

# 基于 Voronoi 图的磁共振 PROPELLER 数据网格化算法

周荷琴, 谭 裴, 侯成功

(中国科学技术大学自动化系, 安徽合肥 230027)

**摘要:** PROPELLER 数据采集成像算法是磁共振成像中的一项新技术, 由于其数据的网格化直接影响该成像算法的效果, 因此提出一种基于 Voronoi 图的网格化算法. 该算法对采样数据集进行网格分组查找, 快速消除位置相同点; 加入边缘闭包后进行 Voronoi 网格化, 计算 Voronoi 网格面积并将其作为网格化的密度补偿权函数, 提出基于网格分组的快速网格化算法并成像. 实验表明, 该算法运行速度快, 成像清晰, 图像对比度和细节较好, 信噪比得到有效提高.

**关键词:** 磁共振; 运动伪影; Voronoi 图; 网格化; PROPELLER 成像算法

**中图分类号:** R445.2      **文献标识码:** A

## A Voronoi diagram-based algorithm for the gridding of PROPELLER MRI data

ZHOU He-qin, TAN Pei, HOU Cheng-gong

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** PROPELLER (periodically rotated overlapping parallel lines with enhanced reconstruction) method is a new technique of MRI imaging, and the quality of the MRI images reconstructed by PROPELLER is seriously affected by data gridding. A new gridding method based on Voronoi diagrams was proposed. Firstly, the sampling data was grouped based on the grid, and the points with the same position were eliminated. Then, a closure was established round the sampling data. Voronoi diagrams were generated and their areas were used as the sampling density compensation in the gridding reconstruction. Finally, a rapid gridding algorithm based on grid-grouping was proposed. Experimental results demonstrate that the method can be used in MR image reconstruction to obtain clear images with high contrast and good details. The signal to noise ratio of images can be improved as well.

**Key words:** magnetic resonance imaging; motion artifacts; Voronoi diagram; gridding; PROPELLER method

## 0 引言

磁共振(magnetic resonance, MR)成像过程中, 病人很难避免运动, 因此会在图像中形成运动伪影. 如何消除或减轻这类伪影以提高成像质量, 是当前

医学磁共振研究领域中的热点. Pipe 于 1999 年提出的磁共振 PROPELLER (periodically rotated overlapping parallel lines with enhanced reconstruction) 数据采集重建算法<sup>[1]</sup>, 通过旋转重叠采样, 利用过采样数据有效地消除运动伪影, 弥补

了传统成像算法的不足. 传统的磁共振数据采集成像方式是通过逐行扫描, 均匀采集方形数据集, 直接使用快速傅立叶变换成像. 这一方法成像速度快、效果好, 得到了广泛的应用, 但是成像质量极易受到运动伪影的影响. PROPELLER 数据采集成像算法与传统的采集方式不同, 它以  $K$  空间中心为轴, 以一定的角度旋转, 依次采集若干数据带, 直到覆盖整个  $K$  空间, 因此也称其为螺旋数据采集方式或螺旋桨法. 由于在  $K$  空间中心采集的数据过采样, 使得低频数据重建较好, 降低了运动对最后成像的影响; 使用低频重叠数据对各数据带进行比较, 进行运动参数估计和校正, 提高了成像质量. 整个算法经过数据采集、相位校正、旋转校正、平移校正、相关性加权、数据网格化, 最后使用快速傅立叶变换成像, 从而在重建过程中消除了常见的运动伪影.

数据网格化算法作为 PROPELLER 成像算法中的重要步骤, 对最后的成像效果起着决定性的作用. 近年来, 很多学者也对此进行了深入的研究. 文献[2]提出一种基于数值迭代的采样数据密度补偿函数算法, 然后利用内插完成网格化, 并将其应用于 PROPELLER 成像算法, 其缺点是运算时间长和迭代收敛性难以控制. 文献[3]将 Jackson 网格化算法引入 PROPELLER 算法中, 取得了成功, 但是高频数据有部分丢失且成像速度较慢. 文献[4]基于网格化分量为 1 的假设, 提出了改进的采样密度补偿函数计算方法, 有效地提高了网格化算法的成像速度. 此外, 还有作者提出了直接傅立叶重建法、大矩阵法和雅克比法等<sup>[5~7]</sup>, 但都未能在 PROPELLER 算法中得到有效应用.

为了提高 PROPELLER 算法的成像质量, 本文提出一种基于 Voronoi 图的 PROPELLER 数据网格化算法, 首先运用网格分组算法有效地消除数据集中的重复点, 加入环形闭包形成边缘高频区的封闭网格, 进行 Voronoi 网格划分; 然后将计算所有网格的面积作为采样数据密度补偿函数, 通过快速网格驱动的网格化算法, 实现网格化过程.

## 1 算法设计与实现

### 1.1 重复点消除算法

PROPELLER 采集成像算法获得的数据集中存在大量相同位置信息的数据点, 使得 Voronoi 网格化算法无法正常运行, 严重限制了该算法在 PROPELLER 算法中的应用; 而将 Voronoi 图的面

积作为采样数据密度补偿函数优于一般使用近似计算的密度补偿函数, 为了很好地运用 Voronoi 网格化算法, 必须对数据集中位置相同的数据点作有效处理, 即除去位置相同的点.

为了除去位置相同的点, 需要在数据集中依次查找与每个数据点位置相同的点, 并做相应的处理. PROPELLER 算法采集的数据量很大, 常用算法的搜索效率难以满足需求. 设数据集的大小为  $N$ , 若采用传统的两分法直接进行查找删除, 需要先进行排序, 故其算法复杂度为  $O(N^2/2)$ , 运算时间很长. 为了提高查找的速度和效率, 本文基于网格驱动的思想, 提出了基于网格分组查找算法. 首先以每个整网格点为中心建立边长为 1 的方形区域, 将数据集中的每个数据点按照近邻准则分配到最近的整网格点域中, 该步骤的算法复杂度为  $O(N)$ . 通过近邻分组后, 位置相同或相近的数据点被分到了相同的区域内. 由 PROPELLER 算法的一般数据采集量可知, 区域内的点数均值为 1.5, 区域点数最大值小于 20; 然后对各区域内的数据点进行处理: 依次对各数据点之后的未处理数据点集进行查找, 如果有相同位置的点, 便对该位置点求均值后从区域中删除多余的点, 以此方法扫描整个区域. 若区域内的点数为  $M$ , 则每一区域内该步骤的算法复杂度为  $O(M^2/2)$ . 对每个区域依次处理, 完成整个数据集中相同的点的消除. 因此, 整个数据集中相同点消除算法的复杂度为  $O(T \cdot N)$ , 其中,  $T < 20$ . 这样, 查找算法的复杂度明显降低, 加快了重复点搜索和消除的速度.

### 1.2 边缘网格闭包的建立

若对 PROPELLER 采集数据直接使用 Voronoi 网格划分算法, 那么边缘点处网格非封闭, 因此无法计算该处的面积, 使部分高频区的信息丢失. 为此本文基于 Voronoi 图的性质, 提出一种快速有效的边缘网格封闭方法.

Voronoi 图具有如下性质<sup>[7]</sup>:  $V(p_i)$  是无界的, 当且仅当  $p_i \in \text{BCH}(S)$ . 其中,  $p_i$  是数据集  $S$  中的点, 即  $p_i \in S$ ;  $V(p_i)$  为该点的 Voronoi 网格,  $\text{BCH}(S)$  是由点集  $S$  构成的外凸壳. 由此可知, 由于数据集  $S$  的边缘数据点在其外凸壳上, 因此是无界的, 也就是说其面积值无穷大.

为使边缘点处的网格成为闭包, 由性质可知, 对任意的点  $p_i \in S$ , 只要其不在关于数据集  $S$  的外凸壳上, 则一定可以形成一个封闭的闭包. 为此对数据集  $S$  进行扩展, 构造一个凸壳, 这个凸壳的内部将

会包含所有的原始采样点,这样所有的数据集  $S$  中的原始采样点的 Voronoi 网格均是有界的.因此,圆形凸壳最适合于 PROPELLER 螺旋采集方式,但构造圆形凸壳需要较多的数据和运算量.为保证整个算法的高效率,我们使用接近于圆形的圆内接正多边形为凸壳.以  $K$  空间原点为圆心,以一定长  $r$  为半径,以一定角度  $\theta$  旋转  $360^\circ/\theta$  次即可得到内接正多边形的各个顶点.取  $r$  略大于采样点离原点的最大距离, $\theta$  的大小以形成的凸壳恰好能够包含所有原始采样点为宜.实验结果表明,该算法运算量小,且可有效地建立边缘数据点的闭包.

### 1.3 基于 Voronoi 权函数的快速网格化

计算各采样点处的 Voronoi 图面积作为网格化密度补偿权函数后,需要对整个数据集进行网格化,而文献[3]的 Jackson 网格化方法用时较长,为此本文提出一种基于网格驱动的快速网格化算法,其网格化过程如下:

设  $M(u, v)$  为理想状况下各点氢核密度函数  $m(x, y)$  所对应的频域信息,由傅立叶原理可得

$$M(u, v) = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N m(x, y) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot N \cdot (xu + yv)} \quad (1)$$

由于使用 PROPELLER 螺旋采集方式,采样函数可定义为

$$S(u, v) = \sum_{i=1}^M \delta(u - u_i, v - v_i) \quad (2)$$

故采集到的数据为一列在  $(u_i, v_i)$  位置上的点,表示为

$$M_s(u, v) = M(u, v) \cdot S(u, v) \quad (3)$$

基于数据驱动的思想,将 1.1 节中区域划分后的采样数据以各自区域整网格点  $(i, j)$  为中心,按函数  $C(i, j)$  卷积,计算到对应整网格点上,再作一次重采样获得整网格点的数据以完成网格化.其网格化后的数据  $P(i, j)$  为

$$P(i, j) = M_s(u, v) \otimes C(i, j) \cdot \Pi(i, j) \quad (4)$$

式中,  $\otimes$  为卷积运算,  $C(i, j)$  取以整网格点  $(i, j)$  为中心且窗宽为 2 的 Kaiser-Bessel 函数,而  $\Pi(i, j)$  为网格点的重采样函数,定义为

$$\Pi(i, j) = \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N \delta(i - x, j - y) \quad (5)$$

由于螺旋采集方式会造成采样数据的不均匀,需要对各点的采样密度进行补偿.这里使用各采样点处的 Voronoi 图面积作为补偿权函数,设获得的 Voronoi 图面积为  $V(u, v)$ ,可得

$$P(i, j) = M_s(u, v) \cdot V(u, v) \otimes C(i, j) \cdot \Pi(i, j) \quad (6)$$

由此完成整个网格化过程.

### 1.4 Voronoi 网格化算法的实现过程

可以通过下面的过程来实现 Voronoi 网格化算法:

(I) 消除位置相同点.对数据集基于网格分组,对每组数据依次查找位置相同的点,并计算其平均值后删除多余的点;

(II) 建立外接凸壳.拓展数据集  $S$ ,建立一个半径为  $r$ 、内接角为  $\theta$  的圆内接多边形,形成对数据集  $S$  的外接凸壳,将凸壳上的数据点加入后形成数据集  $S'$ ;

(III) Voronoi 网格化.基于快速 Delaunay 三角剖分算法[8],对数据集  $S'$  中的各点建立相应的 Voronoi 网格;

(IV) 计算网格面积.对数据集  $S$  计算其各点 Voronoi 网格的面积;

(V) 网格化.将使用步骤 (IV) 计算得到的面积作为采样密度补偿函数,按式 (6) 将数据集  $S$  重采样到均匀的整网格点上,完成网格化过程;

(VI) 使用傅立叶变换成成像.

## 2 实验与结果

为考察本文提出的基于 Voronoi 图的 PROPELLER 数据网格化算法的成像效果,将其与文献[3]的网格化算法进行了比较.实验在 Dell 工作站 Precision T5400 上进行,系统配置为 Intel Xeon E5405 2.0 G/1 GB.

为了有统一的比较标准,使用国际通用的 SL (Shepp Logan) 模板数据,根据傅立叶原理产生仿真的 PROPELLER 采样离散数据.采用百分均方根误差 (percent root difference, PRD) 来定量评价成像质量的好坏[9],即

$$\text{PRD} = \frac{\sum_{i=1}^N [m(x_i, y_j) - m(x'_i, y'_j)]^2}{\sum_{i,j=1}^N [m(x_i, y_j)]^2} \times 100 \quad (7)$$

式中,  $m(x_i, y_j)$  为原始图像中的点  $(x_i, y_j)$  处的点密度函数值,  $m(x'_i, y'_j)$  为网格化后图像上对应点  $(x'_i, y'_j)$  处的点密度函数值.由式 (7) 可知,所成的像与原始图像越接近, PRD 值越小;反之,则 PRD 值越大.



图 1 基于 SL 模板数据的网格化成像比较

Fig. 1 Comparison of SL grid imaging

实验 1 对 SL 模板数据分别使用这两种网格化算法成像,结果如图 1 所示.显然,图 1(b)的对比度较好,与原图较接近,细节和图像平滑度较好,而图 1(c)的亮度偏暗,对比图中 1,2 处的像素值可发现,图像色彩对比度与原图相比有一定差距.根据式(7)定量比较两种算法的成像效果,得到图 1(b)的 PRD 值为 1.12,而图 1(c)的 PRD 值为 3.4,因此基于 Voronoi 图的网格化成像结果更接近于原图,细节重建效果更好,优于文献[3]的网格化算法.

实验 2 采用宁波鑫高益公司的 0.4 T MRI 设备对人体头颅进行 PROPELLER 数据采集,并对该数据进行相应的运动校正,得到离散的非均匀螺旋式分布数据,分别使用本文算法和文献[3]的网格化算法成像,结果如图 2 所示.

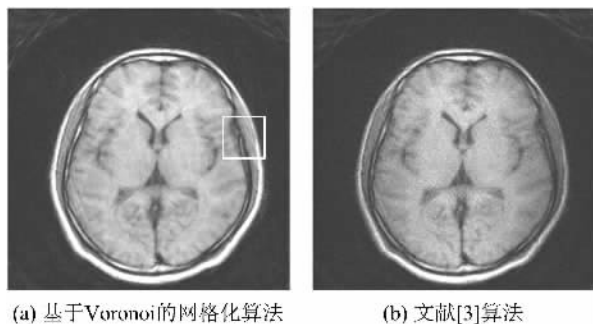


图 2 实际头颅数据网格化重建结果比较

Fig. 2 Comparison of head grid imaging

由图 2 可见,基于 Voronoi 图的网格化算法重建的图像较清晰,图像的对比度和平滑度较好,细节的重建效果好;文献[3]算法的成像有少量颗粒噪声,特别在边缘部分亮度较暗,图像细节丢失较严重,重建效果一般.

我们又在实际 MRI 设备上采集静止的水模数据,以比较两种算法的信噪比,成像结果如图 3 所

示.对于图 3(a),水模区域中亮度均匀,细节重建较好;图 3(b)在边缘处亮度不够,对比度有损失,图像细节恢复也比图 3(a)差.经计算可知,图 3(a)的信噪比为 27.08 dB,图 3(b)的信噪比为 22.23 dB.因此,与文献[3]算法相比,本文算法的信噪比得到了提高.

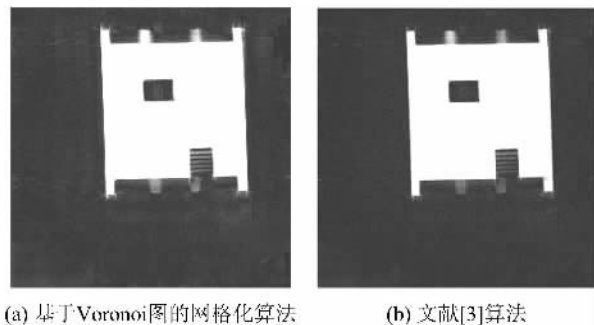


图 3 水模数据网格化成像比较

Fig. 3 Comparison of water phantom grid imaging

最后比较了两种网格化算法的运行时间.实验中 PROPELLER 数据集大小为  $16 \times 24 \times 256$ ,最终成像的分辨率为  $256 \times 256$  像素;实验环境为 Matlab 7.0.基于 Voronoi 图的网格化算法的各实验步骤用时分别为:相同点消除用时 1.612 s, Voronoi 网格化用时 3.611 s,网格面积值计算 29.116 s,基于分组的网格化时间为 1.721 s.算法的总时间比较如表 1 所示.

表 1 网格化算法运行时间比较

Tab. 1 Comparison of gridding algorithm running time

网格化算法	算法运行时间/s
本文算法	$1.61+3.61+29.12+1.72=36.06$
文献[3]算法	211.49

由表 1 可见,由于对相同点的消除、网格化成像步骤提出了快速有效的算法,明显降低了基于

Voronoi 图的网格化算法的运行时间,提高了整个算法的运行速度.

### 3 结论

本文提出了一种 MR 数据成像的 PROPELLER 数据网格化算法,通过将计算 Voronoi 图的面积作为网格化算法的密度补偿权函数,弥补了一般网格化算法中近似计算权函数的不足.我们建立的网格分组算法有效地去除了数据集中相同位置的点;并且基于 Voronoi 图性质建立了边缘闭包,有效地保存了边缘高频区的信息;我们还建立了基于网格分组的快速网格化算法,并将其应用到 PROPELLER 数据集成像算法中.仿真和人体头颅 MR 成像的结果表明,本文算法重建的 MR 图像不仅细节与平滑度好,还能提高信噪比和加快运行速度,与现有的同类算法相比有很大改进,正被应用于实际的 MR 系统.

#### 参考文献(References)

- [ 1 ] Pipe J G, Motion correction with PROPELLER MRI: application to head motion and free-breathing cardiac imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1999, 42(5):963-969.
- [ 2 ] Pipe J G, Farthing V G, Forbes K P. Multishot diffusion-weighted FSE using PROPELLER MRI[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2002, 47(1): 42-52.
- [ 3 ] Arfanakis K, Tamhane A A, Pipe J G, et al. k-Space undersampling in PROPELLER imaging[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2005, 53(3): 675-683.
- [ 4 ] FENG Yan-qiu, CHEN Wu-fan, YAN Gang, et al. A new algorithm for sampling density compensation in the gridding of PROPELLER MRI data [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(4):766-768.
- 冯衍秋, 陈武凡, 颜刚, 等. 磁共振成像 PROPELLER 数据网格化中的采样密度补偿新算法[J]. *电子学报*, 2007, 35(4):766-768.
- [ 5 ] Maeda A, Sano K, Yokoyama T. Reconstruction by weighted correlation for MRI with time-varying gradients[J]. *IEEE transactions on medical imaging*, 1988, 7(1):26-31.
- [ 6 ] Oesterle C, Markl M, Strecker R, et al. Spiral reconstruction by regridding to a large rectilinear matrix; a practical solution for routine systems[J]. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 1999, 10(1): 84-92.
- [ 7 ] Hoge R D, Kwan R K, Pike G B. Density compensation for spiral MRI[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 1997, 38(1): 117-128.
- [ 8 ] LUO Guan-yong, CAO Hong. An algorithm for constructing 2D Delaunay adaptive mesh with simultaneous generation of nodes and elements [J]. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2007, 19(5): 605-608,615.
- 骆冠勇, 曹洪. 一种网格和节点同步生成的二维 Delaunay 网格划分算法[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2007, 19(5): 605-608,615.
- [ 9 ] CHEN Chun-xiao, TAO Hua, WANG Shi-jie, et al. Motion artifact correction in MRI using genetic algorithm[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2005, 10(9): 1 129-1 133.
- 陈春晓, 陶华, 王世杰, 等. MR 图像运动伪影的遗传算法校正[J]. *中国图象图形学报*, 2005, 10(9): 1 129-1 133.