

导弹协同作战编队队形最优保持控制器设计

韦常柱, 郭继峰, 崔乃刚

(哈尔滨工业大学航天工程系, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对导弹编队协同作战的任务需求, 采用最优控制理论设计了导弹的编队队形保持控制器。首先, 从导弹协同作战体系的角度分析了导弹编队队形控制系统的构架; 然后基于导弹在相对坐标系下的运动关系, 建立了导弹的相对运动模型, 这种建模方式可使弹间相对运动过程的物理意义明晰; 最后在从弹自身控制系统闭环稳定的前提下, 视领弹的运动状态为输入扰动, 基于弹间相对运动模型采用线性二次(LQ)最优控制理论设计了导弹编队飞行保持控制器。仿真结果表明, 该控制器能够克服输入扰动、模型常值扰动以及线性化偏差, 可实现对协同作战任务规划系统提出的期望导弹编队队形快速、稳定的调整与保持控制。

关键词: 协同作战; 最优控制; 队形保持; 编队飞行; 导弹

中图分类号: TJ765.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2010)04-1043-08

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.04.017

0 引言

随着高科技立体战争和信息战争一体化进程的不断加快, 导弹编队协同作战的概念正在不断地拓展、延伸, 将变得越来越重要^[1-2]。在这种作战模式下, 导弹的突防、电子对抗、对运动目标的协同搜索能力以及综合作战效能将得到大幅度的提高。

在导弹编队协同作战过程中, 作战任务系统下对应各级子任务系统, 子任务之间通过自主协同来实现大系统任务规划中对其提出的作战要求^[3]。当导弹编队执行协同作战任务时, 需要进行队形的调整: 初始队形的生成, 队形的保持、收缩、扩展和重构等等, 因此对导弹编队飞行控制系统的研究十分重要, 直接决定上述导弹编队动作的能否实现, 以致影响到作战任务能否顺利完成^[4]。

国内外学者对于无人机、无人水下航行器以及机器人等编队控制问题进行了一些研究, 但是对导弹编队控制问题的研究还没有展开。导弹编队与无人机等编队问题有着不同之处: 导弹编队飞行间距很大, 弹群不会受到涡旋气流的气动耦合作用; 导弹本身的稳定控制系统性能、机动性以及可操纵性较其余航行器差, 飞行包络小; 导弹的导航、定位精度低等。当不考虑控制对象本身的稳定控制系统时,

导弹编队控制器与无人机等编队控制器的设计具有相似之处。J.J. D'Azzo 在无人机编队等高飞行的前提下, 基于古典控制理论设计了二维平面的无人机编队队形保持控制器。当假设长机的速度不变时, 无人机在水平面内两个方向上的相对运动是解耦的, 可分别对两个通道基于期望间距偏差单独设计 PID 控制器^[5]; J.J. D'Azzo 于文献[6]中对前期的工作展开了进一步研究, 对无人机编队飞行保持控制器进行了优化设计, 采用序列二次规划(SQP)方法优化具有固定控制结构的 PID 控制器的增益系数, 使得控制效果得到了改善。Sai-Ming Li 等在文献[7]中通过分析惯性坐标系下无人机之间的实际距离与期望距离的偏差, 建立了无人机的二维平面相对运动学模型, 应用全状态反馈设计了基于间距偏差及其导数的 PD 控制器, 该队形保持控制器具有全局稳定性; Sai-Ming Li 等于文献[8], [9]中对采用现代控制理论方法设计无人机编队队形保持控制器的问题进行了深入的研究, 考虑到反馈矩阵的奇异点, 设计了半全局稳定的三维无人机编队队形保持控制器。

本文首先从导弹编队协同作战体系的角度, 分析了导弹编队队形控制系统的构架及各子模块之间的关系; 然后建立了导弹间相对运动模型, 以往学者建

立相对运动模型时主要采用两种方法:一是直接分析飞行器在二维平面的运动几何关系,建立二维平面的相对运动模型^[5];二是通过不同飞行器在惯性坐标系下的位置之差,然后求导得到相对运动状态在惯性空间的表达式^[7-9],这种描述方式不能直接体现飞行器在相对坐标系下的运动特性,飞行器的相对运动过程不够明晰。本文通过直接研究从弹在相对坐标系下的运动关系,在三维空间内建立了导弹的相对运动方程,能够直接得到导弹在相对坐标系下三个方向的运动作用,弹间相对运动的物理意义明晰;由于传统的 PID 控制器以及状态反馈 PD 控制器在编队控制上不能实现对队形输出以及控制能量的最优化,本文采用 PI 最优控制理论,设计了可克服相对运动常值扰动、领弹运动状态输入扰动以及非线性模型线性化偏差的最优编队队形保持控制器,可实现对导弹编队队形的快速、稳定最优控制。

1 导弹编队飞行控制系统

单领弹集中式导弹编队队形控制系统由协同作战任务规划模块、导弹编队队形描述模块、领弹稳定控制模块、从弹稳定控制模块以及编队队形控制器模块组成(图 1 所示)。

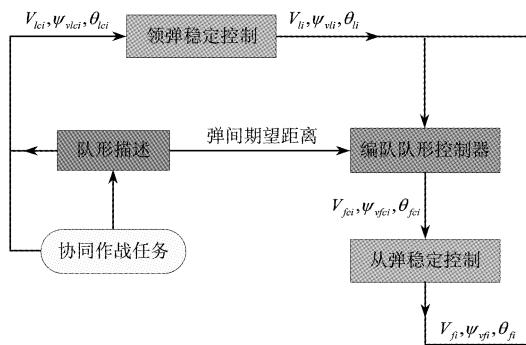


图 1 导弹编队飞行控制系统

Fig.1 Missiles formation fight control system

协同作战任务规划模块向导弹编队队形描述模块提供导弹编队的实时使命空间特性及目标分布特性,并可直接约束领弹的飞行状态;导弹编队队形描述模块根据协同作战任务规划模块提供的使命空间特性和目标分布特性,建立不同导弹编队队形的作战效能关联函数,队形决策将以作战效能函数值为依据,通过优化得到导弹编队在当前协同作战任务下的最优队形,协同作战不同阶段对应不同的导弹

编队最优队形,同时该模块也将约束领弹的运动状态,进而与协同作战任务规划模块共同决定导弹编队在绝对维度的运动状态;领弹稳定控制模块接收协同作战任务规划模块以及队形描述模块的指令运动状态,进行稳定飞行控制,得到实际的运动状态;领弹稳定控制模块输出的领弹实际运动状态与队形描述模块给出的导弹编队相对维度状态,即弹间期望距离以及从弹的实际运动状态,同时输入至导弹编队队形控制器模块中,该模块得到为实现编队队形控制所需要的从弹指令运动状态;该指令运动状态加入到从弹的稳定控制模块中,得到从弹的实际运动状态,将其反馈到编队队形控制器模块中,最终实现所要求的编队队形,进而完成导弹编队协同作战任务。

本文针对协同作战任务要求的导弹编队队形保持控制问题进行了研究,视领弹的实际运动状态为编队队形保持控制器的输入扰动,并假设从弹的控制系统是闭环稳定的,即可以实现对从弹速度指令,弹道倾角指令以及弹道偏角指令的稳定跟随控制,设这三个通道为如下形式的一阶系统^[10]:

$$\begin{aligned}\dot{V}_f &= -\frac{1}{\tau_{vf}}(V_f - V_{fc}) \\ \dot{\theta}_f &= -\frac{1}{\tau_{\theta f}}(\theta_f - \theta_{fc}) \\ \dot{\Psi}_{vf} &= -\frac{1}{\tau_{\Psi_{vf}}}(\Psi_{vf} - \Psi_{vfc})\end{aligned}\quad (1)$$

其中, τ_{vf} 为从弹速度控制通道的惯性时间常数, $\tau_{\theta f}$ 为从弹弹道倾角控制通道的惯性时间常数, $\tau_{\Psi_{vf}}$ 为从弹弹道偏角控制通道的惯性时间常数; V_f 为从弹的实际速度大小, θ_f 为从弹的实际弹道倾角, Ψ_{vf} 为从弹的实际弹道偏角; V_{fc} 为从弹的指令速度大小, θ_{fc} 为从弹的指令弹道倾角, Ψ_{vfc} 为从弹的指令弹道偏角。

2 导弹编队飞行相对运动学方程建立

2.1 坐标系定义

研究导弹的相对运动,需要定义以下几个坐标系:

(1) 惯性坐标系 $o_I - x_I y_I z_I$: 坐标系原点 o_I 位于地面某一固定点, $o_I x_I$ 水平指向目标, $o_I y_I$ 竖直向上, $o_I z_I$ 轴与其余两轴构成右手系;

(2) 弹道坐标系 $o_2 - x_2 y_2 z_2$: 坐标系原点 o_2 位

于导弹的质心, o_2x_2 轴指向从弹的速度方向, o_2y_2 在竖直平面内垂直于 o_2x_2 向上, o_2z_2 与其余两轴构成右手系。

(3) 相对坐标系 $o_r - x_r, y_r, z_r$: 坐标系建立在领弹质心上, 空间指向同领弹弹道坐标系。相对坐标系与惯性坐标系之间的关系如图 2 所示。

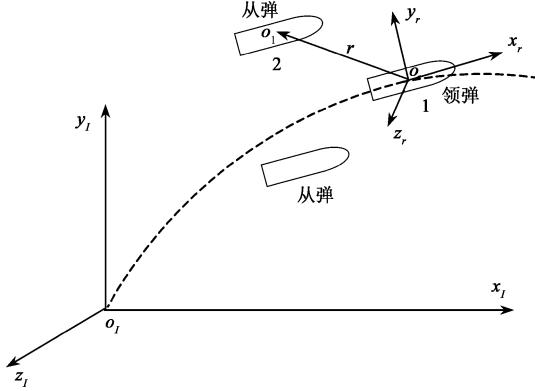


图 2 相对坐标系示意图

Fig.2 The relatively coordinate frame

2.2 导弹编队飞行相对运动模型建立

由于相对坐标系为动系, 因此领弹和从弹在该坐标系中有如下的运动关系:

$$\dot{\mathbf{V}}_{fr} = \dot{\mathbf{V}}_{lr} = \mathbf{V}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2)$$

其中: \mathbf{V}_{fr} 为相对坐标系下从弹的绝对速度, \mathbf{V}_{lr} 为相对坐标系下领弹的绝对速度, \mathbf{V}_r 为相对坐标系下从弹至领弹的相对速度, $\boldsymbol{\omega}$ 为相对坐标系相对于惯性空间的旋转角速度在相对坐标系下的描述, \mathbf{r} 为相对坐标系下从弹相对于领弹的位置矢量。

欲得到领弹和从弹在相对坐标系下的绝对速度, 可进行如下的转换:

$$\mathbf{V}_{fr} = \boldsymbol{\Phi}_1^T \boldsymbol{\Phi}_2^I \mathbf{V}_{l2}$$

$$\mathbf{V}_{lr} = \mathbf{V}_{l2}$$

其中: $\boldsymbol{\Phi}_1^T$ 为惯性坐标系向相对坐标系的转换矩阵, $\boldsymbol{\Phi}_2^I$ 为从弹弹道坐标系向惯性坐标系的转换矩阵, \mathbf{V}_{l2} 为从弹弹道坐标系下的速度矢量, \mathbf{V}_{l2} 为领弹弹道坐标系下的速度矢量, 以上各变量值分别为:

$$\boldsymbol{\Phi}_1^T = \begin{bmatrix} \cos\theta_l \cos\Psi_{vl} & \sin\theta_l & -\cos\theta_l \sin\Psi_{vl} \\ -\sin\theta_l \cos\Psi_{vl} & \cos\theta_l & \sin\theta_l \sin\Psi_{vl} \\ \sin\Psi_{vl} & 0 & \cos\Psi_{vl} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_2^I = \begin{bmatrix} \cos\theta_f \cos\Psi_{vf} & -\sin\theta_f \cos\Psi_{vf} & \sin\Psi_{vf} \\ \sin\theta_f & \cos\theta_f & 0 \\ -\cos\theta_f \sin\Psi_{vf} & \sin\theta_f \sin\Psi_{vf} & \cos\Psi_{vf} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_{l2} = \begin{bmatrix} V_l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_{f2} = \begin{bmatrix} V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中: V_l 为惯性坐标系下领弹的速度大小, θ_l 为领弹弹道倾角, Ψ_{vl} 为领弹的弹道偏角; V_f 为惯性坐标系下从弹的速度大小, θ_f 为从弹弹道倾角, Ψ_{vf} 为从弹的弹道偏角。相对坐标系下弹间相对速度为:

$$\mathbf{V}_r = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T \quad (3)$$

其中: x, y, z 分别为从弹的位置矢量 \mathbf{r} 在相对坐标系下各轴的分量。相对坐标系相对于惯性空间的旋转角速度在相对坐标系可表示为:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{vl} \sin\theta_l \\ \dot{\Psi}_{vl} \cos\theta_l \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix}$$

由式(2)有:

$$\mathbf{V}_r = (\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_l) - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (4)$$

展开式(2)至(4)可以得到导弹在三维空间的相对运动方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V_f \cos\theta_f \cos\theta_l \cos\Psi_e + V_f \sin\theta_f \sin\theta_l - \\ \qquad V_l - z\dot{\Psi}_{vl} \cos\theta_l + y\dot{\theta}_l \\ \dot{y} = -V_f \cos\theta_f \sin\theta_l \cos\Psi_e + V_f \sin\theta_f \cos\theta_l - \\ \qquad x\dot{\theta}_l + z\dot{\Psi}_{vl} \sin\theta_l \\ \dot{z} = V_f \cos\theta_f \sin\Psi_e - y\dot{\Psi}_{vl} \sin\theta_l + \\ \qquad x\dot{\Psi}_{vl} \cos\theta_l \\ \Psi_e = \Psi_{vl} - \Psi_{vf} \end{array} \right. \quad (5)$$

3 编队队形保持控制器最优控制模型建立

导弹编队保持控制器的设计目标是得到从弹的飞行指令 $V_{fc}, \theta_{fc}, \Psi_{vfc}$, 使从弹与领弹保持在期望的相对距离上。

3.1 相对运动方程线性化

在导弹编队队形保持飞行中, 可认为 $\theta_f, \theta_l, \Psi_e = \Psi_l - \Psi_f$ 均为小量, 同时将领弹的状态视为输入量, 式(5)转换为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V_f + V_f \theta_f \theta_l - V_l - z\dot{\Psi}_{vl} + y\dot{\theta}_l \\ \dot{y} = -V_f \theta_l + V_f \theta_f - x\dot{\theta}_l + z\dot{\Psi}_{vl} \theta_l \\ \dot{z} = V_f (\Psi_{vl} - \Psi_{vf}) - y\dot{\Psi}_{vl} \theta_l + x\dot{\Psi}_{vl} \end{array} \right.$$

对其进行小扰动线性化处理, 可得:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{\theta}_l y - \dot{\Psi}_{vl} z + (1 + \theta_{fb}\theta_l) V_f + V_{fb}\theta_l\theta_f - V_l \\ \dot{y} = -\dot{\theta}_l x + \theta_l \dot{\Psi}_{vl} z + (\theta_{fb} - \theta_l) V_f + V_{fb}\theta_f \\ \dot{z} = \dot{\Psi}_{vl} x - \dot{\Psi}_{vl}\theta_l y + (\Psi_{vl} - \Psi_{vfb}) V_f - V_{fb}\Psi_{vf} \end{cases} \quad (6)$$

其中: V_{fb} , θ_{fb} , Ψ_{vfb} 分别为线性化所取的状态平衡点。将其描述为状态空间形式有:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU + \tilde{B}W \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (7)$$

其中: 状态变量为 $X = [x, y, z]^T$, 编队控制器的控制变量为从弹的运动状态 $U = [V_f, \theta_f, \Psi_{vf}]^T$, 输出变量为: $Y = [x, y, z]^T$, 扰动变量为领弹的速度: $W = V_l$, 认为其变化缓慢; 系统矩阵 A 为:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\theta}_l & -\dot{\Psi}_{vl} \\ -\dot{\theta}_l & 0 & \theta_l \dot{\Psi}_{vl} \\ \dot{\Psi}_{vl} & -\dot{\Psi}_{vl}\theta_l & 0 \end{bmatrix}$$

控制矩阵 B 为:

$$B = \begin{bmatrix} 1 + \theta_{f0}\theta_l & V_{f0}\theta_l & 0 \\ \theta_{f0} - \theta_l & V_{f0} & 0 \\ \Psi_{vl} - \Psi_{vfb0} & 0 & -V_{f0} \end{bmatrix}$$

输出矩阵 C 为:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

扰动作用矩阵 \tilde{B} 为:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2 最优编队队形保持控制器设计

由于导弹编队成员需要保持在非零相对距离上,由式(7)可见,导弹编队队形保持控制问题是具有常值或慢变扰动的非零给定点输出调节问题^[11-12]。设计最优队形保持控制器时,可按照以下两个步骤进行:首先设计可以克服常值或者缓慢变化扰动的最优输出调节控制器,然后在此基础上进一步设计最优控制器,使导弹编队队形能够稳定在非零期望状态上。

3.2.1 PI 最优队形保持控制器设计

对于式(7)所示的具有常值或者缓慢变化的扰动系统,可以采用类似于古典控制理论中的比例加积分类型的控制方式来克服这种扰动。

本节分析输出调节给定点为零值的 PI 最优控

制器设计问题。首先,将系统的扰动转化为控制输入端的扰动,此时系统(7)变为:

$$\dot{X} = AX + B(U + \tilde{W}) \quad (8)$$

其中: \tilde{W} 为原系统扰动的变换形式,相对于式(7)有:

$$\tilde{W} = B^{-1}\tilde{B}W$$

设计扰动系统(8)的 PI 最优控制器,将系统增广为:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B(U + \tilde{W}) \\ \dot{U} + \tilde{W} &= U_1 \quad U(t_0) + \tilde{W}(t_0) \text{ 给定} \end{aligned} \quad (9)$$

记为:

$$\dot{X}_1 = A_1 X_1 + B_1 U_1 \quad (10)$$

其中: 增广系统状态变量 $X_1 = [X, U + \tilde{W}]^T$, 增广系统矩阵 A_1 为:

$$A_1 = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

增广系统的控制矩阵:

$$B_1 = [\mathbf{0}, I]^T$$

对于增广系统(10)给定二次型性能指标为:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [X_1^T Q_1 X_1 + U_1^T R_1 U_1] dt \quad (11)$$

其中: Q_1 为增广系统状态调节权系数矩阵, R_1 为增广系统控制能量权系数矩阵。当系统(10)可控时,实现指标(11)最小的最优控制为:

$$U_1^* = -R_1^{-1}B_1^T P X_1 \quad (12)$$

下面进一步分析二次型性能指标式(11)。由状态变量 X_1 的组成,可将 Q_1 分解为:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

则有:

$$X_1^T Q_1 X_1 = X^T Q X + (U + \tilde{W})^T R (U + \tilde{W}) \quad (13)$$

其中: Q 为原系统(7)的状态调节权系数矩阵, R 为原系统控制能量权系数矩阵,再由式(7)有:

$$X^T Q X = X^T C^T Q_y C X = Y^T Q_y Y$$

其中: Q_y 为原系统输出调节权系数矩阵,则式(11)所描述的最优二次型状态调节性能指标变为最优二次型输出调节问题:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [Y^T Q_y Y + (U + \tilde{W})^T R (U + \tilde{W}) + U_1^T R_1 U_1] dt \quad (14)$$

再由扰动量 \tilde{W} 为慢变量,可认为:

$$\hat{\tilde{W}} = \mathbf{0}$$

进而:

$$\mathbf{U}_1 = \dot{\tilde{\mathbf{U}}} \quad (15)$$

则系统(10)的二次型最优输出性能指标为:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{Y}^T \mathbf{Q}_Y \mathbf{Y} + (\tilde{\mathbf{U}} + \tilde{W})^T \mathbf{R} (\tilde{\mathbf{U}} + \tilde{W}) + \dot{\tilde{\mathbf{U}}}^T \mathbf{R}_1 \dot{\tilde{\mathbf{U}}}] dt \quad (16)$$

对于最优控制量(12),由式(15)有:

$$\mathbf{U}_1^* = \dot{\tilde{\mathbf{U}}}^* = -\mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{B}_1^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{X}_1 \quad (17)$$

其中: $\bar{\mathbf{P}}$ 为实现指标(11)最小的最优控制黎卡提方程的解,进一步展开式(17)有:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{U}}}^* &= -\mathbf{R}_1^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{11} & \bar{\mathbf{P}}_{12} \\ \bar{\mathbf{P}}_{21} & \bar{\mathbf{P}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \tilde{\mathbf{U}}^* + \tilde{W} \end{bmatrix} \\ &= -\mathbf{R}_1^{-1} \bar{\mathbf{P}}_{21} \mathbf{X} - \mathbf{R}_1^{-1} \bar{\mathbf{P}}_{22} (\tilde{\mathbf{U}}^* + \tilde{W}) \end{aligned} \quad (18)$$

上式即为实现零给定点指标(11)最小的最优控制量。

3.2.2 非零给定点最优控制器设计

为使输出量 $\mathbf{Y} = [x, y, z]^T$ 保持在非零给定点上,则稳态时系统的状态和控制输入也是非零的,此时最优控制输入在式(17)基础上应具有如下形式:

$$\dot{\tilde{\mathbf{U}}}^* = -\mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{B}_1^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{X}_1 + \mathbf{U}'_0 = -\mathbf{K} \mathbf{X}_1 + \mathbf{U}'_0 \quad (19)$$

其中: \mathbf{U}'_0 是稳定非零给定点的附加控制量。增广系统的输出方程:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}_1 \mathbf{X}_1 \quad (20)$$

由增广系统状态 \mathbf{X}_1 的展开式:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= [x, y, z, V_f + \tilde{W}(1), \theta_f + \tilde{W}(2), \\ &\quad \Psi_{vf} + \tilde{W}(3)]^T \end{aligned}$$

为使增广系统的输出与原系统的输出一致,因此取增广系统的输出矩阵为:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将控制量(19)代入增广系统状态方程(10),可得:

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = (\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K}) \mathbf{X}_1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{U}'_0 \quad (21)$$

由闭环系统(21)是渐进稳定的,因此在稳态时应有:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{X}}_1(t) = \mathbf{0}$$

进而得到渐进稳定式:

$$\mathbf{0} = (\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K}) \mathbf{X}_{10} + \mathbf{B}_1 \mathbf{U}'_0 \quad (22)$$

其中: \mathbf{X}_{10} 为状态 \mathbf{X}_1 的稳态值。若矩阵 $\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K}$ 的特征值均在左半复平面,则 $\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K}$ 为非奇异矩阵,则由式(22)可得:

$$\mathbf{X}_{10} = -(\mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K})^{-1} \mathbf{B}_1 \mathbf{U}'_0 \quad (23)$$

再由输出方程(20),得到非零给定点 \mathbf{Y}_{10}^* 与状态 \mathbf{X}_1 的稳态值 \mathbf{X}_{10} 之间的关系:

$$\mathbf{Y}_{10}^* = \mathbf{C}_1 \mathbf{X}_{10}$$

进而得到稳定控制非零给定点的控制量与非零给定点 \mathbf{Y}_{10}^* 的关系:

$$\mathbf{U}'_0 = [\mathbf{C}_1 (\mathbf{B}_1 \mathbf{K} - \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{B}_1]^{-1} \mathbf{Y}_{10}^* \quad (24)$$

最终可通过最优控制量:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{U}}}^* &= -\mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{B}_1^T \bar{\mathbf{P}} \mathbf{X}_1 + [\mathbf{C}_1 (-\mathbf{B}_1 \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{B}_1^T \bar{\mathbf{P}} - \\ &\quad \mathbf{A}_1)^{-1} \mathbf{B}_1]^{-1} \mathbf{Y}_{10}^* \end{aligned} \quad (25)$$

实现对式(7)描述的弹间相对运动系统的最优控制,使导弹编队队形保持在期望的状态上。

4 仿真分析

4.1 仿真条件

对由给定飞行状态的领弹,具有一阶稳定控制系统的从弹,以及最优保持控制器构成的导弹编队队形保持控制系统进行仿真分析,选取仿真条件:

(1) 导弹编队由三枚导弹组成;

(2) 编队飞行时间为 150 s;

(3) 从弹三个通道的惯性时间常数分别为:

$$\tau_{vf} = 3.0 \text{ s}, \tau_{gf} = 1.0 \text{ s}, \tau_{\Psi_{vf}} = 1.0 \text{ s};$$

(4) 领弹运动状态:

① 惯性坐标系下初始位置: $X_{10} = 500 \text{ m}$, $Y_{10} = 800 \text{ m}$, $Z_{10} = 300 \text{ m}$; 初始速度: $V_l = 240 \text{ m/s}$, 弹道倾角初值为: $\theta = 10^\circ$, 弹道偏角的初值为: $\Psi_{v0} = 20^\circ$;

② 领弹的速度 V_l , 弹道倾角 θ_l 和弹道偏角 Ψ_{vl} 变化规律为:

$$V_l = 240 + 20\sin(0.15t) \text{ m/s}$$

$$\theta_l = 0.2\sin(0.05t + 1.0606) \text{ rad}$$

$$\Psi_{vl} = 0.5\sin(0.1t + 0.7728) \text{ rad}$$

(5) 从弹 1 和从弹 2 在相对坐标系下的初始位置:

$$\begin{bmatrix} x_{f1} \\ y_{f1} \\ z_{f1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -500 \text{ m} \\ -550 \text{ m} \\ -350 \text{ m} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_{f2} \\ y_{f2} \\ z_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -400 \text{ m} \\ -450 \text{ m} \\ 350 \text{ m} \end{bmatrix}$$

(6) 使从弹 1 和从弹 2 从初始位置调整并保持至如下的期望位置:

$$\begin{bmatrix} x_{f1}^* \\ y_{f1}^* \\ z_{f1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -450 \text{ m} \\ -500 \text{ m} \\ -400 \text{ m} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{f2}^* \\ y_{f2}^* \\ z_{f2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -450 \text{ m} \\ -500 \text{ m} \\ 400 \text{ m} \end{bmatrix}$$

(7) 从弹 1,2 的运动初始状态:

- ① 速度: $V_{f10} = 180 \text{ m/s}$, $V_{f20} = 240 \text{ m/s}$;
- ② 弹道倾角 $\theta_{f10} = 5^\circ$, $\theta_{f20} = 5^\circ$;
- ③ 弹道偏角 $\Psi_{vf10} = -10^\circ$, $\Psi_{vf20} = 10^\circ$;

(8) 控制系统权系数矩阵:

- ① 输出调节权系数矩阵:

$$Q_y = \text{diag}(4.0, 6.0, 6.0)$$

- ② 控制能量权系数矩阵:

$$R = \text{diag}(1.0, 1.0, 1.0)$$

- ③ 控制能量变化率权系数矩阵:

$$R_1 = \text{diag}(1.0, 1.0, 1.0)$$

(9) 控制量限幅:

考虑到导弹的可行飞行包络, 对编队控制器的控制量即从弹的指令运动状态进行限幅:

$$\begin{aligned} 200 \text{ m/s} &\leq V_f \leq 300 \text{ m/s} \\ -15^\circ &\leq \theta_f \leq 25^\circ \\ -30^\circ &\leq \Psi_{vf} \leq 30^\circ \end{aligned}$$

4.2 仿真结果分析

经过仿真, 得到曲线图 3 至图 10, 其中图 3 为导弹编队在三维空间的航迹曲线; 图 4 至图 6 为从弹 1 和从弹 2 在相对坐标系下三个方向的位置分量; 图 7 为从弹 1 和从弹 2 的指令速度; 图 8 为反馈到导弹编队飞行控制器中的从弹 1 和从弹 2 的实际飞行速度; 图 9 为从弹 1 和从弹 2 的指令弹道倾角; 图 10 为从弹 1 和从弹 2 的指令弹道偏角。由仿真曲线可以看出:

(1) 领弹的机动飞行对编队队形保持控制产生了扰动作用。

(2) 导弹编队队形保持控制器能够在 20 s 左右实现对相对运动 x_r 方向的保持控制, 在 15 s 左右完成对 y_r 方向和 z_r 方向的保持控制。在 x_r 方向的保持控制较其余方向稍慢的原因在于: 从弹速度稳定控制通道的惯性时间常数较另外两个通道大。

(3) 导弹编队队形保持控制器能够实现编队队形的保持控制, 其中相对运动 x_r 方向的控制稳态误

差在 3.5 m 左右, 在 y_r 方向和 z_r 方向的保持控制误差在 2 m 左右。在 x_r 方向的保持控制误差较其余方向稍大的原因是在于: 从弹在 x_r 方向的运动主要受速度的影响, 而从弹速度稳定控制通道的惯性时间常数较另外两个通道大。

(4) 由图 8 所示的反馈到导弹编队飞行控制器的从弹 1 和从弹 2 的实际飞行速度, 对比图 7 所示的指令速度可见, 从弹的速度指令受到限幅作用的影响, 而指令弹道倾角以及指令弹道偏角没有达到对应的限幅大小, 这是造成导弹编队在相对运动 x_r 方向的保持控制较其余方向稍慢以及精度稍差的另一个原因。

(5) 通过增大输出调节权系数矩阵 Q_y 的值, 可使控制稳态误差减小, 但是同时会增加控制量及其变化率, 因此需要合理的协调权系数矩阵 Q_y , R 以及 R_1 值, 得到合理的控制量, 使控制稳态误差达到最小。

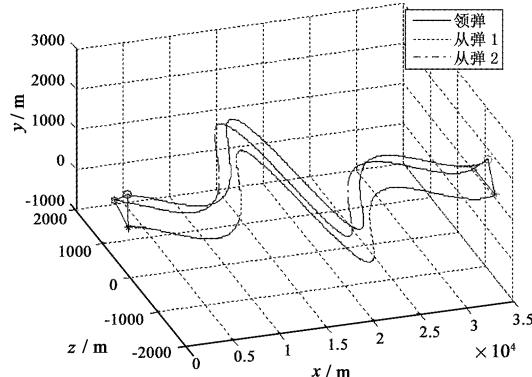


图 3 导弹编队飞行航迹

Fig. 3 The trajectories of missile formation

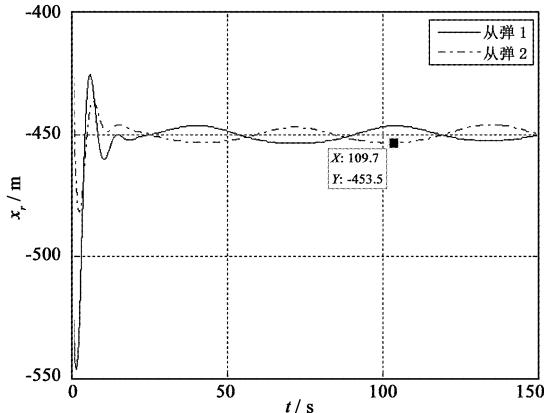


图 4 从弹 1 和从弹 2 在相对坐标系 x_r 方向的位置

Fig. 4 The positions of follower1 and follower2 to x_r

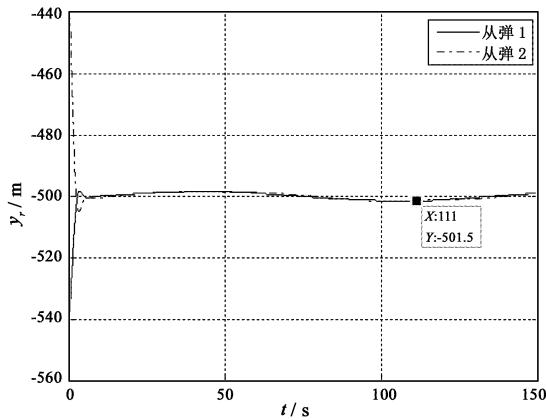
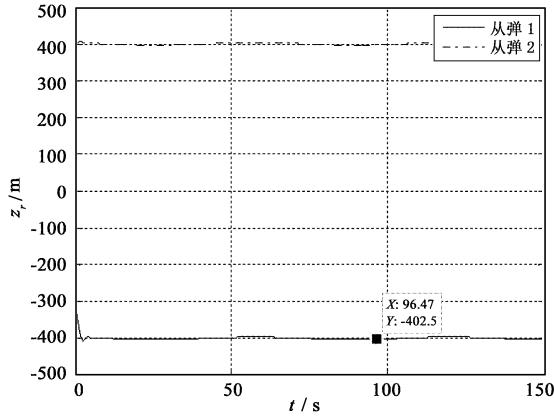
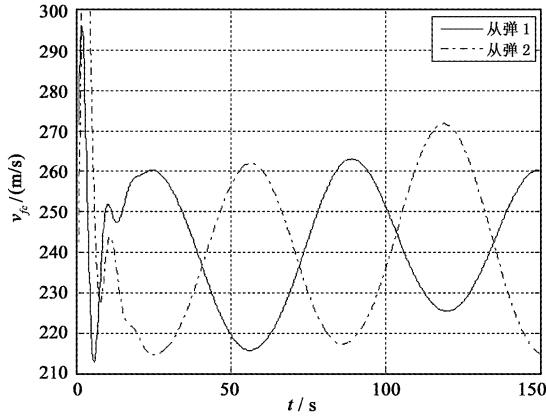
图 5 从弹 1 和从弹 2 在相对坐标系 y_r 方向的位置Fig.5 The positions of follower1 and follower2 to y_r 图 6 从弹 1 和从弹 2 在相对坐标系 z_r 方向的位置Fig.6 The positions of follower1 and follower2 to z_r 

图 7 从弹 1 与从弹 2 的指令速度

Fig.7 The command velocities of follower1 and follower 2

5 结论

本文分析了导弹编队飞行控制系统的构架及各子系统之间的关系,基于最优控制理论设计了导弹编队飞行保持控制器,并对由给定飞行状态的领弹,

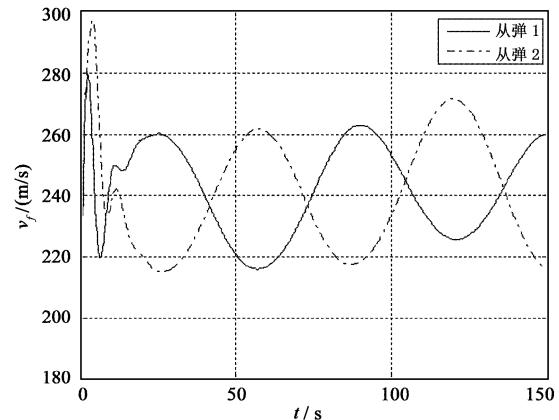


图 8 从弹 1 与从弹 2 的实际速度

Fig.8 The real velocities of follower1 and follower 2

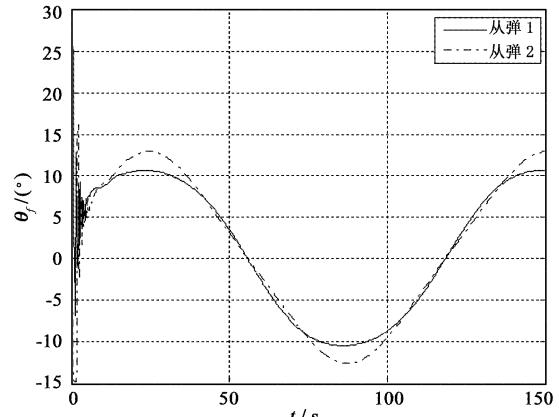


图 9 从弹 1 与从弹 2 的实际弹道倾角

Fig.9 The real path pitch angles of follower1 and follower 2

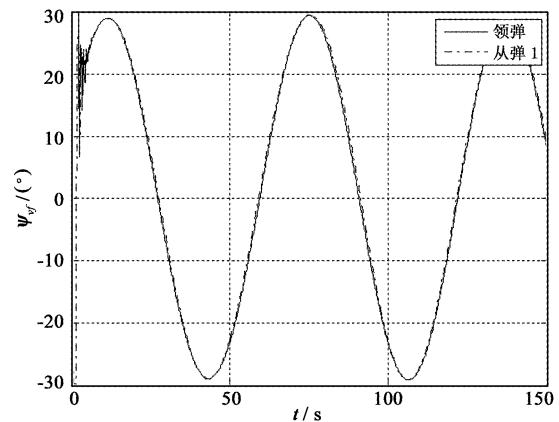


图 10 从弹 1 与从弹 2 的实际弹道偏角

Fig.10 The real path yaw angles of follower1 and follower 2

具有一阶稳定控制系统的从弹,以及最优保持控制器构成的导弹编队保持控制系统进行了仿真,得出以下结论:

(1) 直接根据从弹在相对坐标系下运动关系建立的弹间相对运动模型物理意义明晰。

(2) 本文设计的导弹编队飞行最优保持控制器对于导弹相对运动状态以及编队控制能量具有二次最优性质,能够克服由领弹速度引起的弹间相对运动常值扰动。视领弹的给定运动状态为输入扰动,在其进行大范围机动飞行时,导弹编队队形最优保持控制器能够克服这种输入扰动。

(3) 在导弹编队的飞行包络内,导弹编队飞行最优保持控制器能够克服由非线性模型线性化带来的误差。

导弹编队协同作战模式是未来导弹智能化的重要体现,分析和研究导弹的编队飞行控制系统具有重要意义。本文设计的导弹编队飞行最优保持控制器能够在编队状态改变时,快速、稳定地实现期望编队队形的重构与保持,完成相应的协同作战任务。

参考文献:

- [1] 关世义. 导弹智能化技术初探[J]. 战术导弹技术, 2004(4):1–7. [GUAN Shi-yi. Some discussions about smart missile[J]. *Tactical Missile Technology*, 2004(4):1–7.]
- [2] 胡正东, 林涛, 张士峰, 蔡洪. 导弹集群协同作战系统概念研究[J]. 飞航导弹, 2007(10):13–18. [HU Zheng-dong, LIN Tao, ZHANG Shi-feng, CAI Hong. Study on the concept of missiles formation cooperative engagement system[J]. *Winged Missile Journal*, 2007(10):13–18.]
- [3] JUNG B Y, KIM Y D. Guidance laws for anti-ship missiles using impact angle and impact time[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control conference and Exhibit, 2006:6432.
- [4] Ryoo C K, Cho H J, Tahk M J. Closed-form solutions of optimal guidance with terminal impact angle constraint[C]. 2003 IEEE Int'l Conference on Control Application:504–509.
- [5] Dargan J L, Pachter M, D' Azzo J J. Automatic formation flight control[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, 0731–5090, 17(6): 1380–1383.
- [6] McCamish S, Pachter M, D' Azzo J J. Optimal formation flight control[C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, San Diego, CA, July 29–31, 1996: 3868–3884.
- [7] LI Sai-ming, Jovan D, Boskovic, Raman K, Mehra. Globally stable automatic formation flight control in two dimensions[C]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Montreal, Canada, 6–9 August 2001:3702–3708.
- [8] Boskovic J D, Li S M, Mehra R K. Semi-globally stable formation flight control design in three dimensions[C]. Proceedings of 40th IEEE Conference on Decision and Control, Florida, USA, 2001.
- [9] Boskovic J D, Mehra R K. An adaptive reconfigurable formation flight control design[C]. Proceedings of the American control Conference, Denver, Colorado June 4–6, 2003.
- [10] Naigang Cui, Changzhu Wei, Jifeng Guo, Biao Zhao. Research on missile formation control system[C]. IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, August 9–12 2009, Changchun, China: 4200–4201.
- [11] 邢继祥, 张春蕊, 徐洪泽. 最优应用控制基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003, 8: 131–142. [XING Ji-xiang, ZHANG Chun-rui, XU Hong-ze. Basic Application of Optimal Control Theory[M]. Beijing: Science Press, 2003, 8:131–142.]
- [12] 解学书. 最优控制理论与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1986, 7:393–394. [XIE Xue-shu. Optimal Control Theory and Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1986, 7: 393–394.]

作者简介: 韦常柱(1982-), 男, 博士研究生, 研究方向为导弹协同作战, 编队飞行制导与控制。

通信地址: 黑龙江省哈尔滨市哈尔滨工业大学 345 信箱(150001)

电话: 13633605646

E-mail: weichangzhu@gmail.com

Research on the Missile Formation Keeping Optimal Control for Cooperative Engagement

WEI Chang-zhu, GUO Ji-feng, CUI Nai-gang

(Dept. of Astronautic Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Aimed at the needs of missile cooperative engagement mission, designed the optimal control to keep missile formation. Analyse the frame of missile formation control system from the view of cooperative engagement system. Based on the missile kinematics in relative coordinate frame, structured the missile relative motion model straight, which made the process of motion between missiles became transparent. Considered the states of leader as perturbation variable, designed the missile formation keeping optimal control based on linear quadric optimal theory. Simulations demonstrate that the formation keeping optimal control is capable of restraining perturbation variable brought by model, leader states and linearizing analyse, and is able to implement the reconfiguring and keeping expected formation rapidly, stably and exactly.

Key words: Cooperative engagement; Optimal control; Formation keeping; Formation flight; Missile