

# 基于机器人效用函数的多机器人系统任务分配

陈建平<sup>1,2</sup>, 苑召国<sup>1</sup>, 杨宜民<sup>1</sup>

(1. 广东工业大学 自动化学院, 广州 510090; 2. 肇庆学院 计算机学院, 广东 肇庆 526061)

**摘要:** 针对现有的多机器人系统任务分配方法只是采用算法进行寻优, 而没有将任务分配结果加以量化的缺陷, 提出了一种基于机器人效用函数的多机器人系统任务分配新方法。该方法首先定义机器人效用函数, 并说明其可解; 接着给出了最佳任务分配方案的定义, 并证明其存在性和唯一性; 最后通过实例对本方法的有效性进行了验证。

**关键词:** 多机器人系统; 效用函数; 任务分配; 最佳分配方案

**中图分类号:** TP242.6      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-3695(2010)04-1339-03

**doi:**10.3969/j.issn.1001-3695.2010.04.036

## Multi-robot task allocation approach based on robotic utility function

CHEN Jian-ping<sup>1,2</sup>, YUAN Zhao-guo<sup>1</sup>, YANG Yi-min<sup>1</sup>

(1. College of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China; 2. College of Computer Science, Zhaoqing University, Zhaoqing Guangdong 526061, China)

**Abstract:** Existing methods for task allocation are only focus on optimization algorithms without quantizing the results of task allocation. According to the deficiency of existing methods, this paper presented a new approach for multi-robot task allocation based on the robotic utility function. By using this approach, it defined the robotic utility function, and showed its solvability firstly. Then, it addressed the definition of the optimal task allocation scheme, and proved its existence and uniqueness. Finally, gave an example to illustrate that the proposed approach could efficiently solve the problem of multi-robot task allocation.

**Key words:** multi-robot system; utility function; task allocation; optimal task allocation scheme

## 0 引言

在多机器人系统中, 要求每个机器人彼此之间要进行合作, 以共同完成系统的总任务。因此, 控制系统必须先对系统总任务进行分解, 之后按照一定的限制约束条件把分解好的各个子任务分配给每一个机器人, 这就是多机器人系统任务分配 (multi-robot task allocation, MRTA)<sup>[1]</sup>。任务分配问题属于多机器人系统研究中的一个基础问题, 是近年来研究的热点<sup>[2,3]</sup>。目前, 广泛应用于多机器人系统任务分配问题的方法主要有线性规划法<sup>[4]</sup>、黑板模型法<sup>[5]</sup>、熟人网法<sup>[6]</sup>、市场机制法<sup>[1]</sup>以及基于空闲链的方法<sup>[7]</sup>等, 但这些任务分配方法大多都存在计算复杂、实时性差、通信量大等方面的缺陷, 且任务分配方案的好坏没有用具体的技术指标来量化。此外, 针对足球机器人系统中的任务分配问题, 文献[8,9]采用角色效用计算的方法来动态分配 RoboCup 足球机器人系统中各机器人在场上的具体角色; Bastos 等人<sup>[10]</sup>从多机器人系统任务分配主要体系结构的角度出发, 研究了可变效用 (variable utility) 在一类单任务机器人—单机器人任务—分配时间可延长 (single-task robots, single-robot tasks, time-extended assignment, ST-SR-

TA) 多机器人系统任务分配问题中的具体应用。然而, 这些基于效用函数的多机器人系统任务分配方法缺乏对效用函数可解性以及最佳任务分配方案存在性与唯一性等方面的理论证明; 另外, 在构造效用函数时, 仅仅只考虑到了机器人与目标任务之间的距离因素, 而忽略了机器人在到达目标位置后所做的具体动作 (即机器人的处理能力) 以及机器人初始姿态与目标姿态的角度差等因素。

针对现有多机器人系统任务分配方法本身所存在的问题与不足, 同时考虑到任务分配方案的量化及其优劣评价, 本文提出了一种新的基于机器人效用函数的多机器人系统任务分配方法。本文给出了机器人效用函数的定义, 从机器人能力及任务所需能力的角度出发, 构造机器人效用函数并对其可解性进行了说明; 给出了最佳任务分配方案的定义, 并对其存在性与唯一性加以理论证明; 通过实例验证了本文方法对于求解多机器人系统任务分配问题的有效性; 最后得出了结论, 并对进一步的研究工作进行了展望。

## 1 机器人效用函数的定义与求解

通常, 多机器人系统中每个机器人所得到的子任务是要求

收稿日期: 2009-08-31; 修回日期: 2009-10-20

作者简介: 陈建平 (1975-), 男, 湖南衡阳人, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为人工智能与智能机器人 (jpcchen@zqu.edu.cn); 苑召国 (1982-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为智能机器人; 杨宜民 (1945-), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为智能控制技术与智能机器人。

机器人移动到某一目标点,之后做某些动作。可见多机器人系统任务分配所涉及的只是机器人的移动和处理(如射门、举起重物等)等执行能力(简称能力),机器人的其他能力(如通信、决策等)与本研究无关。单个机器人的能力可用一个二维向量来表示:

$$C^r = [C_1^r, C_2^r] \quad (1)$$

其中: $C_1^r$ 、 $C_2^r$  分别表示机器人的移动能力和处理能力。

同理,单个任务所要求的能力可表示为

$$C^T = [C_1^T, C_2^T] \quad (2)$$

其中: $C_1^T$ 、 $C_2^T$  分别表示任务所要求的机器人的移动能力和处理能力。

**定义 1** 机器人效用函数。它是一个表征机器人完成任务能力的函数,其函数值的大小能表征机器人胜任任务的程度,即函数值越大,则表示机器人完成任务所需的时间越短。

由机器人效用函数的定义可知,它是机器人能力与任务要求能力的函数。此外,机器人完成某一任务涉及到机器人的移动、处理等能力,故机器人相对于任务的机器人效用函数可表示为

$$u = k_1 f_1(C_1^r, C_1^T) + k_2 f_2(C_2^r, C_2^T) \quad (3)$$

其中: $k_1$ 、 $k_2$  分别表示机器人移动能力和处理能力的效用权重,其和为 1。若系统偏重于机器人的移动能力,则  $k_1$  取值较大;若系统偏重于机器人的处理能力,则  $k_2$  取值较大。通常情况下,权值系数  $k_1$ 、 $k_2$  根据专家经验加以确定。

$f_1(\cdot)$ 、 $f_2(\cdot)$  分别表示机器人移动能力和处理能力的机器人效用函数。

下面说明机器人效用函数可求解。

设机器人从初始位置移动到目标位置的距离为  $r$ ,且分为加速、匀速、减速三个阶段来完成。机器人从初始位置移动到目标位置所需的时间可表示为

$$\frac{1}{2}at_1^2 + at_1t_2 + at_1t_3 - \frac{1}{2}at_3^2 = r \quad (4)$$

其中: $t_1$  为机器人加速阶段所用的时间; $t_2$  为机器人匀速阶段所用的时间; $t_3$  为机器人减速阶段所用的时间; $a$  为机器人加速度,等于  $F/m_0$ 。

又设机器人初始姿态与目标姿态的角度差为  $\theta$ ,则机器人从初始姿态转向目标姿态所需的时间可表示为

$$t_4 = \theta/w \quad (5)$$

其中: $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ ;  $w$  为机器人平均角速度,是机器人驱动力矩  $M$  和转动惯量  $J$  的函数。

机器人在整个移动阶段所需时间为

$$T_1 = \max \{t_1 + t_2 + t_3, t_4\} \quad (6)$$

设机器人在所处的场地中移动最长距离所需的最长时间为  $T_{m1}$ ,将  $T_1$  归一化,则得到表征机器人移动能力的效用函数:

$$f_1(C_1^r, C_1^T) = 1 - T_1/T_{m1} \quad (7)$$

设机器人到达目标位置后做举起重物的动作,则机器人举起重物所需的时间为

$$T_2 = t_5 = \left( \frac{2mh}{F^r - m_0g} \right)^{1/2} \quad (8)$$

其中: $F^r$  为机器人举重力; $m_0$  为重物质量; $h$  为重物被举高的高度; $g$  为重力加速度。

设机器人将重物举到最高高度所需的时间为  $T_{m2}$ ,将  $T_2$  归一化,则得到表征机器人处理能力的效用函数:

$$f_2(C_2^r, C_2^T) = 1 - T_2/T_{m2} \quad (9)$$

故机器人相对于任务的机器人效用函数  $u$  为

$$u = k_1 f_1(C_1^r, C_1^T) + k_2 f_2(C_2^r, C_2^T) = k_1 \left( 1 - \frac{T_1}{T_{m1}} \right) + k_2 \left( 1 - \frac{T_2}{T_{m2}} \right) \quad (10)$$

由于  $0 \leq 1 - \frac{T_1}{T_{m1}} \leq 1, 0 \leq 1 - \frac{T_2}{T_{m2}} \leq 1$ ,效用权重  $k_1 + k_2 = 1$ ,故机器人效用函数值  $0 \leq u \leq 1$ 。

可见,机器人效用函数是可求解的。

## 2 最佳分配方案的定义与求解

由式(1)(2)可知,对于有  $p$  个机器人执行  $n$  个任务的情形, $p$  个机器人的能力可表示为

$$C^r = \begin{bmatrix} C_{11}^r & C_{12}^r \\ \dots & \dots \\ C_{i1}^r & C_{i2}^r \\ \dots & \dots \\ C_{p1}^r & C_{p2}^r \end{bmatrix}, 1 \leq i \leq p \quad (11)$$

$n$  个任务所要求的能力可表示为

$$C^T = \begin{bmatrix} C_{11}^T & C_{12}^T \\ \dots & \dots \\ C_{j1}^T & C_{j2}^T \\ \dots & \dots \\ C_{n1}^T & C_{n2}^T \end{bmatrix}, 1 \leq j \leq n \quad (12)$$

相应地, $p$  个机器人相对于  $n$  个任务的机器人效用函数  $u_{ij}$  可表示为:

$$u_{ij} = k_1 f_1(C_{i1}^r, C_{1j}^T) + k_2 f_2(C_{i2}^r, C_{2j}^T) = k_1 \left( 1 - \frac{T_{1ij}}{T_{m1}} \right) + k_2 \left( 1 - \frac{T_{2ij}}{T_{m2}} \right) \quad (13)$$

通过计算每个机器人相对于每个任务的效用函数值  $u_{ij}(0 \leq u_{ij} \leq 1, 1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq n)$ ,得到机器人效用函数矩阵

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{1j} & \dots & u_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{i1} & \dots & u_{ij} & \dots & u_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{p1} & \dots & u_{pj} & \dots & u_{pn} \end{bmatrix} \quad (14)$$

**定义 2** 最佳分配方案。多机器人系统任务分配最佳方案为所有参加完成系统总任务的机器人的效用函数值之和为最大,即系统完成总任务的时间为最短。

由于任务分解时已对任务树进行了预处理,任务项数  $n$  等于系统中可以参加完成总任务的机器人个数  $p$ 。效用函数矩

阵  $U$  中有  $n^2$  个元素(效用函数值),对应着有  $n!$  种不同的排列(每行选一个元素, $n$  个元素分别位于不同列)。求解  $n$  个元素之和为最大的排列,则得到最佳的任务分配方案。

为了避免因机器人效用函数值之和为最大出现多种,从而造成最佳分配方案无法确定的情况发生,本文特定义以下比较规则:

**定义 3** 给定两个具有  $n$  个元素的一维数组  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  和  $[b_1, b_2, \dots, b_n]$ 。其中  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_n$ , 且满足  $\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ , 规定数组比较大小的规则如下:

- a) 若  $a_1 < b_1$ , 则  $[a_1, a_2, \dots, a_n] < [b_1, b_2, \dots, b_n]$  ;
- b) 若  $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_{i-1} = b_{i-1}, a_i < b_i (1 \leq i \leq n)$ , 则  $[a_1, a_2, \dots, a_n] < [b_1, b_2, \dots, b_n]$  ;
- c) 若  $[a_1, a_2, \dots, a_n] = [b_1, b_2, \dots, b_n]$ , 当且仅当  $a_i = b_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

**定理 1** 在多机器人系统任务分配中,最佳分配方案存在且惟一。

**证明** 首先证明存在性。

在机器人效用函数矩阵中,矩阵  $U_{n \times n}$  中的元素  $u_{ij}$  的取值为  $0 < u_{ij} \leq 1$ , 其中  $1 \leq i, j \leq n$ 。根据定义 2, 当获到最佳分配方案时,各机器人的效用函数值之和为最大,记为  $\sum_{i=1}^n u_i$ , 则  $0 < \sum_{i=1}^n u_i \leq n$ , 当机器人个数和任务项数确定时,  $\sum_{i=1}^n u_i$  就是一个确定的实数,从而证明了最佳分配方案的存在性。

再证惟一性。

采用反证法,假设最佳分配方案存在两个,分别记为  $\sum_{i=1}^n u_{i1}$  和  $\sum_{i=1}^n u_{i2}$ , 且  $\sum_{i=1}^n u_{i1} \neq \sum_{i=1}^n u_{i2}$ , 与之对应的最佳分配方案效用函数值数组分别为  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  和  $[b_1, b_2, \dots, b_n]$ 。根据定义 3 中的两个具有  $n$  个元素的一维数组大小的比较方法,一定可以比较出大小,即  $\sum_{i=1}^n u_{i1} > \sum_{i=1}^n u_{i2}$  或  $\sum_{i=1}^n u_{i1} < \sum_{i=1}^n u_{i2}$ , 即最佳分配方案惟一,与假设矛盾。

因此,最佳分配方案存在且惟一。

### 3 实例分析

设有四个机器人  $R = \{r_1, r_2, r_3, r_4\}$  和四个任务  $T = \{T_1, T_2, T_3, T_4\}$ , 取  $k_1 = k_2 = 1/2$ , 根据实际情况,取  $T_{m1} = 20$  s,  $T_{m2} = 5$  s, 已知  $m, S_g - S_0, a = F/m, \theta, \omega, F', m_0, h$ 。

根据式(4)~(6)和(8),计算出  $T_{1ij}, T_{2ij} (1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq 4)$ , 代入

$$u_{ij} = \frac{1}{2} (1 - \frac{T_{1ij}}{20}) + \frac{1}{2} (1 - \frac{T_{2ij}}{5})$$

得到机器人效用函数矩阵

$$U_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} 0.169 & 0.631 & 0.389 & 0.955 \\ 0.762 & 0.463 & 1 & 0.344 \\ 0.571 & 0.893 & 0.550 & 0.563 \\ 0.134 & 0.456 & 0.234 & 0.719 \end{pmatrix}$$

根据计算,各机器人效用函数值之和最大的有两个,  $u_{14} + u_{23} + u_{31} + u_{42} = u_{14} + u_{23} + u_{32} + u_{41} = 2.982$ , 相对应的多机器人系统任务分配方案为  $r_1 \rightarrow T_4, r_2 \rightarrow T_3, r_3 \rightarrow T_1, r_4 \rightarrow T_2$  和  $r_1 \rightarrow T_4, r_2 \rightarrow T_3, r_3 \rightarrow T_2, r_4 \rightarrow T_1$ 。根据定义 3, 比较上述这两种分配方案所对应的数组大小, 由于  $[0.456, 0.571, 0.955, 1] > [0.134, 0.893, 0.550, 1]$ , 得方案  $r_1 \rightarrow T_4, r_2 \rightarrow T_3, r_3 \rightarrow T_1, r_4 \rightarrow T_2$  为最佳的任务分配方案。

### 4 结束语

任务分配是多机器人系统研究热点之一,针对已有任务分配方法所存在的不足,本文提出了一种新的基于机器人效用函数的多机器人系统任务分配方法。该方法在同时考虑到机器人及任务所需的移动能力和处理能力的基础上,首先计算每个机器人相对于每个任务的效用函数值并得到效用函数矩阵;然后再求解效用函数矩阵中  $n$  个元素之和为最大的排列,从而得到最佳的任务分配方案。可见,本文所提出的方法较之现有的多机器人系统任务分配方法具有计算步骤简单、耗时少、任务分配方案可量化以及其优劣可评价等优点。本文方法中机器人效用函数的取值只能表征机器人执行任务所耗时间的长短,而无法体现机器人执行任务过程中的能耗。可见,下一步的研究中可以同时考虑时间、能耗等因素,以构造更为完善的机器人效用函数。

#### 参考文献:

- [1] GERKEY B P. On multi-robot task allocation [D]. Los Angeles: University of Southern California, 2003.
- [2] ZLOT R, STENTZ A. Market-based multirobot coordination for complex tasks [J]. *International Journal of Robotics Research*, 2006, 25(1): 73-101.
- [3] MICHAEL N, ZAVLANOS M M, KIMAR V, et al. Distributed multi-robot task assignment and formation control [C]// Proc of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2008: 128-133.
- [4] BERERTON C A. Multi-robot coordination and competition using mixed integer and linear programs [D]. Pittsburgh: Carnegie Mellon University, 2004.
- [5] 宋梅萍, 顾国昌, 张汝波. 多移动机器人协作任务的分布式控制系统 [J]. *机器人*, 2003, 25(5): 456-460.
- [6] 高志军. 基于网络的多 agent 协作环境下的任务分配 [J]. *计算机工程*, 2005, 31(10): 19-21.
- [7] DAHL T S, MATARIC M, SUKHATME G S. Multi-robot task allocation through vacancy chain scheduling [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2008, 57(6): 674-687.
- [8] 钟碧良, 张祺, 杨宜民. 足球机器人多智能体协作策略 [J]. *计算机工程与应用*, 2003, 39(24): 60-63.
- [9] 柳林. 多机器人系统任务分配及编队控制研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2006.
- [10] BASTOS G S, RIBEIRO C H, SOUZA L E. Variable utility in multi-robot task allocation systems [C]//Proc of the 5th Latin American Robotic Symposium. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2009: 179-183.