

幅度受限系统中基于 SNDR 的信号功率选择方法

彭晶波, 卫国, 朱近康

(中国科学技术大学无线网络通信安徽省重点实验室, 安徽合肥 230027)

摘要: 在高斯信道下, 幅度受限系统的最佳发送功率选择会直接影响系统性能: 信号功率太低会被噪声淹没, 功率太高会进入非线性畸变范围, 产生信号失真. 针对这个问题, 通过分析幅度受限系统的信号噪声畸变比(signal to noise-and-distortion rate, SNDR), 提出了一种最优信号功率的选择方法. 仿真结果表明, 采用基于最大 SNDR 准则的信号功率选择能够获得最好的系统性能.

关键词: 最大 SNDR 准则; 功率选择; 幅度受限系统

中图分类号: TN911.4 **文献标识码:** A

SNDR based power selection method in amplitude-limited system

PENG Jing-bo, WEI Guo, ZHU Jin-kang

(Wireless Information Network Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Transmit power selection method for the amplitude-limited system in Gauss channel was studied. In this environment, signals with low transmit power were suppressed by white noise, while signals with high transmit power entered the non-linear area of power amplifier and generate signal distortion. A new method was proposed to solve this problem based on maximum SNDR criterion. Simulation results show that the proposed method can optimize system performance.

Key words: maximum SNDR criterion; power selection; amplitude-limited system

0 引言

无线通信系统中通常存在一些由器件或者外界环境引起的非线性畸变, 如功率放大器对输入信号的限幅作用等, 由此会带来严重的带内干扰和带外辐射, 恶化系统性能. 对于多载波系统, 这个问题尤其明显^[1].

为了研究这种畸变, 文献[2]首先提出了信号噪声畸变比(SNDR)的概念, 并且对硬限幅系统推导了 SNDR 与误比特率的表达式. 随后, 大量文献对非线性畸变系统展开了研究. 文献[3]采用 SNDR 研究了基于硬限幅和自适应符号选择系统的误码率

性能; 文献[4]用 SNDR 研究了如何设计功放的非线性映射能够获得最好的信号质量; 文献[5]对三种基于信号预失真的最大化 SNDR 方法作了分析, 比较了它们的性能和复杂度.

本文利用 SNDR 研究了这种非线性畸变引起的如下场景: 在给定功放作用函数以及外界噪声特性的情况下, 信号发送功率太小会被噪声淹没, 信号功率太大又会进入非线性区域, 导致信号的非线性畸变, 那么如何选择信号功率才能使系统性能最优呢? 基于三种典型功放模型, 本文分别对其 SNDR 的解析表达式的推导和分析, 给出了最优发送功率的选择方法. 仿真结果表明, 采用本文所述的信号功

收稿日期: 2007-11-27; 修回日期: 2008-03-27

基金项目: 国家重点基础研究发展(973)计划(2007CB310602)资助.

作者简介: 彭晶波, 男, 1982年生, 博士生. 研究方向: 无线通信系统设计优化, 通信系统中的失真抑制方法. E-mail: jbpeng@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 卫国, 教授. E-mail: wei@ustc.edu.cn

率选择方法能够最优化系统性能。

1 最大 SNDR 准则

1.1 对限幅系统的建模

记 $\mathbf{X}_N = [X_1, X_2, \dots, X_{N-1}]^T$ 为从星座图集合 C 中选择的待发送频域矢量符号, 其中 N 为多载波系统的子载波数. 那么其时域信号 $\mathbf{x}_N = [x_0, x_1, \dots, x_{N-1}]^T$ 可以写为 $\mathbf{x}_N = \mathbf{Q}\mathbf{X}_N$, 其中 \mathbf{Q} 为 IDFT 矩阵. 对于多载波系统, 当子载波数 N 足够大时, 根据中心极限定理, x_k 的实部和虚部相互独立且均服从均值为 0, 方差为 $\sigma_x^2/2$ 的高斯分布^[1]; 幅度 $\rho_k = |x_k|$ 服从 Rayleigh 分布, 概率密度函数为

$$f(\rho) = \frac{2\rho}{\sigma_x^2} e^{-\rho^2/\sigma_x^2} \quad (1)$$

式中, σ_x^2 为 \mathbf{x}_N 的方差.

如图 1 所示, 将幅度受限系统按照如下方式表达

$$y(t) = h(x(t)) + n(t) = h_\rho(x(t)) \cdot e^{j(h_\phi(x(t)))} + n(t) \quad (2)$$

式中, $h(\cdot)$ 为限幅系统的作用函数, $x_\rho(t)$ 和 $x_\phi(t)$ 分别表示 $x(t)$ 的幅度和相位, 而 $h_\rho(\cdot)$ 和 $h_\phi(\cdot)$ 分别表示 $h(\cdot)$ 对 $x(t)$ 的幅度作用函数和相位作用函数. 为了简洁, 以下表述将省略变量 t .

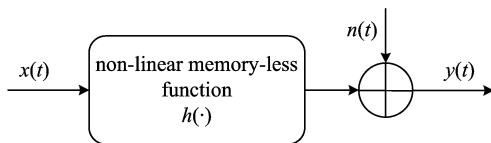


图 1 无记忆非线性系统模型

Fig. 1 Non-linear memoryless system model

典型的幅度受限系统为功率放大器, 不同类型的功放具有不同的作用函数 $h(\cdot)$. 几种典型的功放建模如下^[6]:

(I) 理想功放(ideal power amplifier, ideal PA)

$$h_\rho(x) = \begin{cases} bx_\rho + c, & x_\rho \leq A_{\text{sat}} \\ A_0, & x_\rho > A_{\text{sat}} \end{cases} \quad (3)$$

$$h_\phi(x) = x_\phi$$

式中, A_{sat} 为饱和输入幅度, A_0 为最大输出幅度, 满足关系 $A_{\text{sat}} = (A_0 - c)/b$.

(II) 行波管功放(travelling-wave tube amplifier, TWTA)

$$h_\rho(x) = A_{\text{sat}}^2 \frac{x_\rho}{x_\rho^2 + A_{\text{sat}}^2} \quad (4)$$

$$h_\phi(x) = x_\phi + \frac{\pi}{3} \frac{x_\rho^2}{x_\rho^2 + A_{\text{sat}}^2}$$

式中, A_{sat} 为饱和输入幅度. 当 $x_\rho = A_{\text{sat}}$ 时, $h_\rho(\cdot)$ 达到最大值 $A_{\text{sat}}/2$.

(III) 固态功放(solid-state power amplifier, SSPA)

$$h_\rho(x) = \frac{x_\rho}{\left[1 + \left(\frac{x_\rho}{A_0}\right)^{2p}\right]^{1/2p}} \quad (5)$$

$$h_\phi(x) = x_\phi$$

式中, A_0 为最大输出幅度, p 控制了功放从线性区域到受限区域过渡的平滑程度.

这三种典型功放的幅度作用函数如图 2 所示.

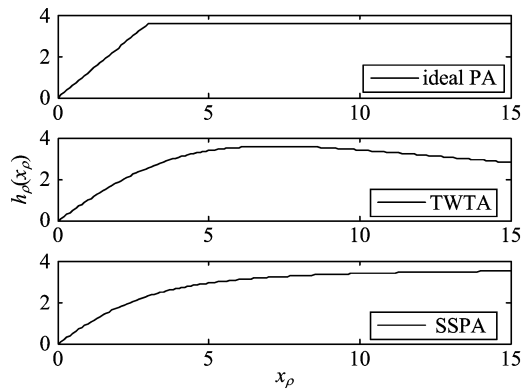


图 2 三种典型功放的幅度作用函数

Fig. 2 Amplitude functions of the three typical PA

1.2 SNDR 的定义

根据 Bussgang 理论, 对于任何高斯输入信号, 无记忆非线性畸变系统的作用函数可以按照下式分解^[2]

$$h(x(t)) = \alpha x(t) + d(t) \quad (6)$$

式中, $d(t)$ 表示由 $h(\cdot)$ 产生的畸变; α 为常数, 需要合理选择 α 使得 $x(t)$ 与 $d(t)$ 独立, 即

$$E[x^*(t)d(t)] = 0 \quad (7)$$

SNDR 的定义为^[2]

$$\text{SNDR} \triangleq \frac{|\alpha|^2 \sigma_x^2}{\sigma_d^2 + \sigma_n^2} \quad (8)$$

式中, $\sigma_x^2, \sigma_d^2, \sigma_n^2$ 分别为式(2), (6)中的 $x(t), d(t), n(t)$ 的方差.

将式(6), (7)带入式(8), 得到 SNDR 的表达式为

$$\text{SNDR} = \frac{\left| \frac{E[x^* h(x)]}{\sigma_x^2} \right|^2}{\frac{E[|h(x)|^2]}{\sigma_x^2} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2} - \left| \frac{E[x^* h(x)]}{\sigma_x^2} \right|^2} \quad (9)$$

1.3 最大 SNDR 准则

同前文所述, 将式(6)带入式(2), 高斯信道下的

幅度受限系统可以表达为

$$y(t) = h(x(t)) + n(t) = \alpha x(t) + d(t) + n(t) \quad (10)$$

当子载波数 N 足够大时,畸变项 $d(t)$ 可以近似为高斯信号^[3]. 高斯信号的线性组合仍为高斯信号,因此, $d(t) + n(t)$ 服从均值为 0、方差为 $\sigma_d^2 + \sigma_n^2$ 的高斯分布,其共同的作用效果可等效于噪声功率加大的 AWGN 信道. 利用 MQAM 在 AWGN 信道下的性能公式,系统经过非线性畸变后的 SER 可近似表示为

$$\text{SER} = 1 - \left[1 - 2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) Q \left(\sqrt{\frac{3\text{SNDR}}{M-1}} \right) \right]^2 \quad (11)$$

式中, $Q(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt, x \geq 0$. 图 3 显示了在不同调制方式下 SNDR 与 SER 的关系. 由图 3 可以看到,对于任何调制方式,均有 SNDR 越大,系统的 SER 越小. 因此最大化 SNDR 能够最优化系统性能.

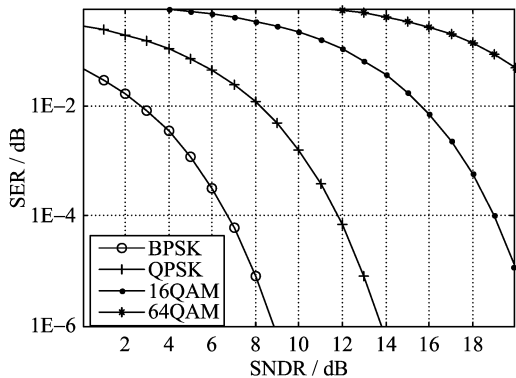


图 3 SNDR 与 SER 的关系

Fig. 3 Relationship between SNDR and SER

最大 SNDR 准则可表述为

$$\arg \max_x \text{SNDR} =$$

$$\arg \max_x \frac{\left| \frac{E[x^* h(x)]}{\sigma_x^2} \right|^2}{\frac{E[|h(x)|^2]}{\sigma_x^2} + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2} - \left| \frac{E[x^* h(x)]}{\sigma_x^2} \right|^2} \quad (12)$$

2 给定外界条件下的信号平均功率选择方法

考虑到功放的非线性失真作用,当功放的作用函数和外界的噪声功率一定时,如果信号进入器件

的功率太小,那么信号将被淹没在噪声中;如果信号进入器件的功率过大,那么信号将被严重限幅,损失信号质量. 因此,如何选取信号的功率将直接影响系统的性能.

在本节中,我们采用最大 SNDR 准则,提出了解决这类问题的一种方法.

定义限幅率 γ 和噪声依赖系数 μ 为

$$\gamma \triangleq \frac{A_{\text{sat}}}{\sigma_x}, \mu \triangleq \frac{A_{\text{sat}}}{\sigma_n} \quad (13)$$

μ 代表着外界环境(包括信道噪声 σ_n 和功放 A_{sat})的特性. 当 A_{sat} 一定时, γ 代表输入信号的功率特性. 于是问题转化为:在外界环境一定的情况下,如何选取限幅率 γ 才能使系统性能最优. 下面通过推导 SNDR 与 γ 的关系,分析使 SNDR 最大的 γ 取值,以此来获得最优的发送功率选择算法.

由式(9),为了计算 SNDR 和 γ 的关系,首先需要计算 $E[x^* h(x)]$ 和 $E[|h(x)|^2]$ 两项.

$$\begin{aligned} E[x^* h(x)] &= E[x_\rho e^{-ix_\rho} \cdot h_\rho(x) e^{ih_\rho(x)}] = \\ &= E[x_\rho h_\rho(x)] = \\ &= \int_0^{A_{\text{sat}}} \rho(b\rho + c) f(\rho) d\rho + \int_{A_{\text{sat}}}^{\infty} \rho A_0 f(\rho) d\rho = \\ &= \int_0^{A_{\text{sat}}} \rho(b\rho + c) \frac{2\rho}{\sigma_x} e^{-\rho^2/\sigma_x^2} d\rho + \int_{A_{\text{sat}}}^{\infty} \rho A_0 \frac{2\rho}{\sigma_x} e^{-\rho^2/\sigma_x^2} d\rho = \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} c\sigma_x + b\sigma_x^2 (1 - e^{-\frac{A_{\text{sat}}^2}{\sigma_x^2}}) + \sqrt{\pi} A_{\text{sat}} b\sigma_x Q\left(\frac{\sqrt{2}A_{\text{sat}}}{\sigma_x}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} E[|h(x)|^2] &= E[|h_\rho(x)|^2] = \\ &= \int_0^{A_{\text{sat}}} (b\rho + c)^2 f(\rho) d\rho + \int_{A_{\text{sat}}}^{\infty} A_0^2 f(\rho) d\rho = \\ &= \int_0^{A_{\text{sat}}} (b\rho + c)^2 \frac{2\rho}{\sigma_x} e^{-\rho^2/\sigma_x^2} d\rho + \int_{A_{\text{sat}}}^{\infty} A_0^2 \frac{2\rho}{\sigma_x} e^{-\rho^2/\sigma_x^2} d\rho = \\ &= c^2 + \sqrt{\pi} b c \sigma_x + (b\sigma_x)^2 (1 - e^{-\frac{A_{\text{sat}}^2}{\sigma_x^2}}) - \\ &= 2\sqrt{\pi} b c \sigma_x Q\left(\frac{\sqrt{2}A_{\text{sat}}}{\sigma_x}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $Q(a) = \int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ 为 Q 函数.

为简单起见,又不失一般性,可设参数 $b=1, c=0$,并将式(14),(15)带入式(9)并化简,我们可以得到理想功放下 SNDR 的表达式为

$$\text{SNDR}_{\text{ideal}} =$$

$$\frac{((1 - e^{-\gamma^2} + \sqrt{\pi}\gamma Q(\sqrt{2}\gamma))^2)}{1 - e^{-\gamma^2} + \frac{\gamma^2}{\mu^2} - ((1 - e^{-\gamma^2}) + \sqrt{\pi}\gamma Q(\sqrt{2}\gamma))^2} \quad (16)$$

对于式(4)所示的 TWTA,采用相同的方法,可以得到 TWTA 下 SNDR 的表达式为

$$\text{SNDR}_{\text{TWTA}} = \frac{(\gamma^2 - \gamma^4 e^{\gamma^2} \Gamma(0, \gamma^2))^2}{\gamma^4 [-1 + e^{\gamma^2} (1 + \gamma^2) \Gamma(0, \gamma^2)] + \frac{\gamma^2}{\mu^2} - (\gamma^2 - \gamma^4 e^{\gamma^2} \Gamma(0, \gamma^2))^2} \quad (17)$$

式中, $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{a-1} dt$ 为非完备 γ 函数.

对于式(5)所示的 SSPA,为简单起见,令 $p=1$. 同理,SSPA 下 SNDR 的表达式为

$$\text{SNDR}_{\text{SSPA}} = \frac{(\gamma^2 + \sqrt{\pi}\gamma e^{\gamma^2} (1 - 2\gamma^2) Q(\sqrt{2}\gamma))^2}{\gamma^2 - \gamma^4 e^{\gamma^2} \Gamma(0, \gamma^2) + \frac{\gamma^2}{\mu^2} - (\gamma^2 + \sqrt{\pi}\gamma e^{\gamma^2} (1 - 2\gamma^2) Q(\sqrt{2}\gamma))^2} \quad (18)$$

式(16)~(18)解析表示了三种典型功放下的 SNDR 的表达式. 从中可以看到,在外界环境一定的情况下,即在 μ 一定的情况下,SNDR 的变化仅依赖于限幅率 γ . 图 4 显示了三种典型功放下 SNDR 与限幅率 γ 的关系. 从图 4 中可以看出,在任一确定的噪声依赖系数 μ 下,对于这三种典型功放,都存在一个最佳限幅率 γ_{optimal} ,使得在此限幅率下,系统的 SNDR 达到最大,性能达到最优. 并且最佳限幅率 γ_{optimal} 随着噪声依赖系数 μ 的增大而增大.

符号率也会随之增大,使误符号率达到最小值的 γ 就是上节推导的 γ_{optimal} . 需要说明的是,对于理想功放, $\mu=16$ dB 时的误符号率太小,并未将其显示于图 5 中.

表 1 比较了由第 2 节推导的 γ_{optimal} 值和在本节中通过仿真得到的 γ_{optimal} 值. 从表 1 可以看到,三种典型功放的最优 γ 值(使 MSE 达到最小的 γ 值)均与理论推导(图 4)的 γ_{optimal} 基本吻合,这再一次验证了第 2 节的结论. 在功放作用函数和噪声大小确定的情况下,我们应该按照 γ_{optimal} 来选择功放的输入信号功率,以使系统性能最优化.

3 仿真结果及分析

为了验证本方法的准确程度,我们统计了各种功率下的信号经过第 1.1 节所示三种典型功放以后的误符号率 SER. 仿真采用 2 048 子载波的 OFDM 系统,输入信号服从复高斯分布. 所加信道衰落的平均功率增益为 1,噪声为零均值的加性高斯白噪声. 结果如图 5 所示. 由图 5 可以看到,随着功率的增大,误符号率会先降到一个最小值,再增大功率,误

4 结论

非线性畸变是无线通信系统中无法避免的问题,采用 SNDR 可以分析非线性畸变对信号质量的影响. 本文通过对 SNDR 的简单分析,描述了最大化 SNDR 能够最小化系统的 SER. 同时利用最大化 SNDR 准则,证明了在固定功放特性和噪声特性的

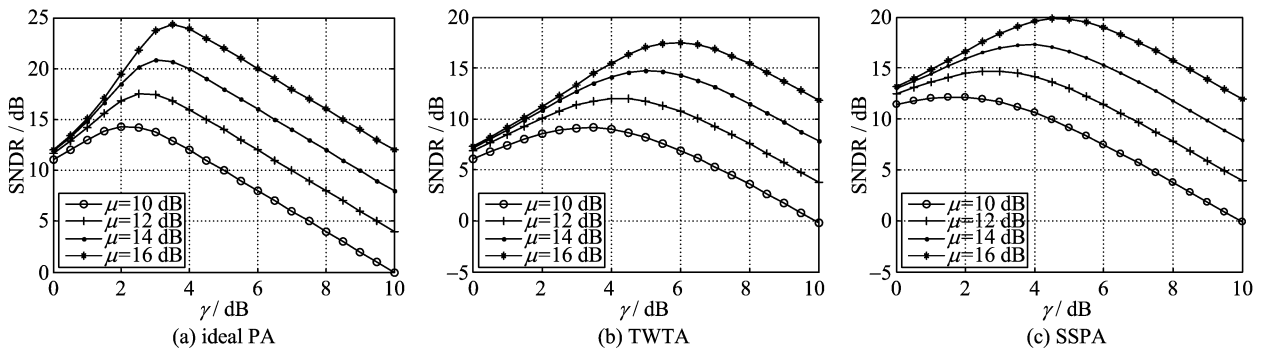
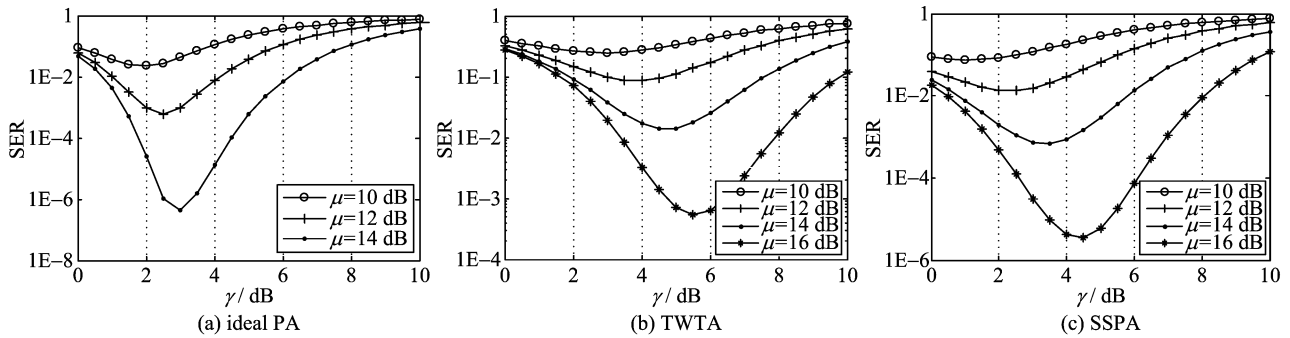


图 4 三种典型功放下的 γ 与 SNDR 的关系

Fig. 4 Relationship between γ and SNDR of the three typical PA

图 5 三种典型功放下 SER 随 γ 的变化关系Fig. 5 Relationship between γ and SER of the three typical PA表 1 γ_{optimal} 的理论值与仿真值的比较Tab. 1 The Comparisons of theory value and simulation value of γ_{optimal}

γ_{optimal}	$\mu=10$ dB		$\mu=12$ dB		$\mu=14$ dB		$\mu=16$ dB	
	理论值	仿真值	理论值	仿真值	理论值	仿真值	理论值	仿真值
ideal PA/dB	2	2	2.5	2.5	3	3	3.5	N/A
TWTA/dB	3.5	3.5	4	4	5	5	5.5	5.5
SSPA/dB	1.5	1.5	2.5~3	2.5	3.5	3.5	4.5	4.5

情况下,可以通过选择最优发送功率来获得最佳的信号质量,并且随着噪声功率的增加,最优发送功率也会变大.仿真结果证实了其正确性.从仿真结果中我们还可以看到,对于三种典型功放,理想功放具有最好的系统性能.

参考文献(References)

- [1] Ochiai H, Imai H. On the distribution of the peak-to-average power ratio in OFDM signals [J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49 (2): 282-289.
- [2] Dardari D, Tralli V, Vaccari A. A theoretical characterization of nonlinear distortion effects in OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(10): 1 755-1 764.
- [3] Ochiai H, Imai H. Performance of the deliberate clipping with adaptive symbol selection for strictly band-limited OFDM systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2000, 18 (11): 2 270-2 277.
- [4] Raich R, Qian H, Zhou G T. Optimization of SNDR for amplitude-limited nonlinearities [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53 (11): 1 964-1 972.
- [5] Baxley R J, Zhou G T. A comparison of SNDR maximization techniques for OFDM [C]// IEEE/SP 14th Workshop on Statistical Signal Processing. IEEE Press, 2007: 423-427.
- [6] Zheng Z W, Yang Z X, Pan C Y, et al. Performance analysis of the OFDM-based systems with nonlinear distortion and imperfect parameters estimation [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2004, 50 (3): 835-843.