

贷款组合中违约传染的 ACD 模型

郑玉华,张涤新

(南京大学商学院,江苏南京 210093)

摘要:利用相邻违约之间的时间间隔数据,对违约传染现象建立条件自回归持续期(autoregressive conditional duration, ACD)模型,并借助模拟方法对违约之间时间间隔的统计特性以及一段时期内违约数量的分布状况进行分析.结果表明,该模型描述了违约传染的聚集效应,体现出贷款组合中不能由公共经济因素解释的违约内在波动性,突出了违约数量分布的肥尾特性.

关键词:违约传染;ACD模型;持续期

中图分类号:F830 **文献标识码:**A

Autoregressive conditional duration model for portfolio default contagion

ZHENG Yu-hua, ZHANG Di-xin

(School of Business, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: An autoregressive conditional duration (ACD) model for explaining default contagion in loan portfolios was discussed. In order to model how a default event might trigger other default events, an ACD model using intervals between defaults was presented, and the default interval statistics and default number distribution on a simulation were analyzed. The results indicate that the model can describe the default contagion cluster characteristic, embody default internal volatility which is not to be explained by common economic factors in loan portfolios and reveal the fat-fail feature of default number distribution.

Key words: default contagion; ACD model; duration

0 引言

信用风险评估一直是商业银行风险管理的核心环节.虽然现代商业银行的业务种类很多,但信用风险管理的主要内容仍是对信贷风险的管理和控制.银行不仅要考虑单个借款人的信用风险,还要从整个贷款组合的角度了解和掌握信用风险的程度,这就要求银行在贷款组合风险评估中必须考虑各个贷款违约之间的关联问题.

贷款违约之间的相互关联,从性质上可以分为两类:相关性和传染性.相关性是由于宏观经济环境

或经济周期的影响而引起的各贷款之间违约的关联,其程度和大小可以以宏观经济或公共经济因素为基础,采用相关系数来衡量和估计.传染性是指由于借款企业(或个人)之间存在着商业合伙人的关系或是债务之间存在关联或是信息传递的影响而导致的违约之间的关联.传染和相关不同,它并不直接与经济环境或经济因素相联系,也不能完全用公共因素来解释,另外,由于传染所导致的违约传递是一种非线性关系,因此,常用的线性相关系数并不能准确表达违约之间的相互依赖和影响.

从建模的功能看,违约风险模型应当同时考虑

相关性和传染性,而目前的信用风险模型对于违约之间关联的研究大多集中在相关性的研究. KMV 模型和 CreditMetrics 模型认为,系统风险因素以及诸因素之间的相关性驱动着企业的资产收益和企业之间的违约相关性,因而从股票-收益模型推导相关系数. 麦肯锡公司的信贷组合宏观模型也强调国家的系统宏观因素和非系统宏观冲击驱动着违约风险和借款人之间违约风险的相关性. CSFP 信用风险附加模型中关键的风险驱动因素是经济中可变的违约率均值,而违约率均值也可以被看作是与宏观经济状态相联系(一旦宏观经济恶化,则违约率均值就可能上升). 可见,四种主要的信用风险模型中的违约相关性都与整个经济环境的宏观因素直接联系,而较少考虑违约风险的传染性问题(四种模型处理违约相关性的思想可参见文献[2]). 对于违约传染模型的研究,目前还处于起步阶段. 国外的学者在这方面作出了一些有益的尝试和研究. 文献[5,6]认为传染是由成对的级联影响产生的,进而在二项式展开方法的基础上加入相关性,度量抵押债券债务人的信用风险,建立了违约传染的概率模型. 文献[7]从主债券与次级债券之间的违约影响出发,建立了含有对手风险的违约传染模型. 文献[8]也从各个实体之间的交互影响入手,对信用风险的传染模型进行了研究. 文献[9,10]认为公司的违约取决于合作者网络中相邻公司的状态,作者通过 d 维格(d -dimensional lattice)描绘一个经济体,建立了信用风险传染的统计模型,并且得出了信用损失的近似模型. 在国内的研究中,文献[1]对违约相关性的理论研究进行了较为全面的梳理,其中,违约传染在概念上被视为传染相关体现在相关性理论的框架之内;而在违约传染机理的分析和研究方面,文献[3]将违约视为传染性病毒,借鉴生物病毒传播过程的一般规律,建立了由简单到复杂的各级微分方程模型.

违约传染的原因可能是多方面的,而其外在表现可以简单地表述为:一个违约事件的发生将会加速下一个违约事件的发生. 根据这一思路,本文从违约事件之间时间间隔的角度,对违约传染现象建立 ACD(autoregressive conditional duration, 条件自回归持续期)模型,并借助模拟方法对违约之间时间间隔的统计特性以及一段时期内违约数量的分布状况进行分析.

1 违约传染的 ACD 模型

在贷款组合的违约分析中,由于传染机制的影响,如果某一段时期的违约数量较多,那么紧接着的一段时期的违约数量可能也会越多,也就是说,违约事件高频率地发生会加速下一个时期违约事件的发生. 由于违约是在不等间隔的时点上进行的,传染现象可以描述为:相邻的两个违约事件之间时间间隔的概率分布条件依赖于以前的违约时间间隔. 根据 Engle 和 Russell^[12~14] 以及文献[11]的思想,可以对违约传染建立 ACD 模型.

考虑时间区域 $(0, t)$, 记违约事件依次发生所对应的一系列违约时间为 $t_i, i=1, 2, \dots, N(t)$, 其中, $N(t)$ 表示在 t 时刻末违约事件发生的总次数,是与时间 t 对应的一个计数过程. 各次违约发生的时间用序列 $\{t_1, t_2, \dots, t_{N(t)}\}$ 这一动态的随机点过程来描述,其中, $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{N(t)} \leq t$.

定义违约持续期为相邻两个违约事件之间的时间间隔,即: $x_i = \Delta t_i = t_i - t_{i-1}, t_0 = 0$. 令 ϕ_i 为第 i 个持续期的条件期望值,即:

$$\phi_i = E(x_i | x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_1) = \phi(x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_1; \theta),$$

其中, θ 为参数集. 违约传染的 ACD 模型定义为

$$x_i = \phi_i \varepsilon_i. \quad (1)$$

式中, $\{\varepsilon_i\}$ 是独立同分布的非负随机变量序列,概率密度为 $p(\varepsilon, \phi)$, ϕ 为分布的参数集,并且满足 $E(\varepsilon_i) = 1$. 再将 ϕ_i 表示为过去的持续期以及持续期条件期望值的线性函数:

$$\left. \begin{aligned} \phi_i &= \omega + \sum_{j=1}^p \alpha_j x_{i-j} + \sum_{j=1}^q \beta_j \phi_{i-j}, \\ \omega &> 0, \alpha_j \geq 0, \beta_j \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

则模型被称为 ACD(p, q) 模型. 通过设定 ε_i 的分布形式以及 ϕ_i 的具体表达形式,可以得到相应的参数化 ACD 模型. 如果假设残差序列 $\{\varepsilon_i\}$ 独立,并服从标准指数分布(即指数分布的期望值为 1),而且 ϕ_i 被设定为如下线性函数:

$$\phi_i = \omega + \alpha x_{i-1} + \beta \phi_{i-1}, \omega > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0. \quad (3)$$

则对应的模型称为 EACD(1,1) 模型.

假定 x_i 是弱平稳的,则违约持续期 x_i 的无条件均值和方差分别为

$$E[x_i] = \mu = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta}, \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \mu^2 \left(\frac{1 - \beta^2 - 2\alpha\beta}{1 - \beta^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha^2} \right). \quad (5)$$

以上两式表明,为了得到正的持续期和无条件方差, EACD(1,1)模型的参数必须满足:

$$\alpha + \beta < 1, \beta^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha^2 < 1. \quad (6)$$

EACD(1,1)模型对系数的要求有时候会限制模型的灵活性,此时可将模型扩展为 Log-ACD 模型,其原理与 ACD 模型相同,只是持续期条件期望值的表达形式有所差别,从而对参数估计系数的符号没有限制.

对于 EACD(1,1)模型,由于 $\{\epsilon_i\}$ 独立且服从标准指数分布,则 x_i 的条件密度为

$$f(x_i | x_{i-1}, \dots, x_1; \theta) = \frac{1}{\psi_i} \exp\left(-\frac{x_i}{\psi_i}\right). \quad (7)$$

模型的参数按最大似然函数法估计,拟似然函数为

$$l(\theta) = - \sum_{i=2}^{N(t)} \left[\ln(\psi_i) + \frac{x_i}{\psi_i} \right]. \quad (8)$$

在 ACD 模型中, ψ_i 被设定为以过去的持续期 x_{i-1} 和期望持续期 ψ_{i-1} 为条件,通过模型的这种设定,违约传染现象得到很好地反映,而传染程度则通过模型参数来评估.具体的参数估计方法参见文献[4].

2 模拟分析

2.1 模型对违约聚集的描述

对违约持续期的样本值,建立式(1),(3)所代表的 EACD 模型,不仅能客观地描述违约传染现象,即时间间隔之间的影响关系,更进一步地,还可以分析在一段时期之内的违约数量的分布情况.为了说明模型与违约传染和违约数量的关系,以下设定模型参数,通过模拟技术形成模拟样本来分析模型的功能.

设定贷款组合中相邻违约之间的时间间隔单位为月份,考虑某一贷款组合在 10 年共 120 个月的时间区间上的违约情况,模型 EACD(1,1)设定为

$$x_i = \psi_i \epsilon_i, \psi_i = 0.2 + 0.1x_{i-1} + 0.8\psi_{i-1}.$$

图 1 给出了 120 个月时间区间上各次违约的持续期;对应地,图 2 给出了每一年内的违约数量;图 3 给出了违约持续期序列的自相关图.从图中可以看出,违约持续期之间并不完全独立的,而表现出一种聚类现象,也就是说,在某一段时间违约比较密集,较短的持续期往往跟随短的持续期,而在另一段时间违约比较稀疏,较长的持续期往往跟随长的持续期.模型能够对违约的传染现象作出适当地描述和反映.

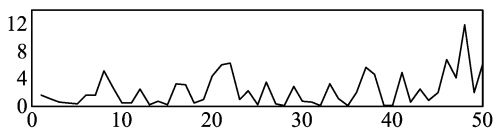


图 1 120 个月时间区间上各次违约的持续期
Fig. 1 One realization of default duration within a period of 120 months

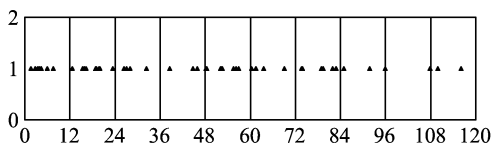


图 2 每一年内的违约数量

Fig. 2 The number of defaults per year

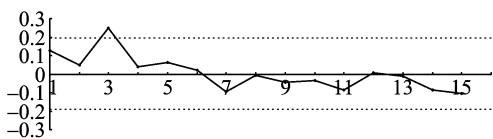


图 3 违约持续期序列的自相关图

Fig. 3 ACF of default duration series

2.2 EACD 模型与信用附加模型的比较

为了更直接地显示模型对违约传染的反映能力,以下从违约数量分布的角度将 EACD 模型与泊松分布模型进行对比.对于设定的 EACD 模型,在每一次模拟中,由持续期序列可以得出 10 年内违约数量的一个实现值,如果模拟次数足够大,则可以获得违约数量的分布情况.图 4 中给出了 10 000 次模拟下利用核密度方法拟合得到的违约数量的分布.

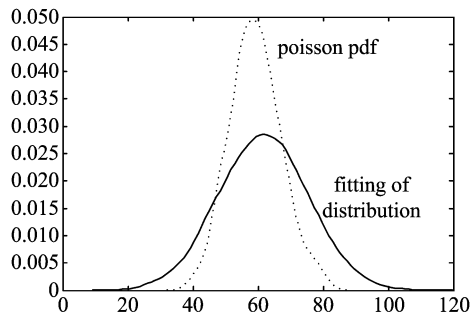


图 4 违约数量的分布

Fig. 4 PDF of the number of defaults

泊松模型假定违约数目服从参数为 λ 的泊松分布,它表明违约之间的等待时间变量相互独立并服从均值为 $1/\lambda$ 的指数分布.为了便于与 EACD 模型进行对比,在 10 年共 120 个月的时间区间上,指数分布的均值取 EACD 模型违约持续期的无条件均

值,即 $120/\lambda = E[x_i] = 0.2/(1-0.1-0.8) = 2$, 则参数 λ 取 60. 图 4 也给出了违约数量的泊松分布图.

模拟得出的违约数量分布均值为 62, 方差为 190, 其均值与泊松分布的参数 λ 基本相同, 而方差要远大于泊松分布的方差 60, 这表明 EACD 模型考虑了违约数量的波动性, 充分地描述了传染现象.

泊松模型是 CSFP 信用附加模型关于贷款组合违约数目的基本模型, 对比 EACD(1,1) 模型与泊松模型可以看出, 泊松模型假定违约之间的等待时间变量相互独立并服从均值为 $1/\lambda$ 的指数分布, 而 EACD(1,1) 模型从式(1)、式(7)可以看出, 残差序列服从标准指数分布的假定也意味着违约之间的时间间隔即持续期 x_i 的条件分布是参数为 $1/\psi_i$ 的指数分布, 只是 EACD 模型假定了 ψ_i 的条件依赖性, 从而能对违约传染现象进行合理地描述. 信用附加模型也发展了泊松分布参数 λ 的动态性, 认为违约率均值 λ 与整个经济范围内的违约率相联系, 它本身是可变的, 能够调整违约数量的分布. 详细的技术内容参见文献[15]. 如果假定违约数目服从参数为 λ 的泊松分布, 而参数 λ 假定服从参数为 a, b 的伽玛分布 $\Gamma(a, b)$, 则违约数目的边际分布为负二项分布 $NB(r, p)$, 其中, 参数 $r = a, p = b/(1+b)$. 不过, 由于构建模型的样本是违约数目, 相比于 EACD 模型以持续期而言, 负二项分布的参数估计存在一定的不足.

2.3 EACD 模型中的参数

EACD 模型建立了违约持续期条件期望的表达形式, 从式(4)、(5)中可以看出, 一旦由特定的样本确定了模型的参数 ω, α, β , 则持续期的无条件期望值和方差也随之确定. 进一步研究参数 ω, α, β 与违约数量分布之间的关系, 通过模拟, 得出以下结论:

(I) 与相同均值的泊松分布相比, EACD 模型得出的违约数量的方差比泊松分布的方差要大.

(II) ω 越大, 则违约数目的均值和方差越小; α 越大, 则违约数量分布的均值越小, 而方差越大. 图 5 和图 6 分别用一个具体的模拟实例给出了 α, β 不变, ω 变化和 ω, β 不变, α 变化这两种情况下违约数量分布的对比图.

(III) 在 $\omega, (\alpha + \beta)$ 保持不变的前提下, α 越大, 则违约数量的均值和方差也越大, 而且 $(\alpha + \beta)$ 越接近于 1, 则均值和方差随 α 增大而增大的程度也越

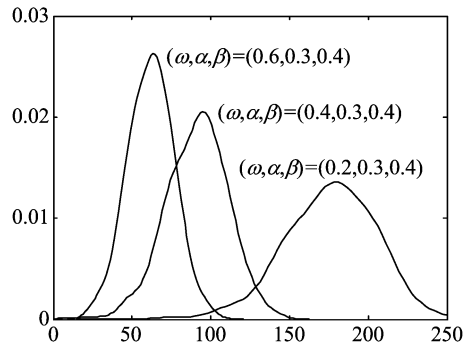


图 5 ω 变化时违约数量分布的对比
Fig. 5 PDF of the number of defaults associated with different parameter ω

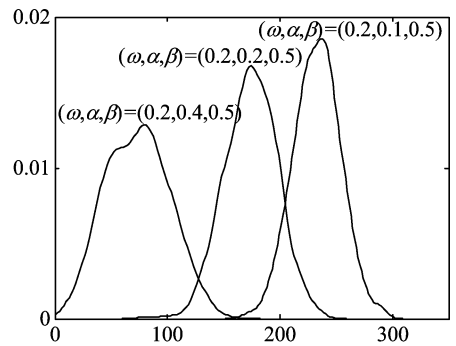


图 6 α 变化时违约数量分布的对比
Fig. 6 PDF of the number of defaults associated with different parameter α

大. 图 7 和图 8 的模拟实例直观地说明了上述结论. 事实上, 在 $\omega, (\alpha + \beta)$ 保持不变时, 从式(4)可以看出, 违约持续期的无条件均值 $\omega/(1-\alpha-\beta)$ 并没有发生变化, 此时, 对于不同的 α , 违约数量完全不同的统计特性正好说明模型反映了一组特定样本可能存在的传染现象, 而传染程度的大小和 $(\alpha + \beta)$ 的大小直接相关. 模拟结果还表明, 如果 $(\alpha + \beta)$ 趋近于 1

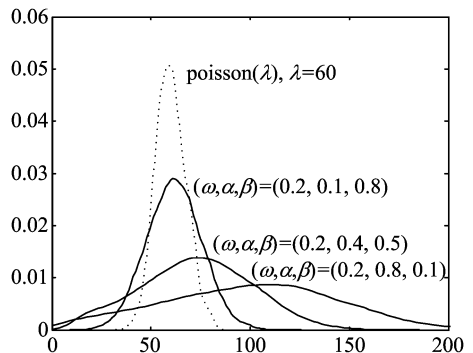


图 7 $\alpha + \beta = 0.9, \alpha$ 变化时违约数量的分布
Fig. 7 PDF of the number of defaults ($\alpha + \beta = 0.9$, and α is variable)

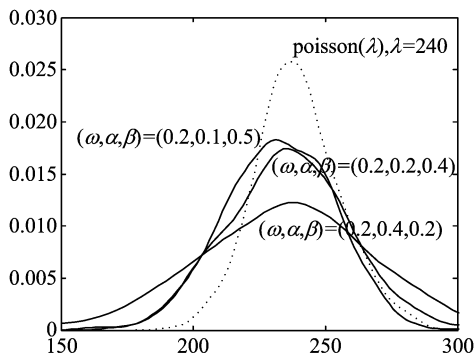


图 8 $\alpha + \beta = 0.6$, α 变化时违约数量的分布

Fig. 8 PDF of the number of defaults

($\alpha + \beta = 0.6$, and α is variable)

而 α 较大, 则违约数目的均值和方差要比参数为 $\lambda = \frac{120}{\omega/(1-\alpha-\beta)}$ 的泊松分布的均值和方差要大得多, 这说明相比于泊松模型, EACD 模型不仅考虑了违约传染可能引起的违约数量均值水平的增加, 还考虑了传染现象导致的违约数量的波动性, 这从图 7 和图 8 中也可以直观地看出。

综上所述, EACD 模型从违约传染的角度反映了贷款组合中违约数量的均值水平和波动性, 突出了组合违约风险的肥尾特征, 增强了模型的适用性。

3 结论

贷款组合的违约模型不仅要考虑各贷款之间受公共经济因素影响而产生的相关性, 还要考虑不能由经济因素解释的违约内在波动性。本文从违约传染的角度, 利用相邻违约之间的时间间隔数据, 建立 ACD 模型对贷款组合违约问题进行分析, 结果表明该模型能够很好地反映违约的统计特性, 这对于了解和分析组合中违约的时间特征以及违约数量的分布状况具有一定的指导作用。为了增强模型的理论性和应用性, 模型的算法及实证检验是需要进一步分析的内容。

参考文献 (References)

[1] 叶永刚, 朱堰徽. 违约相关性理论研究综述[J]. 经济学

动态, 2006, (4): 97-101.

- [2] Saunders A. 信用风险度量: 风险估值的新方法与其它范式[M]. 刘宇飞, 译. 北京: 机械工业出版社, 2001.
- [3] 韩立岩, 陈文丽. 贷款组合中违约传染的机理研究[J]. 金融研究, 2006, (7): 143-150.
- [4] Tsay R S. Analysis of Financial Time Series[M]. 潘家柱, 译. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [5] Davis M, Lo V. Modelling default correlation in bond portfolios[R]. London: Imperial College, 2000.
- [6] Davis M, Lo V. Infectious defaults[J]. Quantitative Finance, 2001, 1: 382-387.
- [7] Jarrow R, Yu F. Counterparty risk and the pricing of defaultable securities[J]. Journal of Finance, 2001, 56 (5): 1765-1799.
- [8] Frey R, Backhaus J. Interacting defaults and counterparty risk: A markovian approach[R]. Leipzig, Germany: Department of Mathematics, University of Leipzig, 2003.
- [9] Giesecke K, Weber S. Cyclical correlations, credit contagion, and portfolio losses[J]. Journal of Banking and Finance, 2004, 28: 309-306.
- [10] Giesecke K, Weber S. Credit contagion and aggregate losses[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2006, 30: 741-767.
- [11] Focardi S M, Fabozzi F J. An autoregressive conditional duration model of credit-risk contagion[J]. The Journal of Risk Finance, 2005, 6(3): 208-225.
- [12] Engle R, Russell J. Forecasting the frequency of changes in quoted foreign exchange prices with the autoregressive conditional duration model[J]. Journal of Empirical Finance, 1997, 4: 187-212.
- [13] Engle R F, Russell J R. Autoregressive conditional duration: a new approach for irregularly spaced transaction data[J]. Econometrica, 1998, 66: 1127-1162.
- [14] Engle R F. The econometrics of ultra-high frequency data[J]. Econometrica, 2000, 68: 1-22.
- [15] Credit-Suisse-Financial-Products. CreditRisk+, a Credit Risk Management Framework, Technical Document [EB/OL]. <http://www.csfb.com/creditrisk>.