

基于等比级数公式的积累因子拟合

吴和喜^{1,2}, 刘义保^{1,2,*}, 杨波², 刘玉娟², 杨磊², 覃国秀²

(1. 东华理工大学 核资源与环境教育部重点实验室, 江西 南昌 330013;

2. 东华理工大学 核工程技术学院, 江西 抚州 344000)

摘要:从积累因子随穿透深度增加而增大的物理原理入手, 简要说明积累因子等比级数拟合公式的推导思路, 并给出各参数的物理意义。采用该公式对积累因子进行拟合时, 程序编写困难。通过对各参数进行分析, 给出一套程序编写方案。采用几种现行的积累因子拟合方案对几种典型的积累因子数据进行拟合, 证明等比级数拟合公式最优。对几种常用屏蔽材料在不同入射 γ 射线能量下的照射量积累因子进行拟合, 并给出等比级数拟合公式系数, 拟合结果的最大相对偏差均在 $\pm 5\%$ 以内。

关键词:物理原理; 等比级数; 积累因子; 拟合

中图分类号: O571.33

文献标志码: A

文章编号: 1000-6931(2010)06-0654-06

Reproduce Buildup Factors Based on Geometrical Progression Formula

WU He-xi^{1,2}, LIU Yi-bao^{1,2,*}, YANG Bo², LIU Yu-juan², YANG Lei², QIN Guo-xiu²

(1. Key Laboratory of Nuclear Resources and Environment, Ministry of Education, East China Institute of Technology, Nanchang 330013, China; 2. School of Nuclear Engineering and Technology,

East China Institute of Technology, Fuzhou 344000, China)

Abstract: Geometrical progression formula of gamma-ray buildup factor was introduced by the physics principle of the buildup factor increasing with increasing penetration depth. Physical significance of each parameter was described. It was very difficult to write the geometrical progression fitting code for buildup factor, but steps of the fitting procedure were introduced by analyzing each parameter. The advantage of geometrical progression formula was proved by compared with fitting results of other actual expressions for several typical data of buildup factor. The formula can accurately reproduce the data within $\pm 5\%$ by fit the exposure buildup factor of some materials at different source energy, which is most commonly used.

Key words: physics principle; geometrical progression; buildup factor; fitting

收稿日期: 2010-01-12; 修回日期: 2010-04-19

基金项目: 教育部重点科研项目资助(208067); 江西省自然科学基金资助项目(2009GZW0001); 江西省教育厅青年科学基金资助项目(GJJ10176, GJJ10170)

作者简介: 吴和喜(1985—), 男, 江西九江人, 助教, 硕士研究生, 核技术及应用专业

* 通信作者: 刘义保, E-mail: liuyb01@mails.tsinghua.edu.cn

1950年,White^[1]首次引入积累因子,并用其描述⁶⁰Co发射的 γ 射线在水中的穿透规律。1953年,Fano^[2]认识到积累因子在衰减计算研究中的价值。1954年,Goldstein等^[3]发表了用矩方法计算得到的1组较全面的 γ 射线积累因子数据,并被用作标准参考数据达30年之久。

Goldstein等^[3]采用矩方法所计算得到的积累因子只考虑了康普顿散射的影响,而未考虑韧致辐射、湮灭辐射光子及X荧光光子等次级射线的影响。之后,美国国家标准局同样采用矩方法计算 γ 射线的积累因子,对散射射线不仅考虑了康普顿散射,还考虑了湮灭辐射光子和X荧光光子的影响,但数据并未公开。在对低原子序数的屏蔽材料和低能入射光子的积累因子计算时,矩方法显得特别困难,这是由于当时所用的计算机速度慢且存储空间有限。如在计算0.5 MeV的 γ 射线在水中的能谱时,Goldstein等^[3]做了两个近似:1)假设因康普顿散射产生的87.8 keV~0.5 MeV间的能谱成分相等;2)低于87.8 keV的谱成分与0.256 MeV的源所产生的成分相同。且在距离点源一定距离的情况下,对低原子序数的材料或较低能量的入射 γ 射线,重建通量密度矩后,有时结果会发生振荡^[4]。

20世纪60年代初开始,粒子输运方法逐渐被引入到 γ 射线积累因子计算中。通过不同的粒子输运代码对 γ 射线积累因子进行计算,并与矩方法所计算的结果进行比较^[4]。随着三哩岛核事故的发生,在事故发生后的原因分析及剂量控制中,工程技术人员迫切需1组可靠的、全面的积累因子数据。为此,美国国家标准局于1980年成立了ANS-6.4.3工作组,专门建立了1套积累因子标准数据库ANSI/ANS-6.4.3。该数据库包含入射 γ 射线能量为0.015~15 MeV、在介质(26种元素、水、空气及混凝土)中穿透深度为0.5~40 mfp(mfp为平均自由程)下的积累因子^[5]。

在采用点核法进行屏蔽计算或代码设计时,不同的工作者有不同的爱好,一部分人喜欢采用查表的方式,而另外一部分人则偏向于参数计算方法。有关积累因子的拟合公式,大致可分为6种:线性公式、泰勒公式^[6]、泊克公

式^[7]、多项式^[8-10]、三指数公式^[11]及等比级数公式^[12]。前5种对ANSI/ANS-6.4.3数据库中积累因子拟合效果偏差较大,且只是单纯的数据拟合,无实际的物理意义。本工作从不同穿透厚度积累因子变化的物理原理入手,分析得出积累因子的等比级数拟合公式,讨论各参数的物理意义,并给出拟合依据及代码。

1 理论依据

在均匀介质中,探测器的响应函数应由未发生碰撞的光子与向探测器区域散射的次级光子的贡献之和构成。如果将能量低于初始入射能量 E_0 的散射光子作为连续能量 γ 源^[13],并假设在介质的不同深处同一厚度的剂量增量恒定,则可得到任意穿透深度 x (mfp)处的积累因子 B_x 计算公式^[12]为:

$$B_x = \begin{cases} 1 + (B_1 - 1) \frac{(K_x)^x - 1}{K_x - 1} & K_x \neq 1 \\ 1 + (B_1 - 1)x & K_x = 1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: B_1 为1 mfp下的积累因子; K_x 为剂量增量或剂量份额谱的平均变化量。

图1示出各向同性点源在无限大介质水、混凝土中的积累因子拟合参数 $\lg K_x$ 与 $\lg x$ 的关系。从图1可看出以下3个特征:1)在穿透深度 $x \leq X_K$ (X_K 为待拟合参数)的情况下, $\lg K_x$ 与 $\lg x$ 成线性关系,斜率为 a ;2)在穿透深度 $x > X_K$ 的情况下, $\lg K_x$ 偏离直线,但呈一平滑曲线;3) K_x 的值可能等于1、小于1或大于1。

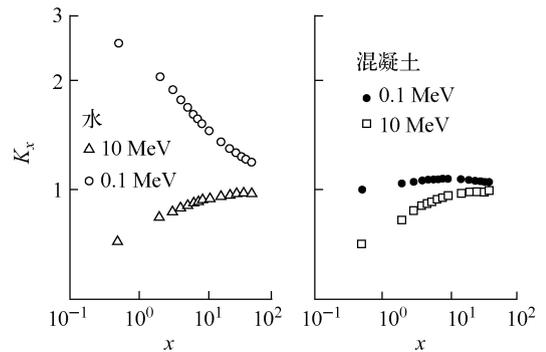


图1 照射量积累因子拟合参数 $\lg K_x$ 与 $\lg x$ 的关系
Fig. 1 Dependence of $\lg K_x$ on $\lg x$ for exposure buildup factor

根据上述关系, Harima^[14] 提出用以下公式近似拟合参数 K_x :

$$K_x = cx^a + d \frac{\text{th}(x/X_K - 2) - \text{th}(-2)}{1 - \text{th}(-2)} \quad (2)$$

式中: a 、 c 和 d 为待拟合参数。

2 拟合程序设计及拟合效果

从式(1)可看出, 随着穿透深度 x 的增大, 参数 K_x 对积累因子越敏感, 在这里采用积累因子作为权重因子对参数 a 、 c 、 d 和 X_K 进行加权最小二乘法拟合。从式(2)可看出, 很难直接进行编程拟合, 但在 a 、 X_K 给定的情况下, 对参数 c 、 d 的拟合就变得很容易了。

令 $\partial K_x / \partial X_K = 0$, 在 a 、 c 和 d 为定值时, 方程只有 1 个解, 且存在 1 个可去间断点 $X_K = 0$ 。由此可知, 对不同的 X_K , 最小拟合偏差连续, 且只有 1 个极值点。本工作对积累因子在穿透深度为 0.5~40 mfp 下进行拟合, 因此, X_K 取值区间范围为 0.51~39.99 mfp。这样, 即可先间隔 1 进行搜索, 确定最优 X_K 后, 再在其左右 1 范围内以 0.1 为间隔进行搜索, 直到以间隔 0.01 搜索到最优的 X_K 为止。

对参数 a 也采用同样的方法计算。从图 1 可看出, a 必在所拟合任意两点 $\lg K_x$ 与 $\lg x$ 曲线的斜率最大值与最小值之间。

依据上述分析, 采用以下步骤进行拟合: 1) 确定 B_1 的区间, 如果拟合数据中包含穿透深度小于 1 的积累因子, 则 B_1 的区间为拟合数

据中穿透深度最接近 1 的两积累因子范围内, 否则, 左边界取 1; 2) 计算每一个 B_1 所对应的 K_x 数组, 并采用上述方法求解最优参数 a 、 c 、 d 和 X_K ; 3) 根据参数 a 、 c 、 d 和 X_K 求解拟合 K_x 数组, 得出积累因子最小拟合偏差所对应的参数 B_1 、 a 、 c 、 d 和 X_K ; 4) 在 B_1 左右 0.01 的范围内, 以 0.001 为间隔, 得出积累因子拟合偏差最大值最小时所对应的 B_1 。

出射射线能量为 0.1、10 MeV 的各向同性点源在无限大介质水、混凝土中最大穿透深度为 0.5~40 mfp 时, 采用线性公式、泰勒公式、泊克公式、3 次多项式、Gorev 多项式、Meisberger 多项式、三指数公式及等比级数公式对照射量积累因子进行拟合, 拟合结果列于表 1。

由于低能入射光子在散射前、后光子能量变化很小, 当屏蔽介质原子序数较低时, 光电吸收与康普顿散射不发生竞争。对于这一状态, 采用未发生碰撞的成分来计算积累因子会出现一很大的结果。如 0.1 MeV 的光子在水中穿透 40 mfp 时, 积累因子为 21 100。在这种情况下, 用线性公式、泰勒公式、泊克公式、3 次多项式、Meisberger 多项式均会出现严重偏差, 若将其应用于剂量估算, 将导致致命错误。据此, Foderaro 和 Hal^[11] 提出采用三指数公式对其进行拟合, 拟合效果较好, 但其负偏差较大, 背离辐射防护中偏安全防护的原则。而等比级数公式比三指数公式拟合效果更佳, 且均为 5 个参数。

表 1 几种拟合函数的积累因子拟合最大相对偏差
Table 1 Fitting maximum deviation for exposure buildup factor

拟合公式	拟合最大相对偏差/%			
	水		混凝土	
	0.1 MeV	10 MeV	0.1 MeV	10 MeV
线性公式	-93 918.987	14.356	-745.513	-14.442
泰勒公式	859.025	-4.092 1	-11.667	-3.377
泊克公式	12 655.401	7.509	713.476	5.395
3 次多项式	-2 893.730	2.182	-1.350	-1.447
Gorev 多项式	-2.115	1.152	0.779	-1.429
Meisberger 多项式	-1.395×10 ¹⁴	-1.464×10 ¹⁷	-7.579×10 ¹⁵	-1.894×10 ¹⁷
三指数公式	-12.140	0.168	6.574	-3.377
等比级数公式	4.747	1.497	-1.450	-2.296

从表 1 看出, Gorev 多项式的拟合效果更优于等比级数公式。Akinao Shimizu 等^[15]采用不变量内插方法计算出在水中穿透深度达到 100 mfp 下的积累因子。通过计算发现,对入射射线能量为 0.1 MeV 的情况下,其拟合最大相对偏差为 4.338%,比 Yoshiko Harima 等^[16]采用等比级数拟合的最大相对偏差(最大拟合相对偏差为 3.17%)大。且 Gorev 多项式中拟合系数只与能量相关,对不同屏蔽材料而言,参数变化显著,不适合采用等价原子序数内插方式得到 ANSI/ANS-6.4.3 数据手册中未包含材料的积累因子拟合公式参数,以快速求解该材料的积累因子的近似值。但等比级数公式却能在约 10% 的相对偏差范围内快速得到 ANSI/ANS-6.4.3 数据手册中未包含材料的积累因子的近似值^[17]。

采用等比级数公式对不同入射 γ 射线能量下的几种常用的辐射屏蔽材料积累因子进行拟合,结果列于表 2。从表 2 可看出,拟合最大相对偏差均在 $\pm 5\%$ 以内,说明该积累因子等比级数拟合公式能为屏蔽计算或代码设计提供准确的参数。

3 结论

本工作从积累因子随穿透深度增加而增大的物理原理入手,简要推导了积累因子等比级数拟合公式,并给出各参数的物理意义。随着穿透深度的增大, K_x 对积累因子越敏感,故采用加权最小二乘法进行拟合。由于 K_x 曲线直接编程拟合难度非常大,采用逐步缩小搜索范围的方法求解 a, X_K 。这样,对 c, d 参数的拟合便成为线性加权最小二乘法问题。

表 2 几种常用屏蔽材料在不同能量 γ 射线入射下的照射量积累因子等比级数公式系数

Table 2 Geometrical progression coefficients for exposure buildup factor of some materials at different γ -ray energy

屏蔽材料	E/MeV	a	c	d	X_K	B_1	最大相对偏差/%	$X_{\text{Max}}^{\text{I}}/\text{mfp}$	均方根偏差 ²⁾ /%
水	0.1	-0.168	2.122 1	0.062 1	15.10	4.766	4.747	1	2.862
	0.5	-0.129	1.739 8	0.050 4	15.90	2.519	3.238	1	1.674
	1	-0.086	1.426 9	0.037 2	15.10	2.131	2.518	0.5	1.393
	1.5	-0.063	1.287 0	0.031 0	15.10	1.936	-1.986	25	1.266
	2	-0.041	1.176 4	0.020 7	14.30	1.853	1.896	0.5	1.203
	5	0.017	0.941 1	-0.010 6	14.20	1.553	-0.635	15	0.340
	10	0.049	0.843 7	-0.033 2	13.50	1.361	1.497	25	0.923
混凝土	0.1	-0.002	1.076 0	-0.020 8	13.90	2.758	-1.450	0.5	0.768
	0.5	-0.081	1.461 7	0.019 7	17.01	2.275	-0.301	5	0.162
	1	-0.065	1.331 9	0.020 0	15.80	1.984	-0.381	30	0.212
	1.5	-0.049	1.232 0	0.018 4	15.30	1.854	0.801	0.5	0.487
	2	-0.035	1.161 3	0.013 0	15.30	1.769	-0.517	25	0.225
	5	0.024	0.939 4	-0.021 6	10.40	1.533	-0.598	10	0.376
	10	0.036	0.906 0	-0.033 7	12.50	1.319	-2.296	1	1.673
空气	0.1	-0.165	2.079 4	0.059 0	14.00	4.638	4.122	15	2.382
	0.5	-0.126	1.720 0	0.047 8	15.70	2.506	2.705	1	1.499
	1	-0.084	1.418 3	0.034 5	15.20	2.125	2.406	0.5	1.310
	1.5	-0.063	1.288 3	0.029 5	14.80	1.926	-1.476	25	0.909
	2	-0.039	1.168 4	0.019 2	14.20	1.855	2.028	0.5	1.289
	5	0.019	0.938 4	-0.013 9	13.90	1.558	0.816	25	0.473
	10	0.036	0.883 0	-0.025 5	14.10	1.345	1.841	40	1.339

续表 2

屏蔽材料	E/MeV	a	c	d	X _K	B ₁	最大相对 偏差/%	X _{Max} / mfp	均方根 偏差 ²⁾ /%
铅	0.1	0.062	1.494 0	-0.117 0	32.00	1.950	4.839	15	3.689
	0.5	0.109	0.638 4	-0.058 6	14.20	1.226	-1.292	10	0.793
	1	0.061	0.785 9	-0.036 7	13.80	1.377	0.916	4	0.550
	1.5	0.022	0.934 3	-0.021 8	15.40	1.373	-0.897	15	0.416
	2	0.012	0.990 8	-0.022 9	13.80	1.367	-2.357	1	1.647
	5	0.047	0.965 6	-0.070 9	14.10	1.360	-4.980	0.5	2.673
	10	0.024	1.169 2	-0.044 2	16.21	1.463	-4.420	0.5	2.214
铁	0.1	0.159	0.537 8	-0.097 7	14.10	1.386	-2.550	0.5	1.529
	0.5	-0.037	1.233 4	-0.009 3	10.30	1.964	-1.779	0.5	0.971
	1	-0.035	1.211 8	-0.011 3	8.20	1.855	-0.722	7	0.484
	1.5	-0.027	1.160 0	-0.009 9	7.70	1.764	0.706	15	0.430
	2	-0.021	1.125 3	-0.007 3	8.70	1.704	-0.730	7	0.473
	5	0.014	1.008 1	-0.031 6	13.40	1.469	-2.788	0.5	1.859
	10	0.029	0.992 6	-0.047 4	14.40	1.272	-4.459	0.5	2.937

注:1) 积累因子最大拟合相对偏差绝对值产生的穿透深度

$$2) \text{ 积累因子拟合均方根偏差} = \sqrt{\sum_{i=1}^{16} [(B_i - B'_i)/B_i]^2 / 16}, B'_i \text{ 为 } B_i \text{ 的拟合值}$$

对几种典型的积累因子拟合参数随穿透深度变化曲线进行拟合的结果表明:对低能入射射线穿透低原子序数材料的积累因子,线性公式、泰勒公式、泊克公式、3次多项式、Meisberger多项式拟合相对偏差均非常大。虽然三指数公式拟合效果较好,但其出现较大的负相对偏差,与安全防护相背离。当入射射线能量较高时,各拟合公式拟合效果较好。由于Goldstein和Wilkin积累因子数据库中并未包含低能入射光子积累因子,所以,许多人采用泰勒公式、泊克公式作为积累因子计算公式。从两者对0.1 MeV入射 γ 射线在混凝土中积累因子的拟合效果看,两者的拟合效果均不理想。在穿透深度为40 mfp时,Gorev多项式拟合效果优于等比级数公式,但对穿透深度在100 mfp下的积累因子进行拟合发现,等比级数公式比Gorev多项式最大拟合相对偏差更小,且等比级数公式参数变化平缓,在一定精度范围内,可通过等价原子序数内插的方式得到拟合公式参数,快速得到ANSI/ANS-6.4.3数据手册中未包含材料的积累因子的近似值。采用等比级数公式对几种常用屏蔽材料在不同入射 γ 射线下的照射量积累因子进行拟合,拟合最大相对偏

差小于 $\pm 5\%$,说明等比级数积累因子拟合公式能为普遍的屏蔽计算或代码设计提供准确的参数。

参考文献:

- [1] WHITE G R. The penetration and diffusion of ^{60}Co gamma-rays in water using spherical geometry[J]. Physics Review, 1950, 2(80): 154-156.
- [2] FANO U. Gamma-ray attenuation, part II: Analysis of penetration[J]. Nucleonics, 1953, 11(9): 55-61.
- [3] GOLDSTEIN H, WILKINS J E. Calculations of the penetration of gamma rays, NDA/AEC Report NYO-3075 [R]. USA: US Government Printing Office, 1954.
- [4] HARIMA Y. An historical review and current status of buildup factors calculation and applications [J]. Radiation Physics and Chemistry, 1993, 41: 631-672.
- [5] American Nuclear Society. ANSI/ANS-6.4.3 [S]. USA: American National Standards Institute, 1991.
- [6] TAYLOR J J. Application of gamma ray buildup data to shield design, WAPD-RM-217 [R]. USA: Westinghouse Electric Corporation, 1954.

- [7] BERGER M J. Proceedings of shielding symposium[C]. [S. l.]: Naval Radiological Defense Laboratory, 1956.
- [8] CAPO M A. Polynomical approximation of gamma ray buildup factors for a point isotropic source, APEX-510[R]. USA: General Electric Company, 1958.
- [9] GOREV V S, GUZOV V D, KOZHEMYAKIN V A, et al. Approximation of exposure buildup factors for a point isotropic source in an infinite medium[J]. Atomic Energy, 1987, 63: 658-663.
- [10] MEISBERGER L L, KELLER R J, SHALEK R J. The effective attenuation in water of gamma rays of gold 198, iridium 192, cesium 137, radium 226 and cobalt 60[J]. Radiology, 1968, 90: 953-957.
- [11] FODERARO A, HALL R J. Application of three-exponential representation of photon buildup factors to water[J]. Nuclear Science and Engineering, 1981, 78: 74-78.
- [12] SAKAMOTO Y, TANAKA S, HARIMA Y. Interpolation of gamma-ray buildup factors for point isotropic source with respect to atomic number[J]. Nuclear Science and Engineering, 1988, 100: 33-42.
- [13] 张涛,刘义保,杨波,等. 平行 gamma 射线束深穿透的蒙特卡罗模拟[C]//第十届全国蒙特卡罗方法及其应用学术交流会议论文集. 成都: [出版者不详],2009.
- [14] HARIMA Y. An approximation of gamma-ray buildup factors by modified geometrical progression[J]. Nuclear Science and Engineering, 1983, 983: 299-309.
- [15] SHIMIZU A, ONDA T, SAKAMOTO Y. Calculation of gamma-ray buildup factors up to depths of 100 mfp by the method of invariant embedding: III. Generation of an improved data set[J]. Journal of Nuclear Science and Technology, 2004, 41(4): 413-414.
- [16] HARIMA Y, SAKAMOTO Y, KUROSAWA N, et al. Improvement of the geometrical progression formula for approximating gamma-ray buildup factors up to depths of 100 mfp[J]. Nuclear Technology, 2009, 168: 861-866.
- [17] SINGH T, KUMAR N, SINGH P S. Chemical composition dependence of exposure buildup factors for some polymers[J]. Annals of Nuclear Energy, 2009, 26: 114-120.