

考虑三维应力的复合材料层压板疲劳寿命分析

黄志远, 李亚智*, 郭晓波

(西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘要: 由于层间应力的存在, 受面内载荷作用的复合材料层压板实际处于多轴应力状态。构建了由刚性元、弹簧元和二维板元构成的准三维有限元模型, 结合单向板在典型应力状态下的疲劳试验结果和疲劳损伤模型, 发展了一种考虑三维应力的、预测任意铺层多向层压板疲劳寿命的分析方法, 包括应力分析、静力和疲劳累积损伤失效分析及材料性能退化 3 个主要部分, 能够模拟面内和层间损伤产生、发展直至层压板整体破坏的完整过程, 并得到疲劳寿命。对 2 种 T300/QY8911 多向铺层板进行了实际计算, 寿命预测结果与试验结果吻合较好。

关键词: 复合材料层压板; 准三维模型; 多轴应力; 疲劳损伤; 疲劳寿命

中图分类号: V214.8 **文献标志码:** A

Fatigue life prediction of composite laminates incorporating 3D stress analysis

HUANG Zhiyuan, LI Yazhi*, GUO Xiaobo

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The multidirectional (MD) composite laminates subjected to in-plane loading are in the three dimensional stress state due to the presence of interlaminar stresses. A quasi-3D finite element model consisting of plate elements, spring elements and rigid elements was established which, together with the fatigue damage models of unidirectional laminate, is used to construct a fatigue life estimation procedure for MD laminates with arbitrary stacking sequences. This is an integration of stress analysis, static strength analysis, cumulative damage analysis and the material property degradations. The application of the procedure for two T300/QY8911 composite laminates demonstrates good agreement of fatigue life prediction with the experiments.

Keywords: composite laminates; quasi-3D model; multiaxial stress state; fatigue damage; fatigue life

复合材料层压板由于具有优异的性能, 在工程技术领域得到了广泛的应用, 其抗疲劳性能也在结构设计中越来越得到重视。

目前处理复合材料疲劳寿命问题, 主要采用 $S-N$ 曲线和疲劳累积损伤理论的方法, 唯象地定义损伤变量, 建立累积损伤模型, 具体体现为剩余强度模型、剩余刚度模型、耗散能模型等。然而它们应用的对象主要是具体铺层的层压板, 迄今为止还没有一种成熟的普遍适用的寿命估算模型可供工程使用。文献[1-3]以碳纤维/双马来酰亚胺树脂(T300/QY8911)复合材料层压结构为研究对象, 在疲劳度量概念^[4]基础上, 应用累积应变损伤模型, 建立发展了根据单向板在确定应力比下的疲劳

试验结果, 来预测同种材料体系多向层压板疲劳寿命的估算方法和计算程序, 克服了传统的复合材料寿命预测方法依赖于试件铺层方式和受力方式的缺点。但该方法建立在经典层压板应力分析的基础之上, 只能考虑面内应力及面内损伤的影响。由于层间应力的存在, 受面内载荷的层压板实际处于多轴应力状态, 将对层压板的疲劳寿命产生显著影响^[5]。文献[6-8]在复合材料多轴疲劳损伤与寿命分析方面进行了有效探索。文献[9]利用文献[7]提出的方法预测了层压板受低速冲击后在压-压疲劳载荷作用下的疲劳寿命。本文作者在文献[1-3]方法的基础上, 发展了一种考虑三维应力的复合材料层压板疲劳寿命分析方法, 模拟层压板损伤产生、

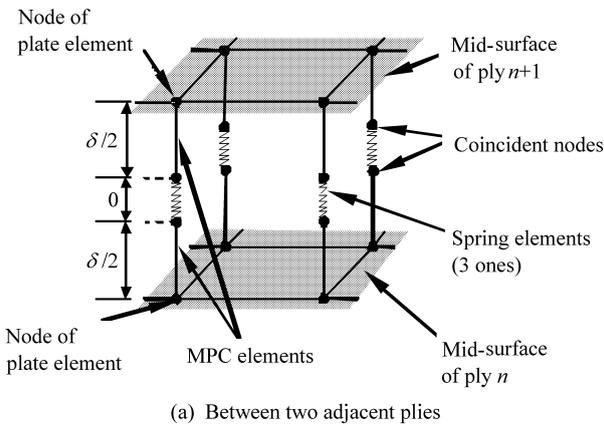
发展直至破坏的完整过程，并给出疲劳寿命。

1 考虑三维应力的层压板疲劳寿命分析方法

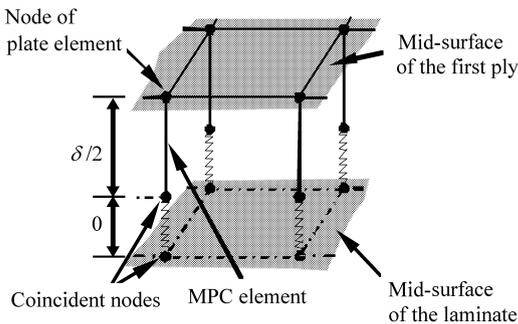
层压板疲劳寿命分析过程主要包括应力分析、失效分析和材料性质退化 3 个部分。

1.1 应力分析

由于各子层弹性性能的不同，以及自由边界的存在，层压板中除存在各子层的面内应力 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 外，还存在层间应力 σ_z 、 τ_{xz} 、 τ_{zy} ，准确地计算这些应力是多轴应力下疲劳分析的前提。目前计算层间应力的方法主要有：有限元法、有限差分法、三角级数法等。本文中采用一种准三维有限元模型^[10]来对层压板进行应力分析。该模型包括四结点板元、刚性元和弹簧元，其中用四结点板元来表示层压板的各层，用刚性元-弹簧元来模拟层间的相互作用。具体构造如图 1 所示。这种模型的优点是，不仅能计算面内应力和层间应力，也能通过面内单元和层间单元刚度的适当退化，在疲劳分析中形象、恰当地表示面内损伤、层间损伤及其演变过程。



(a) Between two adjacent plies



(b) Between the laminate mid-surface and the first adjacent ply

图 1 准三维模型示意图

Fig. 1 Diagram of the quasi-3D model

建模时，可利用常用商业有限元软件，在每层的中面上采用四结点板元划分网格。然后在每两层上下对应的板元结点的连线中点生成 2 个重合结点。将这 2 个结点与它们对应的上下两层的板元结点之间通过刚性元分别连接，重合结点之间则嵌入 3 个弹簧元。四结点板元的刚度由子层或单向板的刚度性质决定；刚性元的作用是确定板元结点与相应层间结点自由度之间的相互关系，并反映各层的厚度；3 个弹簧元中，通过其中的 2 个来模拟层间的剪切变形，另 1 个用来反映层间拉压变形，它们的刚度常数分别为

$$k_x = \frac{G_{13}A}{\delta}, k_y = \frac{G_{23}A}{\delta}, k_z = \frac{E_{33}A}{\delta} \quad (1)$$

其中： δ 取为相邻层中面之间的距离，即单层厚度； A 为单元折算面积，等于与刚性元-弹簧元处的板元结点相关的单元面积总和的 1/4。对于对称铺层的层压板，只需以厚度中面为界取一半进行分析，此时厚度中面处的模型结构如图 1(b) 所示。分析时，各层面内应力 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 可通过自编程序读取有限元软件的结果文件直接得到。对于层间应力，将读取的各弹簧力除以该弹簧元的代表面积 A ，即可得到相应的层间应力分量。

1.2 失效分析

1.2.1 静力失效准则

在多轴应力状态下，面内应力仍是导致层压板各子层静力破坏的主要因素。本文采用蔡-希尔准则作为面内单元的失效条件：

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 \geq 1 \quad (2)$$

式中， X 、 Y 分别代表 1、2 方向的极限强度。对于拉伸应力， X (或 Y) 用拉伸强度，反之用压缩强度， S 为 1-2 平面内的剪切强度。将面内强度参数 S 和 Y 近似用于层间强度分析，可建立如下的层间失效条件：

$$\left(\frac{\tau_{xz}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{zy}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{Y}\right)^2 \geq 1 \quad (3)$$

1.2.2 疲劳损伤与疲劳失效

应力比 R ($\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$) 和载荷比 q ($\sigma_{\max}/\sigma_{ut}$, σ_{ut} 表示破坏强度) 是表征疲劳循环载荷水平的 2 个参数。根据 $q-N(S-N)$ 曲线的形式，从疲劳模量的概念出发，建立相应的累积损伤 D 的表达式：

$$D = D(n) = \frac{q}{k-q} \left[k \left(k^b - \frac{1}{a} \ln n \right)^{-1/b} - 1 \right] \quad (4)$$

式中， a 、 b 、 k 通过拟合典型试验应力比 R_0 下的实

验数据得到。

在应力比为 R 的循环载荷作用下, 单向板或多向层压结构的层内可能同时存在有 σ_1 、 σ_2 和 τ_{12} 3 个面内主轴应力分量, 考虑应变分量 ε_1 和 ε_2 的耦合效应, 多轴循环加载下的等效幅值比为

$$\begin{aligned} q_1 &= (\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2)_{\max}/X \\ q_2 &= (\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1)_{\max}/X \\ q_6 &= (\tau_{12})_{\max}/S \end{aligned} \quad (5)$$

当 $R=R_0$ 时, 可直接将 q_i ($i=1, 2, 6$) 代入式(4)计算相应的单轴损伤 D_i 。当 $R \neq R_0$ 时, 用直线近似表示等寿命曲线, 则可由下式求出与 (R, q_i) 等效的疲劳载荷 (R_0, q) :

(1) 当 $R_u \leq R < 1.0$ 时, 单向板破坏模式为拉伸破坏

$$q = \frac{(1-R)q_i}{(1-R_0) - (R-R_0)q_i} \quad (6)$$

(2) 当 $R < R_u$ 或 $R \geq 1.0$ 时, 单向板的破坏模式为压缩控制破坏

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{(1-R_u)q'_u}{(1-R_0) - (R_u-R_0)q'_u} \\ q'_u &= \frac{(1-R)q_i}{(1-R'_u) - (R-R'_u)q_i} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: $R_u = -X_c/X_t$, $R'_u = 1/R_u$, 其中 X_t 和 X_c 分别为加载方向上的极限强度, 对纵向、横向分别为拉伸和压缩极限强度, 对面内剪切表示 2 个相反方向的剪切强度。

考虑多轴循环应力的综合作用, 令

$$D_{16} = \sqrt{D_1^2 + D_6^2}; D_{26} = \sqrt{D_2^2 + D_6^2} \quad (8)$$

D_{16} 和 D_{26} 分别反映了拉(压)和剪切共同作用下纤维和基体的损伤。当 D_{16} 和 D_{26} 中的较大值达到 1.0 时, 面内单元就发生了疲劳失效。视 D_{16} 和 D_{26} 的相对大小估计面内单元的失效模式, 当 $D_{16} > D_{26}$ 时纤维失效, 反之则为基体失效。

对于层间单元, 令 $\tau_u = \sqrt{\tau_{zy}^2 + \tau_{zx}^2}$ 。为了合理地回避复杂的层间疲劳与断裂的理论及试验研究, 根据损伤机制的相似性, 用单向板面内横向拉-拉疲劳模型来模拟层间正应力引起的分层疲劳, 用单向板面内剪切疲劳模型模拟层间剪应力引起的分层疲劳。即将 σ_z 和 τ_u 分别看作 σ_2 和 τ_{12} , 采用前述的面内疲劳损伤模型来近似计算 σ_z 和 τ_u 引起的层间疲劳损伤 D_z 和 D_u 。令 $D_{zu} = \sqrt{D_z^2 + D_u^2}$, 当 D_{zu} 达到 1.0 时, 就认为层间该处发生了分层疲劳失效。

1.3 材料性质退化

对于面内单元(即四结点板元), 将复杂多样的损伤形式归纳为纤维失效和基体失效 2 种模式, 与之对应有 2 种刚度退化方式。如果发生纤维失效, 则也必然会发生基体失效, 该单元的弹性常数 E_{11} 、 E_{22} 和 G_{12} 均退化为零。当发生基体失效时, E_{11} 不变, 其它弹性常数退化为零。

对于层间单元(即弹簧元组), 当发生分层失效时, 将该处 3 个弹簧元的刚度置 0。

1.4 分析流程

将层压板的疲劳失效看成是各单元逐渐发生疲劳失效或者静力失效的动态过程。疲劳寿命分析的步骤为: (1) 在应力分析的基础上, 计算层压板的最先失效强度, 判断最先失效的单元是发生疲劳失效还是静力失效; (2) 若为疲劳失效, 计算单元疲劳寿命增量和累积损伤; (3) 对发生疲劳失效或静力失效的单元进行刚度退化; (4) 返回第 1 步重复上述过程, 直到随着各单元逐次失效而最终导致层压板总体失效, 图 2 描述了这一过程。另外, 在寿命计算中还考虑了疲劳损伤累积的非线性。层压板的疲劳寿命等于各次疲劳迭代分析中最先疲劳失效单元到失效的循环数增量之和。

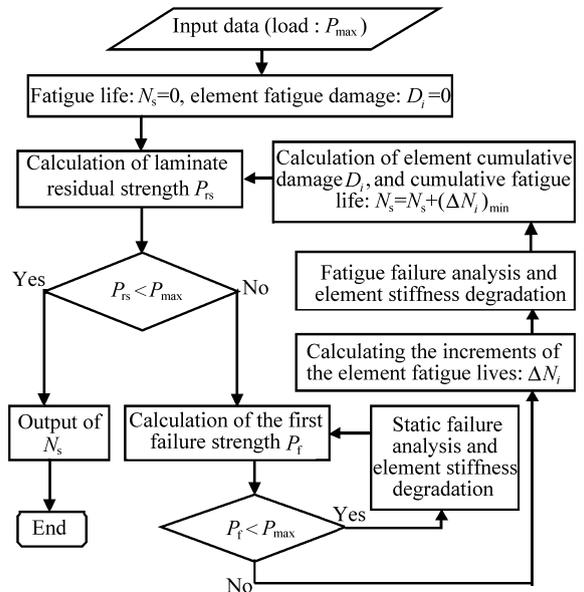


图 2 层压板疲劳寿命分析流程简图

Fig. 2 Flowchart for the fatigue life prediction of laminates

2 算例和讨论

编制了层压结构疲劳分析程序, 计算迭代中的

应力分析是通过调用商业有限元计算软件实现的。疲劳寿命计算对象为 T300/QY8911 矩形层压板试件, 板长 112 mm, 宽 20 mm, 单层名义厚度为 0.125 mm, 纤维体积含量 60%~65%, 材料性能如表 1 所示。有 2 种铺层方式: I—[45/90/−45/0/0/−45/90/45]_S; II—[−60/0/60]_{3S}。

通过 3 种典型试验([0]₁₆拉-拉, [90]₁₆拉-拉, [0/90]_{4S}剪-剪)的疲劳数据, 得到了该材料单向板疲劳损伤公式的相关参数, 如表 2 所示。需要说明的是, 这里对文献[2-3]中的数据进行了修正。

表 1 T300/QY8911 材料力学性能

Table 1 Material constants of T300/QY8911 composite

E_{11}/GPa	E_{22}/GPa	E_{33}/GPa	G_{12}/GPa	G_{13}/GPa	G_{23}/GPa
135	8.8	8.8	4.47	4.47	3.2
ν_{12}	X_t/MPa	X_c/MPa	Y_t/MPa	Y_c/MPa	S/MPa
0.33	1627.5	1226	68.4	218	89.1

表 2 T300/QY8911 单向板疲劳损伤公式参数(R=0.1)

Table 2 Parameters in the fatigue damage models of T300/QY8911 unidirectional laminate(R=0.1)

Load state	Tension		In-plane shear
	Longitudinal	Transverse	
Scope of application	$0.6 \leq q \leq 1.0$	$0.6 \leq q \leq 1.0$	$0.4 \leq q \leq 1.0$
	$a=14.076$	$a=15.813$	$a=17.295$
Parameters	$b=7.81$	$b=4.05$	$b=1.75$
	$k=1.0$	$k=1.0$	$k=1.0$

因为是对称层压板, 只需对厚度中面以上的一半进行有限元建模, 在自由边及两端附近加密网格, 如图 3 所示。模型的边界条件为: 对于与厚度中面相连的弹簧元结点施加对称面约束。模型一端固定, 将另一端各子层结点通过刚性元与一个独立结点相连, 并对该结点加载。采用这种加载方式是为了模拟试验中刚性夹头的夹持, 在加载端变形一致的前提下, 根据各子层刚度分布的变化自动分配外载荷。另一方面, 实际试验时夹持端并非完全“夹死”, 否则将在夹持根部产生较严重的应力集中, 所以在模型两端各设置了一段长度为 3 mm 的“缓冲区域”, 这个区域内的单元只参与应力分析, 不参与失效分析。

表 3 给出 2 种层压板在 R=0.1 的不同载荷水平下的疲劳寿命预测结果, 并与文献[3]的试验结

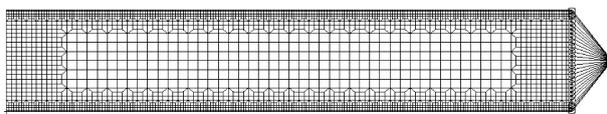


图 3 有限元模型

Fig. 3 Finite element mesh

表 3 疲劳寿命分析结果

Table 3 Results of fatigue life analysis

Sample	Analysis method	Strength/MPa	Fatigue life/Cycles		
			$q=0.85$	$q=0.8$	$q=0.7$
I	2D	540.2	46800	152660	673879
	3D	517.7	10581	75687	543613
	Experiment ^[3]	578.8	14400	19800	95500
Sample	Analysis method	Strength/MPa	Fatigue life/Cycles		
			$q=0.9$	$q=0.85$	$q=0.8$
II	2D	606.5	6296	36173	140151
	3D	537.8	3540	49476	251936
	Experiment ^[3]	710.9	194	64900	697000

果进行了对比。同时也给出两端均匀加载时基于经典层板理论二维分析所得到的寿命预测结果。

二维分析的静强度值高于三维分析的计算值, 且两者均小于实测值。为了解决静强度的理论值与试验值之间的差异对寿命估算的影响, 采用了一种变通的办法, 即对给定载荷比 q , 计算用 σ_{\max} 规定为 q 值与 σ_{ult} 估算值(而不是实测值)的乘积, 使得计算与试验的相对载荷水平相同, 这也对不同批次材料之间的强度差异提供了解决办法。由表 3 可见, 以实测结果为参照, 基于三维模型的寿命估算结果相对二维模型有了明显改进。

在 3 种载荷比下, [45/90/−45/0/0/−45/90/45]_S 层板的疲劳失效过程是: 首先各 90° 层相继发生局部静力基体失效, 然后各 45° 层、90° 层相继发生疲劳、静力导致的局部基体失效, 经过一段时间后各 −45° 层也开始出现基体失效, 最终以 0° 层发生一定量的纤维失效而导致层压板整体破坏。在不同的应力水平下, 层压板表现出不同的损伤发展规律。以内侧 −45° 层的情况为例: $q=0.85$ 时, 在失效前相当长的时间内, 损伤主要分布在两自由边附近, 只是在接近失效时, 层中部才迅速产生大量损伤; $q=0.7$ 时, 损伤在自由边附近产生, 并向中部缓慢、均匀地发展, 直至层板整体失效, 如图 4

所示。

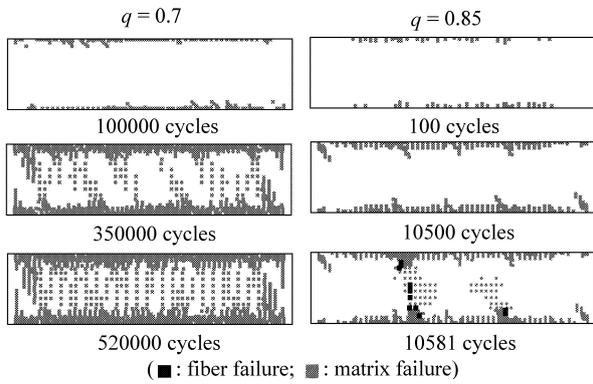


图4 q 分别为 0.7、0.85 时 $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ 板内侧 -45° 层在不同时刻的损伤情况

Fig. 4 Fatigue damage distributions of inner -45° ply of $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ laminate at different cycles, when $q = 0.7, 0.85$ respectively

同时, $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ 板在 3 种载荷水平的疲劳分析中, 都发生了分层损伤, 分层主要发生于 $45/90$ 、 $90/-45$ 、 $-45/90$ 及 $90/45$ 几个层间, 并集中在自由边附近, 具体起始时刻如表 4 所示。以 $q=0.85$ 的情况为例, 层板整体失效前的某一时刻分层损伤的分布如图 5 所示。

表 4 $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ 板分层损伤出现的位置及时刻

Table 4 Delamination location and onset of $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ laminates

Location	Moments of delaminations/Cycles		
	$q=0.85$	$q=0.8$	$q=0.7$
45/90	817	8370	18885
90/-45	51	1437	4286
-45/90	117	4186	4981
90/45	1889	8370	15149

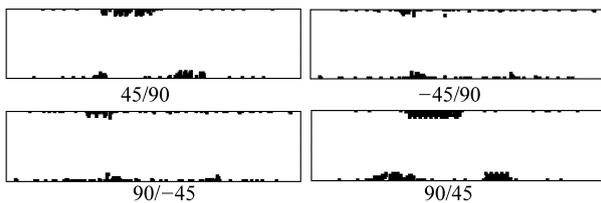


图5 $q=0.85$ 循环数为 10581 时 $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ 板层间损伤分布

Fig. 5 Delamination damage distributions of the interfaces of $[45/90/-45/0/0/-45/90/45]_s$ laminate at 10581 cycles and $q=0.85$

3 种载荷水平下, $[-60/0/60]_{3s}$ 层板疲劳失效过程大致是: 首先各 $\pm 60^\circ$ 层相继发生局部基体失效, 再经过一定循环, 0° 层的少量单元发生纤维失效并导致层压板整体破坏。以 q 分别为 0.8、0.9 时最外侧 -60° 层的损伤发展情况为例。 $q=0.8$ 时, 损伤以疲劳局部失效为主, 基体损伤从自由边向内部缓慢、均匀发展; $q=0.9$ 时, 损伤以静力失效为主, 最初从中段自由边附近产生, 然后从中段自由边附近向层内发展, 此后损伤由中段向两端扩展。在发生疲劳破坏前, 层内已因局部静力失效累积了大量损伤, 如图 6 所示。3 种载荷水平下至破坏前均未发生明显分层损伤。

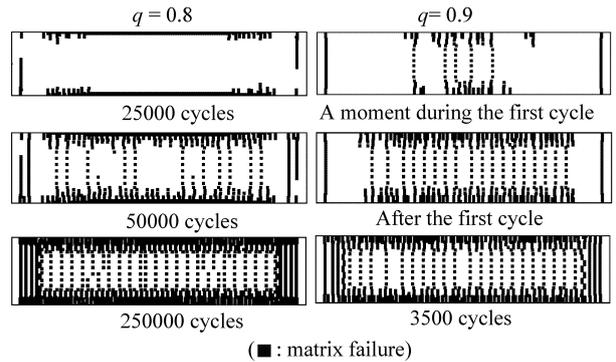


图6 q 分别为 0.8、0.9 时 $[-60/0/60]_{3s}$ 板最外侧 -60° 层在不同时刻的损伤情况

Fig. 6 Fatigue damage distributions of exterior -60° plies of $[-60/0/60]_{3s}$ laminate at different times, two load levels

二维静强度和疲劳寿命计算是基于经典层压板理论, 在内应力均匀分布的条件下进行的^[2-3]。而真实的应力分布即使在面内也不可能是均匀的, 同时还存在层间应力分布。所以, 本文模拟真实试验时的刚性夹持条件, 在非均匀应力状态下, 依据三维应力分析进行疲劳分析, 更加符合实际。

层间应力与面内应力在自由边附近变化梯度较大, 而出于计算时间考虑, 自由边附近的最小网格宽度为 0.3 mm, 仍略显粗糙。需要进一步改进计算流程, 提高计算速度, 采用更合理的有限元模型, 更加细致地反映损伤起始、扩展及对静强度和疲劳寿命的影响。

选用适当的强度准则对于层压板强度估算很重要^[11-12], 本文作者在分析中出于简化分析的目的, 对于面内损伤只考虑了面内应力的影响, 对于层间损伤只考虑了层间应力的影响, 而实际上这 2 种损伤均受面内应力、层间应力的综合影响。今后, 有必要改进三维应力下考虑面内和层间失效的强度准

则和材料性能退化处理方法。

3 结 论

(1) 通过建立准三维有限元模型, 将三维应力分析与单向板疲劳累积损伤模型相结合, 预测任意层压板在面内循环载荷下的疲劳损伤起始、演变及疲劳寿命。层压板的失效过程是损伤不断累积、刚度逐渐退化、应力不断重新分布的动态过程。

(2) 经过实际算例及与试验结果的对比, 表明本文方法可行, 寿命预测结果合理, 与基于经典层板理论二维分析的寿命分析结果相比改进明显。

(3) 需要进一步改进三维应力下的强度准则和静力、疲劳损伤失效的表征方法, 提高计算精度和计算效率。

参考文献:

[1] Zhang Kaida. Damage model and life prediction of composite laminates[C]// Zhu Depei, ed. Progress in Experimental and Computational Mechanics in Engineering and Material Behaviour; Proceedings of ECM' 99. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1999: 75-80.

[2] 李亚智, 张开达, 张博平. 一种 FRP 累积损伤模型及其在结构疲劳寿命估算中的应用[J]. 应用力学学报, 2003, 20(1): 54-58.

Li Yazhi, Zhang Kaida, Zhang Boping. An FRP cumulative damage model and its application in fatigue life evaluation [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2003, 20(1): 54-58.

[3] 李亚智. 飞机结构疲劳和断裂分析中若干问题的研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2002.

Li Yazhi. Some topics on the fatigue and fracture of aircraft structures [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University,

2002.

[4] Hwang W, Han K S. Cumulative damage models and multi stress fatigue life prediction [J]. Journal of Composite Materials, 1986, 20(2): 125-153.

[5] Barboni R, Carbonaro R, Gaudenzi P. The effects of delamination on the fatigue behavior of composite structures [J]. Journal of Composite Materials, 1999, 33(3): 267-303.

[6] Philippidis T P, Vassilopoulos A P. Fatigue strength prediction under multiaxial stress[J]. Journal of Composite Materials, 1999, 33(17): 1578-1599.

[7] Machmood M S. Progressive fatigue damage modeling of composite materials I: Modeling[J]. Journal of Composite Materials, 2000, 34(13): 1056-1080.

[8] Machmood M S. Progressive fatigue damage modeling of composite materials II: Material characterization and model verification[J]. Journal of Composite Materials, 2000, 34(13): 1081-1116.

[9] 徐 颖, 温卫东, 崔海涛. 复合材料层合板冲击后压-压疲劳寿命预测方法[J]. 复合材料学报, 2007, 24(2): 159-167.

Xu Ying, Wen Weidong, Cui Haitao. Prediction method for fatigue life of laminated composites after impact under compression - compression loading [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(2): 159-167.

[10] 张培新, 李亚智. 受面内载荷的层压复合材料的层间应力分析[J]. 机械强度, 2006, 28(2): 224-228.

Zhang Peixin, Li Yazhi. Interlaminar stress analysis of composite laminates subjected to in-plane loading [J]. Journal of Mechanical Strength, 2006, 28(2): 224-228.

[11] Camanho P P, Matthews F L. Delamination onset prediction in mechanically fastened joints in composite laminates [J]. Journal of Mechanical Strength, 1999, 33(10): 906-927.

[12] Mathew T F, Anthony J V. The inclusion of in-plane stresses in delamination criteria [J]. Journal of Composite Materials, 2001, 35(15): 1325-1342.