

基于极值理论的高频条件 VaR 动态区间估计模型

王春峰, 张亚楠, 房振明, 刘峙然

(天津大学 管理学院, 天津 300072)

摘要 为了更加精确地度量在险值的估计精度, 基于广义极值理论推导了条件极值 VaR 的动态区间估计模型, 得到了条件极值 VaR 置信区间解析解的一般形式, 对在险值的估计精度进行了实时度量. 利用高频数据重点考察了不同置信水平和不同样本容量分块下的条件极值 VaR 区间估计结果的精度和模型的有效性. 结果表明: 条件极值 VaR 的动态区间估计模型与参数法、非参数法以及蒙特卡罗法区间估计模型相比, 不仅能够更为有效地捕获极端条件下收益率时间序列的动态特征, 而且具有更好的估计精度, 精确和有效地描述 VaR 的估计风险.

关键词 置信区间; 条件极值 VaR; 广义极值分布; 高频数据

Interval estimation of high frequency conditional VaR based on extreme value theory

WANG Chun-feng, ZHANG Ya-nan, FANG Zhen-ming, LIU Zheng-ran

(School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract In order to catch the character of return series in extreme condition and improve VaR precision, a model of the conditional extreme value VaR was established and got the general form of analytical solution to the confidence interval of conditional extreme value VaR. Using high frequency data, the result precision of confidence interval of the conditional extreme value VaR and the validity of model were mainly studied under the different confidence level and block. The empirical results show that comparing our model with parametric method, non-parametric method and Monte Carlo method in estimation of the confidence interval of VaR, our model not only can catch the risk character of Chinese stock markets, but also has the better estimation accuracy and describe the estimation risk of the VaR more accurately.

Keywords confidence interval; conditional extreme VaR; generalized extreme value distribution; high frequency data

1 引言

作为风险管理国际标准的 VaR 是金融市场风险测量的主流模型, 巴塞尔协议和欧盟资本充足率指导都已使用 VaR 作为监督标准. 计算 VaR 的传统方法主要有三种: Risk-Metrics、历史模拟方法和蒙特卡罗模拟方法, 这些方法计算出的 VaR 均为一个基准值. 过去几年中, 各种各样的金融极端事件以超出预期的概率出现并冲击着金融市场, 使得金融机构不得不通过识别与防范这类事件而重新对金融风险进行建模, 从而达到优化风险管理系统的目的. 但是传统的风险度量方法不能有效地捕捉收益分布的尾部特征, 对极端风险的度量力不从心.

最近对于 VaR 模型的研究开始关注于收益分布的厚尾和非对称性特征, 正如 Danielsson^[1] 指出, 一个好的 VaR 模型应该能够基于历史样本提供更为平滑的尾部估计和正确的表示出极端事件发生的可能性. 基于风险极值理论的 VaR 建模研究为构建更为精确的 VaR 点估计方法提供了新思路, 同时, 实证方面也充分得出了对于厚尾分布极值理论估计 VaR 比其他估计方法更精确的结论 (Danielsson^[1], Bystrom^[2], Fernandez^[3]).

收稿日期: 2009-03-12

资助项目: 国家自然科学基金 (70771076); 国家杰出青年基金 (70225002)

作者简介: 王春峰 (1966-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融工程与资本市场理论; 张亚楠 (1982-), 女, 博士研究生.

但是, 更为完善的金融市场风险管理不仅仅需要 VaR 的点估计方法, 还需要对其估计精度进行度量, VaR 置信区间测度不仅为风险管理专员提供了风险价值的估计准确度, 还有利于金融机构和监管部门结合不同 VaR 模型的特点在置信区间范围内设定合理灵活的风险价值, 在不损失抵御风险能力的前提下提高资金的运作效率. 然而, 不同于 VaR 点估计方法研究的充分性和广泛性, 学术界对于 VaR 置信区间的建模估计则缺少系统性的研究和比较.

VaR 点估计本身存在的风险主要来源于样本的波动或者模型本身参数设定的不适用性. Jorion^[4] 首次利用置信区间的概念探讨 VaR 的估计风险 (Risk in VaR) 问题, 并在一些简单的收益率分布模型假设下, 推导出 VaR 的近似置信区间. 随后, Huschens 和 Ridder^[5-6] 也有一些相关研究结果. 在其他风险值估计方法方面, 一些学者研究了使用次序统计量理论 (Dowd^[7]) 等计量方法对 VaR 置信区间进行估计建模. Chou^[8] 首次基于极值理论对台湾加权股指 VaR 的置信区间进行估计, 结果表明 EVT 模型得到的置信区间比使用其他传统方法得到的置信区间更精确. 国内学者对于 VaR 区间估计的评判研究才刚刚起步, 还有待进一步深入. 马玉林^[9] 使用沪市周、月收益率利用不同分布来估计 VaR 的置信区间. 杜红军^[10] 基于 CVaR 风险计量技术, 论述了正态分布下风险资产的 CVaR 假设检验方法及置信区间求法. 通过以上文献分析可以看到, 在国外发展迅速的极值 VaR 理论在点估计研究方面的优势已得到了学术界的普遍认同, 但是对于 VaR 置信区间的研究主要还集中于无条件的极值 VaR 或者其他传统估计方法的区间估计.

因此, 本文在上述研究的基础上, 基于包含更多信息的高频数据和条件极值分布理论, 进一步推导出了条件极值 VaR 置信区间的动态估计模型. 首先, 利用这一解析解对不同置信水平及不同分块标准下的条件极值 VaR 置信区间进行实证估计, 得到时变置信区间的上下界序列, 在捕获极端条件下收益率时间序列动态特征的基础上, 更为精确和有效地衡量了条件极值 VaR 的估计风险. 然后, 进一步系统地将条件极值 VaR 置信区间模型同参数法、非参数法和蒙特卡罗法置信区间模型比较, 验证了实证结果的有效性.

2 条件极值 VaR 置信区间模型构建

2.1 条件极值 VaR 的点估计

若假定一个随机变量 X , 其分布函数为 F , 代表在一定时期内某项金融资产的损益, 则 VaR 可表示为分位数的形式, 即:

$$\text{VaR}_p = F^{-1}(1 - p),$$

式中: p 为置信水平. $F^{-1}(1 - p)$ 为 F 的反函数, 即 p -分位数. 因此只要得到一定时期内的分布函数, 就可以计算相应 VaR 的值.

当研究金融资产极端情况下的 VaR 时, 假设 P_t 表示资产在时间 t 时的价格, $R_{(q),t}$ 表示一天内等间隔的 q 个收益,

$$R_{(q),t} = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1/q}),$$

其中 $t = \{1/q, 2/q, \dots\}$.

考虑下面的收益序列: $R_{(1/q),t}, R_{(2/q),t}, R_{(3/q),t}, \dots, R_{(q/q),t}$, 表示在第 t 个交易日等间隔收益序列, 另 $m_{q,t}$ 分别表示在第 t 个交易日 q 个随机变量 $R_{(1/q),t}, R_{(2/q),t}, R_{(3/q),t}, \dots, R_{(q/q),t}$ 的最小值:

$$m_{q,t} = \min(R_{(1/q),t}, R_{(2/q),t}, R_{(3/q),t}, \dots, R_{(q/q),t}),$$

且极值变量 $m_{q,t}$ 分别服从广义极值分布 (GEV)(Jenkinson^[11]):

$$F_{\min}(m; \mu, \sigma, \xi) = 1 - \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{m - \mu}{\sigma} \right) \right]^{1/\xi} \right\} \quad (1)$$

其中 ξ, μ, σ 分别叫做形状参数, 位置参数和尺度参数. 在 (1) 式的无条件极值分布中假设日内收益是独立同分布的, 没有考虑当前的预期和波动性, 但是如果数据不是相互独立的, 上面的极值分布就不能很好的估计尾部分布, Tutan^[12] 提出的条件极值分布避免了这一主要缺点, 因此, 下文引入 Tutan 提出的条件极值分布的方法.

首先定义 GEV 分布中的位置参数是上一期极值收益的线性函数, 即 AR(1) 过程可以表示成:

$$\mu_q = \mu + \varphi m_{q-1} \quad (2)$$

等式 (2) 可以通过检验系数 φ 是否显著来判断上一期的极值是否包含能够解释当期极值动态行为的信息.

GEV 分布中的尺度参数和形状参数的动态特性可以分别参数化为:

$$\sigma_q = \sigma + \lambda_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \lambda_2\sigma_{q-1} \quad (3)$$

$$\xi_q = \xi + \gamma_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \gamma_2\xi_{q-1} \quad (4)$$

式中, $\varepsilon_q = m_q - \mu_q$, 表示上一期非预期信息突然到来对股市的冲击. 式 (3) 可以用来检验极值波动的持续性和集群性.

m_q 的广义极值分布的概率密度分布为:

$$h_{\min}(m_q; \mu_q, \sigma_q, \xi_q) = \left(\frac{1}{\sigma_q}\right) \left[1 + \xi_q \left(\frac{m_q - \mu_q}{\sigma_q}\right)\right]^{((1-\xi_q)/\xi_q)} \times \exp \left\{ - \left[1 + \xi_q \left(\frac{m_q - \mu_q}{\sigma_q}\right)\right]^{1/\xi_q} \right\} \quad (5)$$

在以上条件极值分布的基础上便可以得到条件极值 VaR:

$$C - \text{VaR}_{GEV}^q = \mu_q - \frac{\sigma_q}{\xi_q} \{1 - [-\ln(1-p)]^{\xi_q}\} \quad (6)$$

分别将式 (2)-(4) 代入式 (6), 可得:

$$\text{CVaR}^q = \mu + \varphi m_{q-1} - \frac{\sigma + \lambda_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \lambda_2\sigma_{q-1}}{\xi + \gamma_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \gamma_2\xi_{q-1}} \left\{1 - [-\ln(1-p)]^{\xi + \gamma_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \gamma_2\xi_{q-1}}\right\} \quad (7)$$

记其中待估参数向量 $\theta = (\mu, \varphi, \sigma, \lambda_1, \lambda_2, \xi, \gamma_1, \gamma_2)^T$, 使用极大似然估计可以得到 $\hat{\theta} = (\hat{\mu}, \hat{\varphi}, \hat{\sigma}, \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\xi}, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)^T$, 其中似然函数表达式为:

$$L(\theta, q) = -q \ln \sigma_q + \left(\frac{1}{\xi_q} - 1\right) \sum_{i=1}^q \ln \left(1 + \xi_q \frac{m_q - \mu_q}{\sigma_q}\right) - \sum_{i=1}^q \ln \left(1 + \xi_q \frac{m_q - \mu_q}{\sigma_q}\right)^{\frac{1}{\xi_q}} \quad (8)$$

2.2 条件极值 VaR 置信区间推导

根据极大似然估计值的大样本性质, 如果样本量 T 足够大, 参数向量的最大似然估计值 $\hat{\theta}$ 服从渐进多变量正态分布:

$$\hat{\theta} \sim N(\theta, \Sigma) \quad (9)$$

其中 $\Sigma = I^{-1}$ 为 $\hat{\theta}$ 的方差协方差矩阵, 矩阵 $I = E\left(-\frac{\partial^2 L(\theta, q)}{\partial \theta \partial \theta'}\right)$ 称为 Fisher 信息矩阵. 由于信息矩阵难于计算, 在实践中通常使用观察到的信息矩阵, 即:

$$I^{(O)} = -\frac{\partial^2 L(\theta, q)}{\partial \theta \partial \theta'} \Big|_{\theta = \hat{\theta}} \quad (10)$$

对信息矩阵 I 进行近似估计.

为了计算得到式 (10) 中似然函数的二阶导数, 分别对式 (3)-(4) 进行递归替代展开, 得到:

$$\begin{aligned} \sigma_q &= \sigma + \lambda_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \lambda_2\sigma_{q-1} \\ &= \sigma \sum_{n=1}^q \lambda_2^{n-1} + \lambda_1 \sum_{n=1}^{q-2} \left[(m_{q-n} - \mu - \varphi m_{q-n-1})^2 \lambda_2^{n-1} \right] + \lambda_2^{q-2} \sigma_2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \xi_q &= \xi + \gamma_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \gamma_2\xi_{q-1} \\ &= \xi \sum_{n=1}^q \gamma_2^{n-1} + \gamma_1 \sum_{n=1}^{q-2} \left[(m_{q-n} - \mu - \varphi m_{q-n-1})^2 \gamma_2^{n-1} \right] + \gamma_2^{q-2} \xi_2 \end{aligned} \quad (12)$$

将式 (2)、(11) 和 (12) 代入式 (8), 便可对似然函数表达式进行二阶导数的求解, 从而得到信息矩阵 I 的估计值.

同时, 由极大似然估计的不变性质 (Invariance property), $\widehat{\text{CVaR}}^q$ 也是 CVaR^q 的极大似然估计值, 将参数向量的最大似然估计值 $\hat{\theta}$ 带入 (7) 式, 可得 $\widehat{\text{CVaR}}^q$ 的表达式:

$$\widehat{\text{CVaR}}^q = \hat{\mu} + \hat{\varphi} m_{q-1} - \frac{\hat{\sigma} + \hat{\lambda}_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \hat{\lambda}_2\sigma_{q-1}}{\hat{\xi} + \hat{\gamma}_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \hat{\gamma}_2\xi_{q-1}} \left\{1 - [-\ln(1-p)]^{\hat{\xi} + \hat{\gamma}_1(\varepsilon_{q-1})^2 + \hat{\gamma}_2\xi_{q-1}}\right\} \quad (13)$$

根据 Sen 和 Singer 定理 3.4.6^[13], $\widehat{\text{CVaR}}^q$ 有如下的渐进分布形式:

$$\sqrt{q} \left(\widehat{\text{CVaR}}^q - \text{CVaR}^q \right) \xrightarrow{D} N(0, \sigma_{\text{CVaR}^q}^2) \quad (14)$$

其中 \xrightarrow{D} 表示依分布收敛, 且方差协方差矩阵为:

$$\sigma_{\text{CVaR}^q}^2 = U_{\text{CVaR}^q}^T \times I^{-1} \times U_{\text{CVaR}^q} \quad (15)$$

其中 $U_{\text{CVaR}^q} = \left(\frac{\partial \text{CVaR}^q}{\partial \theta} \right)^T$.

$\widehat{\text{CVaR}}^q$ 的方差协方差矩阵 $\sigma_{\text{CVaR}^q}^2$ 可以使用下式进行近似估计,

$$\hat{\sigma}_{\text{CVaR}^q}^2 = \hat{U}_{\text{CVaR}^q}^T \times \left(I^{(O)} \right)^{-1} \times \hat{U}_{\text{CVaR}^q} \quad (16)$$

类似于信息矩阵 I 的求解, U_{CVaR^q} 的近似估计矩阵可以记为:

$$\hat{U}_{\text{CVaR}^q} = \left(\frac{\partial \text{CVaR}^q}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \right)^T \quad (17)$$

将式 (2)、(11) 和 (12) 进一步代入式 (7) 便可对 CVaR^q 进行参数求导. 这样结合信息矩阵 I 的估计值便可计算得到条件极值 VaR 的方差协方差矩阵 $\hat{\sigma}_{\text{CVaR}^q}^2$.

因此, 通过以上推导得出的式 (14)–(17), $\widehat{\text{CVaR}}^q$ 的 $100(1 - \alpha)\%$ 置信区间的上下界便可以表示为:

$$[\underline{\text{CVaR}}^q, \overline{\text{CVaR}}^q] = \left[\widehat{\text{CVaR}}^q - \frac{\hat{\sigma}_{\text{CVaR}^q}}{\sqrt{q}} z_{\alpha/2}, \widehat{\text{CVaR}}^q + \frac{\hat{\sigma}_{\text{CVaR}^q}}{\sqrt{q}} z_{\alpha/2} \right] \quad (18)$$

其中 $z_{\alpha/2}$ 表示标准正态分布的 $\frac{\alpha}{2}$ 的分位数.

3 实证分析

3.1 数据选取与基本统计描述

本文选用了上海证券交易所综合指数作为样本数据, 选取 2007 年 1 月 4 日到 2007 年 12 月 28 日共 11616 个 5 min 收益作为模型的估计样本. 由于广义极值分布的分块频率选择会对位置参数和尺度参数估计结果产生较大影响 (Broussard 和 Booth^[14]), 且最优分块标准也没有统一结论, 因此我们选取 5、30、60 和 240min 作为分块标准.

表 1 收益率统计描述

	5min	30min	60min	240min
最大值/%	2.790	2.714	3.848	4.715
最小值/%	-3.080	-4.696	-4.147	-4.703
均值/%	0.006	0.022	0.067	0.045
标准差/%	0.310	0.618	0.885	1.348
偏度	-55.390	-60.171	-51.768	-44.325
峰度	1103.550	660.553	502.404	342.647
ADF	-11301.951	-4563.312	-2969.302	-883.632

表 1 是对收益数据的基本统计, 从不同分块方法中可以看出, 样本的均值及标准差都有随着时段的增加而明显增加的趋势, 均值的增加和我国数据年度股票市场的整体上涨趋势相一致, 标准差的增大表明大块样本具有更加明显的波动. 而且随着时段的增加, 偏度、峰度以及 ADF 统计量都有较明显的下降趋势, 表明高频数据, 尤其是 5min 数据表现出最明显的尖峰厚尾特征.

3.2 条件极值 VaR 置信区间估计

本文首先在不同的分块标准下通过极大似然估计得到广义极值分布时变的位置参数、尺度参数以及形状参数, 不同分块标准的估计结果如表 2 所示.

表 2 不同分块方法广义极值分布的参数估计结果

分块标准	μ	φ	σ	λ_1	λ_2	ξ	γ_1	γ_2
5min	-0.0023***	0.8795***	0.0098**	0.5528***	0.1346	0.1130***	0.0114***	0.2240***
30min	-0.0026***	0.9073***	0.0084**	0.5837***	0.1911**	0.0957***	0.0045***	0.2388***
60min	-0.0031***	0.8974***	0.0103***	0.6342***	0.1764**	0.1453***	0.0122***	0.2855***
240min	-0.0038***	0.9036***	0.0105***	0.7063***	0.1823**	0.1436***	0.0126***	0.3029***

注: ** 表示在 5% 水平上显著, *** 表示在 1% 水平上显著.

如表 2 估计参数的 t 统计量所示, 广义极值分布估计的大部分参数结果在 5% 置信度下显著, 其中 μ 、 φ 、 λ_1 、 ξ 、 γ_1 和 γ_2 在 1% 置信水平下均显著. μ 的估计结果具有减小的趋势, 这也同分块时段增加时其极小值一般

会大于分块时段减小时的极小值相一致。 σ 的增大也表明随着时段增大样本的波动加剧。所有的 λ_1 、 λ_2 为正且 λ_1 值明显大于对应的 λ_2 值, 表明 ε_{q-1} 、 σ_{q-1} 对 σ_q 的影响是正向的, 而且非预期信息的影响大于上一期尺度参数对下一期尺度参数的影响。同样, 所有的 γ_1 、 γ_2 值为正且 γ_2 值大于对应的 γ_1 值, 表明 ε_{q-1} 、 ξ_{q-1} 对 ξ_q 具有正向的影响, 并且上一期形状参数对下一期形状参数的影响大于非预期信息的影响。因此, 从参数估计结果可以看出: 前文假设可以很好地描述尺度参数和形状参数具有明显的时变特征, 这种方法可以捕捉高频极值时间序列中存在的条件异方差, 从而更好地描述高频数据极值具有的尖峰厚尾特征。

极值 VaR 的点估计只能根据收益波动的变化来调整 VaR 的估计值, 当市场产生较大波动的情况下, 并不能探讨估计值的误差风险, 置信区间为探讨 VaR 值的估计风险问题提供可能。表 3 为不同置信水平下不同分块标准对应的 VaR 置信区间的上界、下界及区间宽度的均值描述。

表 3 不同置信水平下不同分块标准置信区间的均值描述

置信水平	分块标准	置信区间上界	置信区间下界	区间宽度
95%	5min	-3.72×10^{-2}	-4.68×10^{-2}	7.12×10^{-3}
	30min	-3.77×10^{-2}	-4.71×10^{-2}	7.24×10^{-3}
	60min	-3.69×10^{-2}	-4.65×10^{-2}	7.45×10^{-3}
	240min	-3.63×10^{-2}	-4.73×10^{-2}	7.68×10^{-3}
99%	5min	-5.42×10^{-2}	-6.31×10^{-2}	9.31×10^{-3}
	30min	-5.32×10^{-2}	-6.34×10^{-2}	9.53×10^{-3}
	60min	-5.37×10^{-2}	-6.46×10^{-2}	9.45×10^{-3}
	240min	-5.28×10^{-2}	-6.33×10^{-2}	9.64×10^{-3}

从表 3 可以发现不同置信水平下不同分块标准置信区间宽度的数量级均在 10^{-3} , 较短的区间宽度表明模型具有很好的估计精度且估计值具有较小的方差。99% 的置信水平下的区间宽度要明显大于 95% 的置信水平下的区间宽度, 而且随着分块时段的增加, 区间宽度逐渐变大, 区间宽度的增大对应于估计值方差的变动, 这表明不同的分块标准会较为明显影响置信区间的估计结果, 当取较大的分块时, 分块观测值的减少会在一定程度上降低参数估计的有效性。因此, 从表 3 的相关统计结果可以看到条件极值 VaR 置信区间的动态估计模型可以整体上很好的度量条件极值 VaR 在点估计过程中的误差风险, 在市场波动加大时为更好的综合评价在险值提供有力参考。

图 1 为在 5min 分块条件下置信水平为 95% 时条件极值 VaR 及其置信区间上下界。图 2 为 5min 分块条件下置信水平分别为 95% 和 99% 时条件极值 VaR 置信区间宽度的走势比较。

图 1 表明当日收益波动加大时, 条件极值 VaR 置信区间的上下界变动剧烈, 当日收益出现极大异常波动时, 置信区间宽度明显加大, 且置信区间下界的波动明显大于上界, 整个置信区间的波动趋势和实时变化反映了风险的大小及其时变性, 模型使我们及时准确的捕捉风险的变动趋势成为可能。

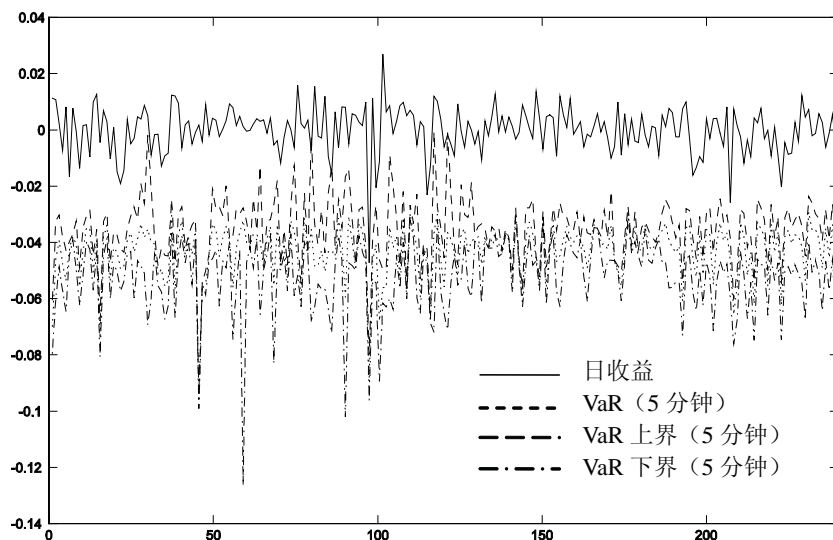


图 1 5min 分块条件下条件极值 VaR 及其区间上下界与日收益

图 2 通过不同置信水平下条件极值 VaR 区间宽度的走势比较, 表明对应于上证综合指数 2007 年波动较为剧烈的 5 月和 10 月这两个时间段, 条件极值 VaR 的区间宽度出现了较大的增加, 随着波动的加剧, 点估计值的精确度出现较大的偏差, 此时, 动态置信区间估计模型便实时描述了 VaR 的估计风险. 同时, 在 5min 分块条件下置信水平越高, 区间宽度及其整体变动幅度越大, 随着宽度的加大, 不同置信水平下宽度之间的差距也趋于明显. 这均表明对于较大的市场波动, 置信水平的提高有效提高了捕捉真实风险值的概率, 风险管理者要更谨慎的对待已估计的 VaR 值, 并综合考虑 VaR 的估计风险以提高和完善金融市场风险管理水平.

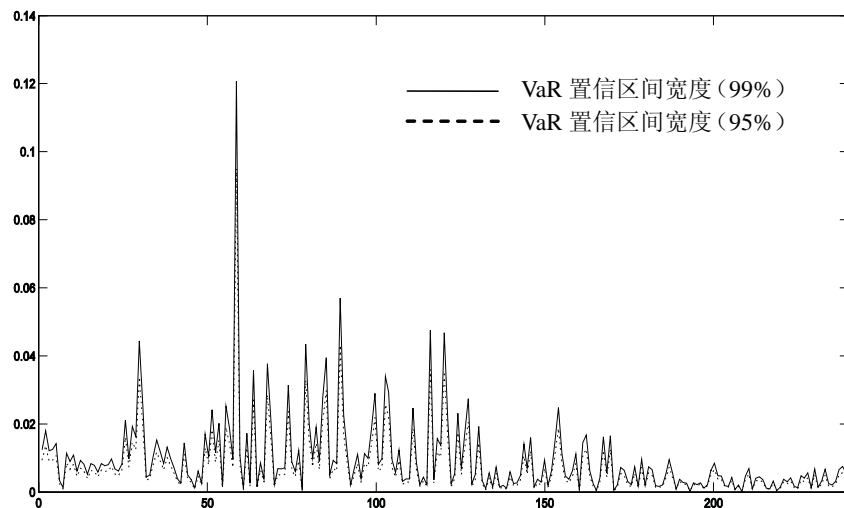


图 2 95% 和 99% 时条件极值 VaR 的置信区间宽度走势

3.3 条件极值 VaR 置信区间的估计有效性

本部分为了验证条件极值 VaR 置信区间估计有效性, 使用现如今广泛使用的参数模型、非参数模型以及蒙特卡罗模拟方法对同一时间段上海证券交易所综合指数的日收益进行 VaR 的置信区间估计. 目前系统性的探讨在险值区间估计的学术文章还较少, Chang^[15] 首次在 Jorion 的基础上全面对度量在险值模型的估计误差进行描述并比较. 参考 Chang 提出的在险值置信区间估计的度量方法, 参数模型主要选取有代表性的正态分布模型、 t 分布假设下参数化固定收益率模型; 非参数模型选取 Gauss 核估计历史模拟法¹; 蒙特卡罗模拟法中则采用基于 GARCH 的几何布朗运动反映价格变化^[16]. 估计结果见表 4.

表 4 正态分布模型和历史模拟法的 VaR 置信区间估计结果

模型	置信水平	置信区间下界	置信区间上界	区间宽度
正态分布模型	95%	-3.73×10^{-2}	-2.87×10^{-2}	8.86×10^{-3}
	99%	-4.25×10^{-2}	-5.33×10^{-2}	1.08×10^{-2}
固定收益率模型	95%	-3.68×10^{-2}	-2.33×10^{-2}	1.35×10^{-2}
	99%	-6.51×10^{-2}	-4.40×10^{-2}	2.11×10^{-2}
历史模拟法	95%	-4.15×10^{-2}	-3.14×10^{-2}	1.01×10^{-2}
	99%	-5.65×10^{-2}	-4.13×10^{-2}	1.52×10^{-2}
蒙特卡罗模拟法 ²	95%	-5.17×10^{-2}	-4.24×10^{-2}	9.35×10^{-3}
	99%	-5.74×10^{-2}	-4.47×10^{-2}	1.27×10^{-2}

由表 4 可以看到四种估计模型所度量的置信区间宽度的数量级普遍在 10^{-2} , 均大于表 3 中动态条件极值 VaR 置信区间模型得到的区间宽度数量级为 10^{-3} 的估计结果; 蒙特卡罗模拟法和正态分布模型区间宽度的度量精度最接近于条件极值 VaR 置信区间模型的估计结果, 但是正态分布模型存在明显的风险低估现象, 而蒙特卡罗模拟法对于高频数据的计算由于效率的限制在实际中也难以实施, 条件极值 VaR 置信区间模型

1. 篇幅所限, 具体估计模型参见 Jorion^[4] 及 Chang^[15].

2. 表 4 中蒙特卡罗模拟法置信区间上、下界及其区间宽度均为样本估计均值.

则不存在这方面的问题. 进一步注意到正态分布模型、固定收益率模型和历史模拟法都是对无条件 VaR 置信区间的估计, 且固定收益率模型的区间长度预测结果则普遍大于正态分布模型的区间长度, 这主要是 t 分布假设下收益尾部厚于正态分布的原因. 比较以上相关模型对置信区间的估计结果, 可以看到本文中所构建的条件极值 VaR 置信区间模型不仅可基于包含更多信息的高频数据对条件极值 VaR 置信区间进行实时动态估计, 而且具有较高的估计准确度, 考虑当前的预期和波动性的基础上, 能够较为敏感的捕捉收益的动态性以及 VaR 的估计精度变动.

4 结论

为了对在险值的估计精度进行度量, 本文基于广义极值理论推导了条件极值 VaR 的动态区间估计模型, 得到了条件极值 VaR 置信区间的解析解一般形式, 更为精确和有效地衡量条件极值 VaR 的估计风险. 利用高频数据重点考察了不同置信水平和不同样本容量分块下的条件极值 VaR 区间估计结果的精度和模型的有效性. 结果表明, 由于广义极值分布的自身特征, 不同的置信水平和分块结果会对条件极值 VaR 置信区间的估计结果产生明显的影响; 参数模型、非参数模型以及蒙特卡罗模型所度量的置信区间宽度大于条件极值 VaR 置信区间模型估计得到的区间宽度. 因此, 本文中所构建的对动态条件极值 VaR 置信区间的估计模型可基于包含更多信息的高频数据对条件极值 VaR 置信区间进行实时动态估计, 不仅能够更为有效地捕获极端条件下收益率时间序列的动态特征, 而且具有较高的估计精度, 更为精确的描述 VaR 的估计风险.

参考文献

- [1] Danielsson J, De Vries C G. Value-at-Risk and extreme returns[J]. *Annals d'Economie et de Statistique*, 2000, 60: 239–269.
- [2] Bystrom H N E. Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory[J]. *International Review of Financial Analysis*, 2004, 13: 133–152.
- [3] Fernandez V. Risk management under extreme events[J]. *International Review of Financial Analysis*, 2005, 14: 113–148.
- [4] Jorion P. Risk: Measuring the risk in value at risk[J]. *Financial Analyst Journal*, 1996, 52: 47–56.
- [5] Huschens S. Confidence intervals for value at risk[J]. *Risk Measurement, Econometrics and Neural Networks*, 1997: 233–244.
- [6] Ridder T. Basics of statistical VaR estimation[J]. *Risk Measurement, Econometrics and Neural Networks*, 1997: 161–187.
- [7] Dowd K. Estimating VaR with order statistics[J]. *The Journal of Derivatives*, 2001: 23–30.
- [8] Chou J H, Yu H F, Chen Z Y. Interval estimation of value at risk for Taiwan weighted stock index based on extreme value theory[J]. *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, 2008, 25: 31–42.
- [9] 马玉林, 周林. 沪市 VaR 估计误差及其实证 [J]. *统计与决策*, 2005, 11: 99–101.
Ma Y L, Zhou L. VaR estimation error in Shanghai stock market and empirical study[J]. *Statistics and Decision*, 2005, 11: 99–101.
- [10] 杜红军, 刘小茂. 金融资产的 CVaR 风险的区间估计及假设检验 [J]. *数理统计与管理*, 2007, 26(1): 119–124.
Du H J, Liu X M. The confidence interval and hypothesis test of conditional value-at-risk for asset[J]. *Application of Statistics and Management*, 2007, 26(1): 119–124.
- [11] Jenkinson A F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements[J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 1955, 81: 145–158.
- [12] Tutan G B, David W. A conditional extreme value volatility estimator based on high-frequency returns[J]. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 2007, 3(2): 361–397.
- [13] Sen P K, Singer J M. *Large Sample Methods in Statistics: An Introduction with Applications*[M]. New York: Chapman & Hall, 1993.
- [14] Booth G G, Broussard J P, Martikainen T. Prudent margin levels in the Finnish stock index market[J]. *Management Science*, 1997, 43: 1177–1188.
- [15] 张揖平, 洪明钦. “风险值的风险”之探讨——以台湾加权股价指数和新台币对美元汇率为例 [J]. *风险管理学报*, 2003, 5(2): 195–214.
Chang Y P, Hung M C. Estimating the risk of value at risk — The case of Taiwan weighted stock index and TWD/USD exchange rate[J]. *Journal of Risk Management*, 2003, 5(2): 195–214.
- [16] 王春峰. *金融市场风险管理* [M]. 天津: 天津大学出版社, 2001.
Wang C F. *Management of Financial Market Risk*[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 2001.