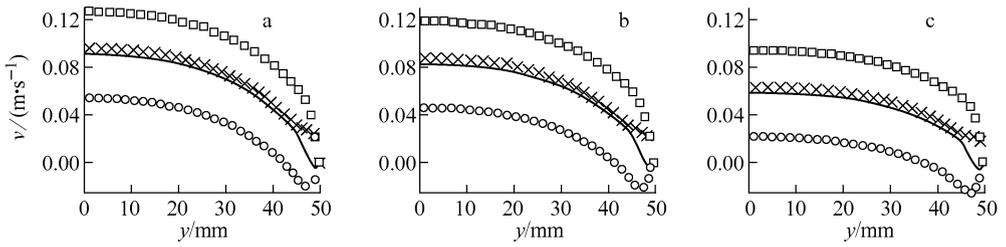


图6 不同时刻的速度分布

Fig. 6 Velocity profiles in different time

a— $z=0$; b— $z=0.3b$; c— $z=0.6b$

实线— $t=0\text{ s}$; ○— $t=2.5\text{ s}$; ×— $t=5\text{ s}$; □— $t=7.5\text{ s}$

从图5可看出,在摇摆过程中,越接近管中心,流体速度越大,且中心区域的流体速度始终大于管边缘区域的流体速度。在管壁附近,流体稳态时的流速很低,摇摆运动引起的压降变化的影响很大,且在整个横截面上的分布也比较均匀。因而,管壁附近流速的波动显得更为明显。这种现象被称为 Richardson 效应^[5]。而当管内流体开始出现倒流时,倒流肯定是从管壁附近开始的。从图6可看出,在不同的位置上,速度随时间的变化趋势相同。但在中心区域,流体速度分布比较均匀, z 从0变化到 $0.6b$,速度变化不明显。而在管壁附近,速度变化则非常明显, z 从 $0.6b$ 变化到 b ,速度峰值由 0.1 m/s 左右变到0。

3 结论

通过分析受力和压降变化,建立了摇摆条件下矩形管内层流流动模型,推导出了速度分布表达式,分析了摇摆运动对矩形管内层流流动的影响。摇摆运动会通过引入切向力和附加压降引起速度波动,因而速度波动周期与摇摆周期相一致。但二者均不会改变平均速度分布,因而也不会影响层流平均摩擦阻力系数。

离心力的作用在整个系统中被相互抵消。在矩形管内的层流流体中会出现 Richardson 效应。倒流现象总是从管壁附近开始。

参考文献:

- [1] MURATA H, SAWADA K I, MICHYUKI K S. Natural circulation characteristics of a marine reactor in rolling motion and heat transfer in the core [J]. Nuclear Engineering and Design, 2002, 215: 69-85.
- [2] ISHIDA T, YORITSUNE T. Effects of ship motions on natural circulation of deep sea research reactor DRX [J]. Nuclear Engineering and Design, 2002, 215: 51-67.
- [3] YU Lei, YAN Binghuo, CHEN Yuqing. The development and application of operating analysis platform for natural circulation under ocean condition[C]// Proceedings of ISSN2008. [S. l.]: [s. n.], 2008: 213-217.
- [4] 鄢炳火. 简谐海洋条件下核动力装置自然循环运行特性研究[D]. 武汉:海军工程大学, 2008.
- [5] TSANGARIS S, VLACHAKIS N W. Exact solution for the pulsating finite gap dean flow [J]. Applied Mathematical Modeling, 2007, 31: 1 899-1 906.