多项式相位信号参数估计新方法 *

杜小丹[1]，周良臣[2]，杜雨　[3]，张凤荔[4]

（1. 成都大学 信息科学与技术学院，成都 610106；2. 中国电子科技集团公司 第 10 研究所，成都 610036；3. 成都信息工程学院 电子工程学院，成都 610225；4. 电子科技大学 计算机科学与工程学院，成都 610054）

摘　要：改进了多项式相位变换，并提出了多相位信号参数估计方法。仿真证明了在较低信噪比的情况下，参数估计的均方误差接近 Cramer-Rao 界。采用傅里叶系数插值的频率估计算法提高了该方法的运算速度。分析和仿真结果证明了该方法的有效性。

关键词：多项式相位信号；参数估计；仿真

中图分类号：TP959. 1　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2010)07-2502-03

doi:10. 3969/j. issn. 1001-3695. 2010. 07. 028

New approach of polynomial-phase signal parameter estimation

DU Xiao-dan[1], ZHOU Liang-chen[2], DU Yu-ming[3], ZHANG Feng-li[4]

(1. *College of Information Science & Technology, Chengdu University, Chengdu* 610106, *China*; 2. *CETC*-10, *Chengdu* 610036, *China*; 3. *School of Electronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu* 610225, *China*; 4. *School of Computer Science & Engineering, University of Electronic Science & Technology of China, Chengdu* 610054, *China*)

Abstract: On the basis of improving polynomial-phase transform, this paper proposed a polynomial-phase signal parameter estimation method. The mean-square errors of the estimates were shown to be close to the Cramer-Rao bounds even at lower signal-to-noise ratios. Using an frequency estimation algorithm based on interpolation on Fourier coefficients made the method fast. Some analysis and simulation results were included to demonstrate its performance.

Key words: polynomial-phase signal (PPS); parameter estimation; simulation

0　引言

多项式相位信号(PPS)在通信、雷达和声纳中应用广泛。观测信号离散化表示为

$$x_n = s_n + w_n = b_0 \exp\{j\sum_{m=0}^{M} a_m(n\Delta)^m\} + w_n \tag{1}$$

其中：$0 \leqslant n < N$，Δ 为采样间隔，w_n 是零均值方差为 σ^2 的高斯白噪声。可定义输入信号的信噪比 SNR

$$\mathrm{SNR} = b^2/\sigma^2 \tag{2}$$

PPS 的研究得到了很多学者关注[1~5]。最大似然(ML)估计[2]是其中一种，但包含多维代价函数极大化，运算量极高。Peleg 等人[3]提出的多项式变换(polynomial-phase transform, PPT)是专门针对 PPS 提出的方法。PPT 用阶数递归来估计多项式相位系数，得到了大量的应用[6,7]。文献[4]采用多项式拟合来计算瞬时相位，这类方法运算量小，但只能应用在单信号且高信噪比场合[5]。PPT 能够处理多分量信号，但在处理包含高阶相位系数的多成分 PPS 时，PPT 算法不能对信号进行分辨。

在单信号或高阶系数明显区别的多信号中，PPT 仍有效，只需 M 次的一维搜索去估计 $M+1$ 个相位系数和幅度[3]，高信噪比条件下比较接近 CRB 界。本文提出的基于 PPT 的改进方法，与 PPT 相比，在低信噪比下更准确，而运算复杂度相当。而 PPT 可认为是本文方法的特例。

1　提出算法

1.1　离散多项式变换

离散傅里叶变换在文献[3]中提出：

$$\mathrm{DP}_1(s_n,\tau) = s_n \tag{3}$$

$$\mathrm{DP}_2(s_n,\tau) = s_n s_{n-\tau}^* \tag{4}$$

$$\mathrm{DP}_M(s_n,\tau) = \mathrm{DP}_2(\mathrm{DP}_{M-1}(s_n,\tau),\tau) \tag{5}$$

$$\mathrm{DPT}_M(s_n,\omega,\tau) = \sum_{n=(M-1)\tau}^{N-1} \mathrm{DP}_M(s_n,\tau)\exp(-j\omega n\Delta) \tag{6}$$

其中：M 为测量的阶数，τ 是延迟。若 s_n 是 M 阶 PPS 如式(1)，对于所有的正整数 $\tau(M-1)\tau \leqslant n \leqslant N-1$：

$$\mathrm{DP}_M(s_n,\tau) = \exp[j(\omega_0 n\Delta + \phi_0)] \tag{7}$$

其中

$$\omega_0 = M!\ (\tau\Delta)^{M-1} a_M \tag{8}$$

$$\phi_0 = (M-1)!\ (\tau\Delta)^{M-1} a_{M-1} - 0.5(M-1)M!\ (\tau\Delta)^M a_M \tag{9}$$

1.2　估计算法

可以通过估计 $\{\mathrm{DP}_M[s_n,\tau]\}_n$ 的频率来估计 a_M：

$$\hat{a}_M = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\hat{a}_{M,k} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\frac{1}{M!\ (\tau_M,k^{\Delta})^{M-1}} \times \arg\max_{\omega}\{|\mathrm{DPT}_M[x_n,\omega,\tau_{M,k}]|\} \tag{10}$$

收稿日期：2009-12-29；**修回日期**：2010-02-01　**基金项目**：国家科技部条件平台建设资助项目(2005DKA10101)

作者简介：杜小丹(1972-)，女，副教授，院长助理，主要研究方向为计算机网络、计算机仿真(duxiaodandan@cdu.edu.cn)；周良臣(1975-)，男，博士，主要研究方向为通信信号处理、雷达信号处理、非平稳信号分析；杜雨　(1977-)，男，副教授，博士后，主要研究方向为雷达信号处理，非平稳信号处理；张凤荔(1963-)，女，教授，博导，主要研究方向为移动数据管理及其应用、网络安全.

PPT 可看做上述估计子在 $K=1$ 的特殊情况。$\tau_{M,k}$ 的选择会影响估计的准确性，MSE 的表达式与 $K=1$ 时近似，是信噪比、数据点数、延迟 τ 的函数。建议最佳延迟参数为 N/M。在估计子的实现时，文中选择 $\tau_{M,k}=N/M+k-1$，式中 $1\leqslant k\leqslant K$ $(K\ll N)$。

式(10)的极大化数值运算量大，并存在收敛和分辨率的问题[8]，可结合粗略搜索和精细搜索来减小运算量。基于傅里叶系数插值，M&B 估计子[9]是个算法，渐近无偏估计且方差为 CRB 的 1.014 7 倍，假设 $\{z_q\}_{0\leqslant q<Q}$ 为频率为 ω_0 的复指数信号，以频率估计为例，在下面总结了 M&B 算法。每个 $\hat{a}_{M,k}$ 可通过 M&B 算法计算，需要 K 次 FFT。为了减少 FFT 次数，$\hat{a}_{M,1}$ 可由子序列来粗略估计。首先计算 $u_n=x_n\exp[-j\hat{a}_{M,1}(n\Delta)^M]$ 和 $u_n=x_n\exp[-j\hat{a}_{M,1}(n\Delta)^M]$，在 $l_0=0,i=2,\delta_1=0$，M&B 算法第 2、3 步来估计频率 f_0^k 和 $\{z_n^k\}_n$；最后得到 $\hat{a}_{M,k}=\hat{a}_{M,1}+2\pi f_0^k/[M!(\tau_{M,k}\Delta)^{M-1}]$。

频率估计的 M&B 算法如下所示：

步骤 1　计算 $\{Z_l\}_l=\mathrm{FFT}\{\{z_q\}_q\}$ and $Y_l=|Z_l|^2$ for $0\leqslant l<Q$

搜索 $l_0=\arg\max\limits_{l}\{Y_l\}$

赋值 $\delta_0=0,i=1$

步骤 2　if $i\leqslant 2$

$$X_p=\sum_{q=0}^{Q-1}z_q\exp[-j\frac{2\pi(l_0+\delta_{i-1}+p)}{Q}q],p=\pm0.5$$

$$\delta_i=\delta_{i-1}+\frac{1}{2}\frac{|X_{0.5}|-|X_{-0.5}|}{|X_{0.5}|+|X\ -0.5|},i=i+1$$

进入步骤 2 end if

步骤 3　最后计算频率估计 $\{z_q\}_{0\leqslant q<Q}$：$\hat{\omega}_0=\dfrac{2\pi(l_0+\hat{\delta}_2)}{Q}$

Peleg 验证了在高信噪比时，高于信噪比阈值时 $\hat{a}_{M,1}$ 接近 CRB[3]，即 $\hat{a}_{M,1}$ 的 MSE 就是 $1/N^{2M+1}$ 的阶数。比起通过 FFT 变换粗略求极大值，M&B 算法的粗略估计方法比用 FFT 的精细搜索好得多。

若 $\hat{a}_{m+1},\hat{a}_{m+2},\cdots,\hat{a}_M(m>0)$ 的估计是准确的，高阶项的阶数大于 m，通过估计出来的参数拟合出只含高次项的信号，该信号的共轭与原始信号相乘可消除高次项的影响，可以通过上面讨论的方法来估计 a_m。当 m 减小到 1 时，变成了对 a_1 的频率估计，当 m 为 0 时，可以简单地通过式(11)(12)得到 a_0、b_0 的估计。

很明显该算法比较简单，相对于 ML 估计算法，用 M 个一维极大值替换 M 个变量的极大似然函数。$\hat{a}_M$、$\hat{a}_{M-1}$、$\hat{a}_0$、$\hat{b}_0$ 值的计算复杂度从 $O(N^{M+1})$ 降低到略小于 $[M\log_2N+(M-1)(2^{M-1}+2)K+4M+1]N$。通过比较，PPT 同样可以利用式(10)估计子来求最大值点 $\hat{a}_M,\hat{a}_{M-1},\cdots,\hat{a}_2,\hat{a}_1$。该方法仅比 Peleg 的多 $(M-1)(2^{M-1}+2)(K-1)N$ 运算，其中 M 和 K 比 N 要小得多。所以该方法的计算复杂度与 Peleg 的方法差不多。

PPS 参数估计新算法如下所示：

步骤 1　$m=M,x_n^m=x_n$ for $0<n<N-1$

步骤 2　估计 $a_M,a_{M-1},\cdots,a_1$

a) 赋值 $\tau_m=\lfloor N/m\rfloor,\{u_n\}_n=\{x_n^m\}_n$

b) 对于 $m=1$，估计 $a_{m,1}$ for $m>1$ or a_1

计算 $\{z_n^1\}_n=\{\mathrm{DP}_m(u_n,\tau_m)\}_n$ for $(m-1)\tau_m\leqslant n\leqslant N-1$

用 Estimate M&B 方法估计 ω_0（见频率估计的 M&B 算法）

计算 $\hat{a}_{m,1}=\dfrac{\hat{\omega}_0}{m!\ (\tau_m\Delta)^{m-1}}$

如果 $m=1$，$\hat{a}_1=\hat{a}_{m,1}$ 则进入步骤 3，否则进入下步。

c) 用 $\hat{a}_{m,1}$ 左右粗略估计去计算 $\hat{a}_{m,2},\hat{a}_{m,2+1},\cdots,\hat{a}_{m,K}$，最终得到 $\hat{a}_m$

赋值 $u_n=x_n^m\exp[-j\hat{a}_{m,1}(n\Delta)^m],0\leqslant n\leqslant N-1$

LOOP：for $k=2:K$

$\{z_n^k\}_n=\{\mathrm{DP}_m(u_n,\tau_m+k-1)\}_n$ for $(m-1)(\tau_m+k-1)\leqslant n\leqslant N-1$

$$X_p=\sum_{n=1}^{N-\tau_m-k}z_n^k\exp\{-j2\pi pn/[N-(m-1)(\tau_m+k-1)]\},$$
$p=\pm0.5$

$$\hat{a}_{m,k}=\hat{a}_{m,1}+\frac{\pi}{m!\ [(\tau_m+k-1)\Delta]^{m-1}}\times\frac{1}{[N-(m-1)(\tau_m+k-1)]}\times\frac{|X_{0.5}|-|X_{-0.5}|}{|X_{0.5}|+|X_{-0.5}|}$$

END LOOP

计算 $\hat{a}_m=\dfrac{1}{K}\sum\limits_{k=1}^{K}\hat{a}_{M,k}$，并进入步骤 3。

步骤 3　赋值 $x_n^{m-1}=x_n^m\exp[-j\hat{a}_m(n\Delta)^m],m=m-1$，如果 $m>0$，进入步骤 2，否则进入步骤 4

步骤 4　Estimate a_0 and b_0

$$\hat{a}_0=\mathrm{phase}\{\sum_{n=0}^{N-1}x_n\exp[-j\sum_{m=1}^{M}\hat{a}_m(n\Delta)^m]\}=\mathrm{phase}\{\sum_{n=0}^{N-1}x_n^0\}\tag{11}$$

$$\hat{b}_0=\frac{1}{N}|\sum_{n=0}^{N-1}x_n\exp[-j\sum_{m=1}^{M}\hat{a}_m(n\Delta)^m]\}=\frac{1}{N}|\sum_{n=0}^{N-1}x_n^0|\tag{12}$$

此处 $\lfloor l\rfloor$ 代表小于 l 的最大整数，phase$\{l\}$ 代表 l 的相位。

2　性能分析

当信噪比低于某阈值时，算法性能将大大降低，其阈值影响与 PPT 里面讨论的基本一致[3]。本章讨论估计算法的理论 MSE。首先给出 M 为 2 的 MSE 和 CRB[10] 随 SNR、K 和信号点数变化的近似表达式（见附录）。

$$E\{(\delta\hat{a}_2)^2\}\approx\frac{96(1+\frac{1}{2K\cdot\ \mathrm{SNR}})}{N^5\Delta^4\mathrm{SNR}}\tag{13}$$

$$\mathrm{CRB}\{\hat{a}_2\}\approx\frac{90}{\mathrm{SNR}\cdot\ N^5\Delta^4}\tag{14}$$

$$E\{(\delta\hat{a}_1)^2\}\approx(\frac{17}{16}+\frac{1}{2K\cdot\ \mathrm{SNR}})\frac{96}{\mathrm{SNR}\cdot\ \Delta^2N^3}\tag{15}$$

$$\mathrm{CRB}\{\hat{a}_1\}\approx\frac{96}{\mathrm{SNR}\cdot\ N^3\Delta^2}\tag{16}$$

$$E\{(\delta\hat{a}_0)^2\}\approx(\frac{14}{3}+\frac{4}{3K\cdot\ \mathrm{SNR}})\frac{1}{\mathrm{SNR}\cdot\ N}\tag{17}$$

$$\mathrm{CRB}\{\hat{a}_0\}\approx\frac{4.5}{\mathrm{SNR}\cdot\ N}\tag{18}$$

$$E\{(\delta\hat{b}_0)^2\}\approx\frac{\sigma^2}{2N}\tag{19}$$

$$\mathrm{CRB}\{\hat{b}_0\}=\frac{\sigma^2}{2N}\tag{20}$$

可以看出，在高信噪比下，$\hat{a}_2$、$\hat{a}_1$ 和 $\hat{a}_0$ 的 MSE 分别为 7%、7% 和 4%，略高于 CRB，但在低信噪比时，性能将随着 K 的值而改变。例如，当 SNR = −7 dB，$K=8$ 时，三个参数的 MSE 分别高于各自 CRB 的 38%、40% 和 22%，但是 PPT($K=1$) 比 CRB 分别高 257%、274% 和 152%。随着 SNR 的降低，MSE 与 CRB 的比例增加。在高于 SNR 阈值门限的 SNR，不管 K 取多少，$\hat{b}_0$ 的 MSE 等于 CRB。

实际上，用 K 个初始估计 $\hat{a}_{2,1},\hat{a}_{2,2},\cdots,\hat{a}_{2,K}$ 来估计 a_2，所以 a_2 更准确，同时子序列 $\hat{a}_1$ 和 $\hat{a}_0$ 的估计准确性也得到改进。随着 SNR 的降低，性能改进将变得更加明显。而 $\hat{b}_0$ 不受误差传导的影响，其性能不受 K 的变化的影响。

3 仿真分析

为了证明提出算法的效率和性能，运用 Monte-Carlo 方法进行仿真。信号长度为 4 096，$M=2$，$a_2=10^{12}\pi$，$a_1=10^7\pi$，$a_0=\pi/4$，$b_0=1$，$1/\Delta=2\times10^8$。

SNR 以 1 dB 步长变化；每个 SNR，在 $K=1,2,8$ 分别进行 10 000 次试验来计算估计的 MSE。$\hat{\theta}_i$ 是 θ 的第 i 次试验的估计值。图 1 给出了 Monte-Carlo 仿真和 CRB 比值随 SNR 变化的曲线。

从图 1 可以看出，Monte-Carlo 仿真基本与理论值一致，证明了该算法的性能。高信噪比时，所有的 K 的相位系数估计 MSE 都比较接近相应的 CRB。随着 SNR 降低，MSE 与 CRB 的差值增加，K 值的影响也渐渐出现。对于低信噪比时，K 取较大值可以提高估计的准确性能。在高于一定信噪比条件下，b_0 的估计不受 K 和 SNR 的影响。

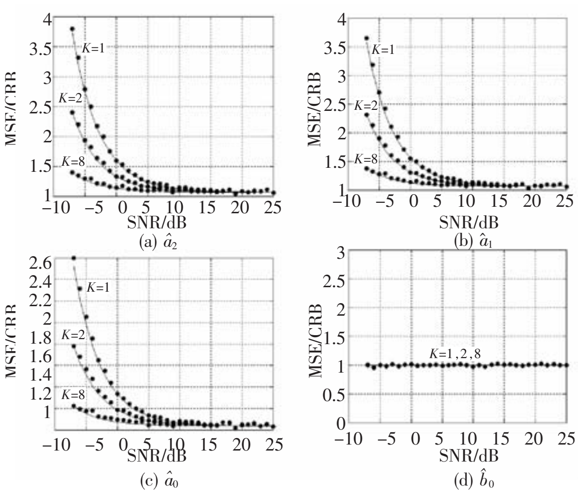

图 1 $\hat{a}_2$、$\hat{a}_1$、$\hat{a}_0$和$\hat{b}_0$的 MSE 和对应 CRB 比较，M=2(实线为理论结果，圆点为仿真结果)

4 结束语

本文提出了一种受复高斯白噪声影响的复 PPS 的参数估计方法，该算法简单、准确，比较容易实现，算法复杂度与 PPT 方法差不多，但是在低信噪比时算法性能与 CRB 比较接近。

附录

在这个部分推导了各个参数以 SNR 为自变量、阶数为 2 情况下的 MSE 近似表达式。采用一阶扰动分析。令 $g_N(\omega)$ 以 ω、N 为自变量的复函数。其中：ω 代表傅里叶变换的频率分量，N 为数据点数。令

$$f_N(\omega)=|g_N(\omega)|^2=g_N(\omega)g_N^*(\omega) \tag{21}$$

同时假设 $f_N(\omega)$ 在 $\omega=\omega_0$ 取得最大值。将 $g_N(\omega)$ 变换为 $\delta g_N(\omega)$，假设扰动较小。可以得到

$$\delta f_N(\omega)\approx g_N(\omega)\delta g_N^*(\delta)+g_N^*(\omega)\delta g_N(\omega)= 2\mathrm{Re}\{g_N(\omega)\delta g_N^*(\omega)\} \tag{22}$$

可以证明

$$\delta\omega=-\left[\frac{\partial^2 f_N(\omega_0)}{\partial\omega^2}\right]^{-1}\left[\frac{\partial\delta f_N(\omega_0)}{\partial\omega}\right] \tag{23}$$

其中

$$\frac{\partial^2 f_N(\omega_0)}{\partial\omega^2}=2\mathrm{Re}\{g_N(\omega_0)\frac{\partial^2 g_N^*(\omega_0)}{\partial\omega^2}+\frac{\partial g_N(\omega_0)}{\partial\omega}\frac{\partial g_N^*(\omega_0)}{\partial\omega}\} \tag{24}$$

$$\frac{\partial\delta f_N(\omega_0)}{\partial\omega}=2\mathrm{Re}\{g_N(\omega_0)\frac{\partial\delta g_N^*(\omega_0)}{\partial\omega}+\frac{\partial g_N(\omega_0)}{\partial\omega}\delta g_N^*(\omega_0)\} \tag{25}$$

则可以得到 δ_ω 的 MSE 表达式

$$E\{(\delta\omega)^2\}=\left[\frac{\partial^2 f_N(\omega_0)}{\partial\omega^2}\right]^{-2}E\{\left[\frac{\partial\delta f_N(\omega_0)}{\partial\omega}\right]^2\} \tag{26}$$

式(26)与(23)～(25)作为一阶扰动分析的基本公式。

1) $\hat{a}_2$ 的均方误差

$$g_N(\omega,\tau)=\sum_{n=1}^{N-\tau}S_{n+\tau}S_n^*\mathrm{e}^{-jn\Delta\omega} \tag{27}$$

$$\delta g_N(\omega,\tau)=\sum_{n=1}^{N-\tau}[s_{n+\tau}v_n^*+v_{n+\tau}s_n^*+v_{n+\tau}v_n^*]\mathrm{e}^{-jn\Delta\omega} \tag{28}$$

$$\omega_0=2a_2\tau\Delta \tag{29}$$

利用式(24)(25)可以得到

$$\frac{\partial^2 f_N(\omega_0,\tau)}{\partial\omega^2}\approx-\frac{1}{6}\Delta^2b_0^4(N-\tau)^4 \tag{30}$$

$$\frac{\partial\delta f_N(\omega_0,\tau)}{\partial\omega}\approx-2\Delta b_0^2(N-\tau)\mathrm{Im}\{\eta(\tau)\} \tag{31}$$

其中：

$$\eta(\tau)=\mathrm{e}^{j(a_1\tau\Delta+a_2\tau^2\Delta^2)}\sum_{n=1}^{N-\tau}\mathrm{e}^{j2a_2\tau\Delta^2n}[n-\frac{(N-\tau)}{2}]\times [s_{n+\tau}^*v_n+v_{n+\tau}^*s_n+v_{n+\tau}^*v_n] \tag{32}$$

由于 $K<<N$，$\delta a_2=\delta\omega/(2\tau\Delta)$，运用式(23)

$$\delta\hat{a}_2(i)\approx\frac{6\mathrm{Im}\{\eta(\tau_i)\}}{\Delta^2b_0^2\tau_i(N-\tau_i)^3} \tag{33}$$

令

$$e_n=v_ns_n^*/b_0 \tag{34}$$

可以看到$\{e_n\}_n$ 是零均值方差为 σ^2 独立同分布的复高斯随机变量。将式(34)代入(32)可以得到

$$\eta(\tau)=\sum_{n=1}^{N-\tau}[n-\frac{1}{2}(N-\tau)][b_0(e_{n+\tau}^*+e_n)+e_{n+\tau}^*e_n]= \eta_1(\tau)+\eta_2(\tau) \tag{35}$$

其中：

$$\eta_1(\tau)=\sum_{n=1}^{N-\tau}b_0[n-\frac{1}{2}(N-\tau)](e_{n+\tau}^*+e_n) \tag{36}$$

$$\eta_2(\tau)=\sum_{n=1}^{N-\tau}[n-\frac{1}{2}(N-\tau)]e_{n+\tau}^*e_n \tag{37}$$

从而可以得到

$$E\{\delta a_2(i)\delta a_2(j)\}\approx\begin{cases}\dfrac{96(1+\frac{1}{2\mathrm{SNR}})}{N^5\Delta^4\mathrm{SNR}} & i=j\\ \dfrac{96}{N^5\Delta^4\mathrm{SNR}} & i\neq j\end{cases} \tag{38}$$

最后得到 $\hat{a}_2$ 的 MSE 公式

$$E\{(\delta a_2)^2\}=\frac{1}{K_2}E\{[\sum_{i=1}^{K}\delta a_2(i)]^2\}\approx\frac{96(1+\frac{1}{2K\cdot\mathrm{SNR}})}{N^5\Delta^4\mathrm{SNR}} \tag{39}$$

2) $\hat{a}_1$ 的均方误差

由式(33)可以得到

$$\delta a_2=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\delta a_2(i)\approx-\frac{6}{\Delta^2b_0^2\tau_1}(N-\tau_1)^3\mathrm{Im}\{\frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}[\eta_1(\tau_i)+ \eta_2(\tau_i)]\}=\frac{6}{\Delta^2b_0^2\tau_1(N-\tau_1)^3}\mathrm{Im}\{\psi\} \tag{40}$$

$$g_N(\omega)=\sum_{n=1}^{N}s_n\mathrm{e}^{-ja_2n^2\Delta^2}\mathrm{e}^{-jn\Delta\omega} \tag{41}$$

$$\delta g_N(\omega)=\sum_{n=1}^{N}(s_n\mathrm{e}^{-j\delta a_2n^2\Delta^2}+v_n\mathrm{e}^{-j\hat{a}_2n^2\Delta^2})\mathrm{e}^{-jn\Delta\omega} \tag{42}$$

$$\omega_0=a_1 \tag{43}$$

将式(24)(25)代入得到

$$\frac{\partial^2 f_N(\omega_0)}{\partial\omega^2}\approx-\frac{1}{6}\Delta^2b_0^2N^4 \tag{44}$$

$$\frac{\partial\delta f_N(\omega_0)}{\partial\omega}\approx-2\Delta N\{\mathrm{Im}[\sum_{n=1}^{N}(n-\frac{1}{2}N)e_n]- 8\,\mathrm{Im}\{\psi\}\}=-2\Delta N[\mathrm{Im}\{\xi\}-8\mathrm{Im}\{\psi\}] \tag{45}$$

（下转第 2512 页）

表 1　六个混叠信号的分离使用两种算法的性能对比

方法	相似系数							运行时间/s
	恢复语音信号	源语言信号						
		信号 1	信号 2	信号 3	信号 4	信号 5	信号 6	
基于伪提取矢量的本文方法	信号 1	0.994 1	0.002 5	0.000 8	0.001 2	0.001 7	0.002 0	410.219376
	信号 2	0.003 6	0.995 5	0.002 6	0.001 4	0.002 7	0.000 2	
	信号 3	0.001 5	0.000 7	0.985 8	0.000 3	0.006 9	0.000 3	
	信号 4	0.001 7	0.000 1	0.001 8	0.990 4	0.000 6	0.001 2	
	信号 5	0.000 4	0.000 5	0.015 8	0.001 1	0.986 5	0.000 1	
	信号 6	0.001 3	0.000 0	0.001 1	0.013 3	0.000 1	0.991 3	
基于线性规划的方法	信号 1	0.995 1	0.011 1	0.000 8	0.002 8	0.002 6	0.007 1	1345.102992
	信号 2	0.017 9	0.995 3	0.014 3	0.001 2	0.002 6	0.000 1	
	信号 3	0.002 4	0.010 1	0.984 2	0.000 5	0.044 9	0.000 0	
	信号 4	0.001 7	0.000 4	0.002 1	0.990 5	0.003 7	0.021 3	
	信号 5	0.000 4	0.000 2	0.060 7	0.009 7	0.984 1	0.000 2	
	信号 6	0.010 0	0.000 4	0.000 5	0.046 4	0.001 8	0.989 9	

通过表 1 的相似系数可以看出,从分离精度上比较,两种算法都能以较高的分离精度分离出各源信号。本文的基于伪提取矢量的方法对于信号 2、3、5、6 的分离精度略高于基于线性规划的方法;信号 1、4 的分离精度稍低于基于线性规划的方法。总的来说,两种算法对信号的分离精度相差不大,本文基于伪提取矢量的方法的分离精度略高于基于线性规划方法的分离精度。从分离速度上比较,本文基于伪提取矢量方法的分离速度大概是基于线性规划方法的 3.28 倍。其根本原因就是,基于线性规划的方法在每个采样点处都采用了复杂的优化算法;而基于伪提取矢量的方法在源信号的整个过程没有采用任何优化算法,因此大大提高了分离速度。

5　结束语

本文提出了一种新的两步法来实现欠定模型下的语音信号盲分离问题,给出了该方法的理论分析以及实现的基本算法流程,并采用该方法对六个语音信号混叠成两个观测信号的情形进行了分离。此外,在源信号的恢复过程中,还使用本文算法与经典的基于线性规划的欠定盲源分离方法进行了对比。结果表明:本文方法在源信号的分离过程中,分离精度不低于基于线性规划的方法,分离速度要比基于线性规划的方法快数倍。

参考文献:

[1]　HYVARINEN A, OJA E. Independent component analysis algorithms and applications[J]. Neural Networks, 2000, 13(4/5):411-430.

[2]　LI Yuan-qing, AMARI S I, CICHOCKI A, *et al*. Probability estimation for recoverability analysis of underdetermined blind source separation based on sparse representation[J]. IEEE Trans on Informations Theroy, 2006, 52(7):3139-3152.

[3]　BOFILL P, ZIBULEVSKY M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. Signal Process, 2001, 81(11):2353-2362.

[4]　YILMAZ O, RICKARD S. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(7):1830-1847.

[5]　AISSA-EL-BEY A, LINH-TRUNG N, ABED-MERAIM K, *et al*. Underdetermined blind separation of nondisjoint sources in the time-frequency domain[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(3):897-907.

[6]　LI Y Q, AMARI S, CICHOCKI A, *et al*. Underdetermined blind source separation based on sparse representation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(7):423-437.

[7]　何昭水,谢胜利,傅予力.稀疏表示与病态混叠盲分离[J].中国科学 E 辑,2006,36(8): 864-879.

[8]　肖明,谢胜利,傅予力.欠定情形下语音信号盲分离的时域检索平均法[J].中国科学 E 辑,2007,37(12):1564-1575.

(上接第 2504 页)其中:e_n 和 ψ 如式(34)(35)中定义,可以得到

$$E\left\{\left[\frac{\partial \delta f_N(\omega_0)}{\partial \omega}\right]^2\right\} \approx \Delta^2 b_0^2 \sigma^2 \left(\frac{17}{6}+\frac{4}{3K\cdot \mathrm{SNR}}\right) N^5 \tag{46}$$

最后由式(44)(46)(26)得到 $\hat{a}_1$ 的 MSE 为

$$E\{(\delta \hat{a}_1)^2\} \approx \left(\frac{17}{16}+\frac{1}{2K\cdot \mathrm{SNR}}\right)\frac{96}{\mathrm{SNR}\cdot \Delta^2 N^3} \tag{47}$$

3) $\hat{a}_0$ 和 $\hat{b}_0$ 的均方误差

δb_0 可直接给出:

$$\delta b_0 \approx \frac{1}{b_0}\mathrm{Re}\{\theta\} \tag{48}$$

$$\delta a_0 \approx \frac{1}{N b_0^2}(N\,\mathrm{Im}\{\theta\}+6\mathrm{Im}\{\xi\}-16\mathrm{Im}\{\psi\}) \tag{49}$$

其中

$$\theta=\sum_{n=1}^{N} s_n^* v_n = b_0 \sum_{n=1}^{N} e_n \tag{50}$$

从而得到 $\hat{a}$ 和 $\hat{b}$ 的 MSE 为

$$E\{(\delta \hat{b}_0)^2\} \approx \frac{1}{2N^2}E\{\theta\theta^*\} = \frac{\sigma^2}{2N} \tag{51}$$

$$E\{(\delta \hat{a}_0)^2\} \approx \left(\frac{14}{3}+\frac{4}{3Q\cdot \mathrm{SNR}}\right)\frac{1}{\mathrm{SNR}\cdot N} \tag{52}$$

参考文献:

[1]　BABAROSSA S. Detection and estimation of the instantaneous frequency of polynomial phase signals by multilinear time-frequency representations[C]//Proc of IEEE-SP Workshop on Higher Order Stat. 1993:168-172.

[2]　BOASHASH B. Estimation and interpreting the instantaneous frequency of a signal-part1: fundamentals and part 2: algorithm and applications[J]. Proc of IEEE, 1992, 80(4):520-568.

[3]　PELEG S, FRIEDLANDER B. The discrete polynomial-phase transform[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(8):1901-1914.

[4]　O'SHEA P. Fast parameter estimation algorithm for linear FM signals[C]//Proc of IEEE International Conference on Acoust, Speech, Signal Processing. Washington DC: IEEE Computer Society, 1994: 17-20.

[5]　PORAT B, FRIEDLANDER B. Accuracy analysis of estimation algorithms for parameters of multiple polynomial-phase signals[C]//Proc of IEEE International Conference on Acoust, Speech, Signal Processing. 1995:1800-1803.

[6]　张容权,杨建宇,熊金涛.基于多项相位变换的线性 FMCW 雷达目标加速度和速度估计方法[J].电子学报,2005,33(3):452-455.

[7]　秦国栋,陈伯孝,杨明磊,等.双基地多载频 FMCW 雷达目标加速度和速度估计方法[J].电子与信息学报,2009,31(4):794-797.

[8]　QUIN B G. Estimating frequency by interpolation using Fourier coefficients[J]. IEEE Trans on Signal Process, 1994, 42(5):1264-1268.

[9]　ABOUTANIOS E, MULGREW B. Iterative frequency estimation by interpolation on Fourier coefficients[J]. IEEE Trans on Signal Process, 2005, 53(4):1237-1242.

[10]　PELEG S, PORAT B. The Cramer-Rao lower bound for signals with constant amplitude and polynomial[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1991, 39(5):749-752.