

# 木卫一等离子体环中冷热离子的轨迹<sup>\*</sup>

杨亚芬,陈出新

(中国科学院基础等离子体物理重点实验室;中国科学技术大学地球和空间科学学院,安徽合肥 230026)

**摘要:**通过模拟木卫一等离子体环中冷热离子的轨迹来分析离心力对冷热离子作用的大小,说明冷离子在离心力的约束下沿着磁力线来回反射,不可能进入木星大气层,而离心力对热离子运动的影响不大。木卫一等离子体环主要由高密度的冷等离子体组成,因此还需要一个能使冷离子离开木卫一等离子体环进入木星大气层的机制,使它能够引发木卫一尾迹极光的发射。

**关键词:**冷热离子;木星磁层;木卫一等离子体环;木卫一尾迹极光

**中图分类号:**P354      **文献标识码:**A

## The tracks of cold/hot ions in the Io plasma torus

YANG Ya-fen, CHEN Chu-xin

(CAS Key Laboratory of Basic Plasma Physics; School of Earth and Space Sciences, USTC, Hefei 230026, China)

**Abstract:** The effect of the centrifugal force on cold/hot ions was analyzed through simulating the tracks of the cold/hot ions in the Io plasma torus. It is confirmed that cold ions reflected along the magnetic field line under the action of the centrifugal force in the Io plasma torus cannot enter Jupiter's atmosphere, and hot ions are not affected very well by the centrifugal force. The Io plasma torus consists chiefly of high dense cold plasma, a mechanism is thus needed for cold ions to enter Jupiter's atmosphere and trigger the emissions of Io's wake.

**Key words:** cold/hot ions; Jupiter's magnetosphere; Io plasma torus; aurora of Io's wake

## 0 引言

极光活动不可避免地与行星的磁场相联系。在行星中,木星具有最强的表面磁场和最大的磁层。不难想像像木星这样快速旋转的大行星有强烈的极光活动。木星极光除了主椭圆极光外,还有来自与木卫一轨道相关联的不连续的发射。木卫一区域的发射有一个亮的头部,极光弧在经度方向逐渐变暗,形成木卫一的尾迹极光,可以参见文献[1]的图1(b)。木卫一尾迹极光的发射是由高能带电粒子的沉降产生

的,而这些带电粒子是从木卫一的等离子体环中进入木星大气层的<sup>[1, 2]</sup>。木卫一等离子体环被认为是木星磁层中主要的等离子体源,该环由里面的冷等离子体环和外面的热等离子体环组成<sup>[3]</sup>。在木星磁场中,一般认为有两种等离子体成分:①高密度的冷等离子体(几十个 eV),产生于木卫一轨道,在离心交换不稳定性下向外扩散;②低密度的热等离子体(>10 keV),产生于磁层较外面的区域,在离心交换不稳定性下向里扩散。这些等离子体将在离心力、引力、压强梯度和电磁力作用下运动,直到达到稳态。

\* 收稿日期:2007-01-19;修回日期:2007-06-19

基金项目:国家自然科学基金(40674092, 40474063)资助。

作者简介:杨亚芬,女,1981年生,博士生。研究方向:行星磁层的研究。E-mail: yangyf@mail.ustc.edu.cn

通讯作者:陈出新,博士/教授。E-mail: chuxin@ustc.edu.cn; Tel: 0551-3601233

目前关于木卫一尾迹极光的发射机制还不是很清楚<sup>[1]</sup>. 木卫一轨道处的冷等离子体要进入木星大气层必须要有一些加速机制使它有足够的能量. 本文主要在 Cauda<sup>[4]</sup>建立的自转轴对称磁场模型中模拟木卫一等离子体环中冷热离子的运动轨迹, 比较离心力、磁场力分别对冷热离子运动的影响, 从而了解木卫一等离子体环中冷热离子的运动情况, 推测木卫一尾迹极光的形成.

## 1 等离子体环中离子的理论分析

### 1.1 基本方程

我们建立一个以木星中心为原点的共转直角坐标系,  $z$  轴和木星旋转轴一致并且指向北,  $x$  轴在赤道平面径向向外,  $y$  轴由  $x$  和  $z$  按右手法则得到. 由于木星磁层随木星同步自转的非惯性效应不能忽略, 所以上述建立的坐标系为非惯性系. 在这个坐标系中, 离子的非相对论动量方程为

$$m \frac{du}{dt} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B} - m\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - 2m\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}. \quad (1)$$

式中,  $m$  为离子的质量,  $q$  为离子所带的电量,  $\mathbf{u}$  为离子速度,  $\mathbf{B}$  为木星磁场,  $\boldsymbol{\Omega}$  为木星自转角速度(在木卫一轨道附近的粒子与木星共转<sup>[5]</sup>),  $\mathbf{r}$  为离子到木星中心的距离.

在木卫一轨道上, 共转离子受到的向外的离心力比木星对它的向里的引力大 18 倍<sup>[6]</sup>. 我们将这个条件应用到整个木卫一等离子体环中, 讨论离子的运动情况时可以忽略木星的引力.

(I) 冷热离子的初始位置都取在木卫一轨道  $5.9R_J$  上的一点:

$$\left. \begin{array}{l} x|_{t=0} = 5.9R_J, \\ y|_{t=0} = 0, \\ z|_{t=0} = 0. \end{array} \right\} \quad (2)$$

(II) 等离子体环中冷热离子的平均动能由其温度决定, 所以冷热离子的初始速度大小可以由式(3)求得,

$$\frac{1}{2}m_i u_i^2|_{t=0} = \frac{3}{2}kT_i, \quad (3)$$

式中,  $i$  表示冷离子或热离子,  $k$  是玻尔兹曼常数,  $T_i$  是等离子体温度; 而方向由余纬  $\theta_0$  和方位角  $\varphi_0$  决定,

$$\left. \begin{array}{l} u_{i,x}|_{t=0} = \sin \theta_0 \cos \varphi_0 u_i|_{t=0}, \\ u_{i,y}|_{t=0} = \sin \theta_0 \sin \varphi_0 u_i|_{t=0}, \\ u_{i,z}|_{t=0} = \cos \theta_0 u_i|_{t=0}. \end{array} \right\} \quad (4)$$

### 1.2 参数输入

在我们的计算中, 木星磁场  $B_0 = 4.2 \times 10^{-4}$  T, 木星半径  $R_J = 7.14 \times 10^7$  m. 我们假设木星内部磁场只有冷离子和热离子两种离子成分. 冷离子的平均粒子质量为 21 个原子单位<sup>[7]</sup>, 热离子的平均粒子质量为 16 个原子单位<sup>[8]</sup>. 为了易于比较式(1)中各项对不同温度离子运动的影响, 我们不考虑电子, 并假设不同温度时的离子是一次电离的, 即带电量均为  $q=e$ .

从文献[3]的图 1 读取木卫一等离子体环  $R_0 = 5.9R_J$  处冷等离子体的温度  $T_{\text{cold}} = 60$  eV, 从文献[8]的图 4 读取热等离子体的温度  $T_{\text{hot}} = 2 \times 10^5$  eV.

通常木星磁场可以分为内部磁场、中部磁场和外部磁场三个主要的部分. 在本文中, 我们主要考虑在内部磁场粒子的运动情况, 建立木星的内部磁场可以参见文献[4]. 文献[4]给出了极坐标系中用欧拉势表示的磁场:

$$\left. \begin{array}{l} B_r = \frac{R_J}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta}, \\ B_\theta = -\frac{R_J}{r \sin \theta} \frac{\partial \alpha}{\partial r}, \\ B_\varphi = 0. \end{array} \right\} \quad (5)$$

文献[4]在计算木星内部磁场的过程中做了一些简化和假设: ①木星的旋转轴和它磁场的偶极矩一致; ②磁场和等离子体关于这个轴成对称分布; ③等离子体是各向同性的; ④忽略木星的引力. 由上面几式给出的磁力线在子午面上的分布见图 1, 磁场关于  $x$  轴对称, 图中只给出了  $z>0$  的磁场.

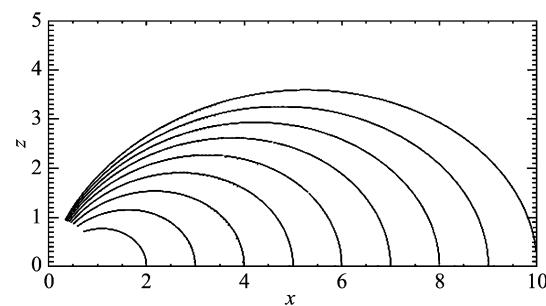


图 1 子午面上的磁力线投影(引自文献[9]的图 5)

Fig. 1 The projection of the magnetic field on the meridian plane (quoted from Fig. 5 of Ref. [9])

我们把上面的磁场转化到本文建立的直角坐标系中:

$$\left. \begin{aligned} B_x &= \sin \theta \cos \varphi B_r + \cos \theta \cos \varphi B_\theta - \sin \varphi B_\varphi, \\ B_y &= \sin \theta \sin \varphi B_r + \cos \theta \sin \varphi B_\theta + \cos \varphi B_\varphi, \\ B_z &= \cos \theta B_r - \sin \theta B_\theta. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

### 1.3 计算结果

考虑上面各系数,对冷热离子的动量方程(1)用四阶龙格-库塔法进行迭代计算,每一步由离子在垂直磁场平面内回旋运动所对应的圆心角  $5^\circ < \delta\varphi < 10^\circ$  ( $\delta\varphi = \frac{dl}{r_c} \frac{180}{\pi}$ , 为离子在垂直磁场平面内每一步所走的路程,即圆心角所对应的弧长)和沿磁力线运动的距离  $dr < R_J/100$  决定. 在这部分中,我们将分别给出冷热离子的计算结果. 由于本文中木星磁场是轴对称的,我们主要考察离子沿磁力线的运动,所以在下面的计算中取离子的初始位置在木卫一轨道上一点,即  $x=5.9R_J$ ,  $y=0$ ,  $z=0$ , 初速度在  $xz$  平面上,即  $\varphi_0=0$ .

#### 1.3.1 冷离子

考虑方程(1),我们给出了冷离子不同的初始速度方向下的运动轨迹.

(I)  $\theta_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ , 即离子在初始位置沿着磁力线向上开始运动,其在各个坐标面上的运动轨迹如图 2 和图 3 所示. 比较图 1 和图 2,并结合图 3 可知,在这种初始条件下,离子基本上沿着磁力线运动,在  $y$  方向上的位移很小. 并且由于向外的离心力作用,离子沿磁力线很快被反射回来,所以离子被约束在磁场中,沿着磁力线来回反射.

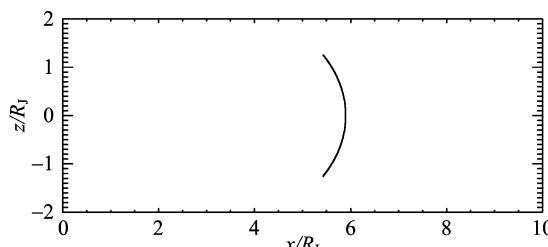


图 2 初始速度方向  $\theta_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,  $y=0$ ,  $z=0$  时冷离子在  $xz$  平面上的运动轨迹

Fig. 2 The trajectory of the cold ion on  $xz$  plane, when the direction of the initial velocity is  $\theta_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ , and the initial position is  $x=5.9R_J$ ,  $y=0$ ,  $z=0$

(II)  $\theta_0=45^\circ$ ,  $\varphi_0=0$ , 即离子在  $x$  和  $z$  方向都有初速度,其在  $xz$  平面上的运动轨迹如图 4. 从图 4 可知,离子的初始速度不与磁力线平行,所以离子沿磁力线运动的路径较图 2 短,即离子来回反射的路

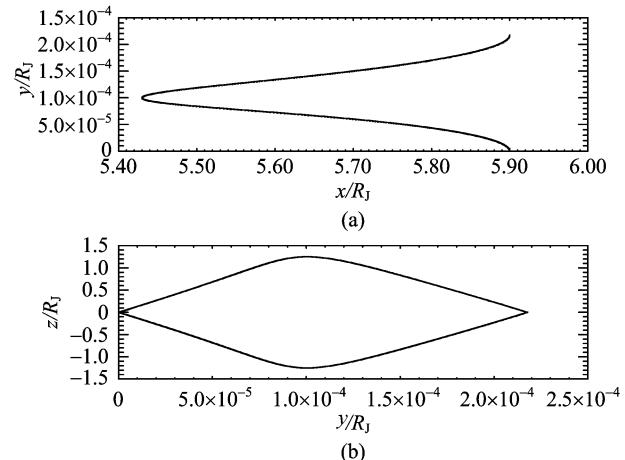


图 3 初始速度方向  $\theta_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,

$y=0$ ,  $z=0$  时冷离子在  $xy$  和  $yz$  平面上的运动轨迹

Fig. 3 The trajectories of the cold ion on  $xy$  and  $yz$  plane respectively, when the direction of the initial velocity is  $\theta_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ , and the position is  $x=5.9R_J$ ,  $y=0$ ,  $z=0$

程较图 2 小. 离子在  $xy$  和  $yz$  平面上的运动轨迹与图 3 大体上相似,只是由于离子的初速度与磁力线有夹角,使离子有平行和垂直于磁场的初速度,所以离子在  $xy$  和  $yz$  平面上沿着和图 3 中类似的轨迹做相应的螺旋运动.

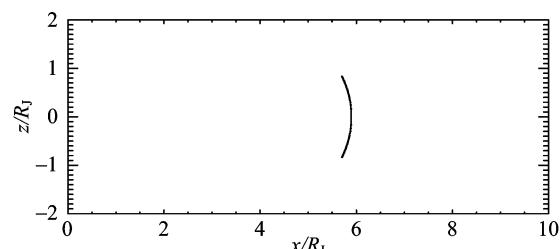


图 4 初始速度方向  $\theta_0=45^\circ$ ,  $\varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,  $y=0$ ,  $z=0$  时冷离子在  $xz$  平面上的运动轨迹

Fig. 4 The trajectory of the cold ion on  $xz$  plane, when the direction of the initial velocity is  $\theta_0=45^\circ$ ,  $\varphi_0=0$ , and the initial position is  $x=5.9R_J$ ,  $y=0$ ,  $z=0$

上面的情况都是考虑了冷离子动量方程(1)中的离心力和洛伦兹力,经过我们的计算可知,科里奥利力对冷热离子运动总的影响都不大,这是由于离子运动过程中科里奥利力不断变化,总的效果可以忽略. 下面我们简单地给出相应初速度条件下不考虑离心力作用的结果.

(i)  $\theta_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ , 不考虑离心力,离子在初始位置沿着磁力线向上开始运动,其在  $xz$  面上的运动轨迹如图 5 所示. 比较图 5 和图 2,冷离子在不考

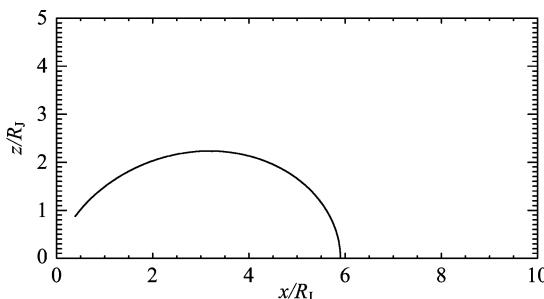


图 5 不考虑离心力,  $\theta_0=0, \varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,  $y=0, z=0$  时冷离子在  $xz$  平面上的运动轨迹

Fig. 5 No taking the centrifugal force into account, the trajectory of the cold ion on  $xz$  plane, when  $\theta_0=0, \varphi_0=0$ , and the initial position is  $x=5.9R_J, y=0, z=0$

虑离心力时沿磁力线运动进入木星大气层,由此可知离心力对冷等离子体运动的影响不能忽略。在沿磁力线向里运动时离子平行磁场的动能除了转化为垂直磁场的动能外,一部分还要转化为离子的离心势能。

(ii)  $\theta_0=45^\circ, \varphi_0=0$ , 不考虑离心力, 离子在  $x$  和  $z$  方向都有初速度, 其在  $xz$  面上的运动轨迹如图 6, 在  $xy$  和  $yz$  面上的轨迹同考虑离心力时的情况相同, 离子在这两个面上沿着和图 3 中类似的轨迹做相应的螺旋运动。

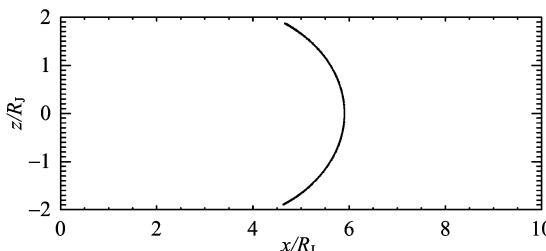


图 6 不考虑离心力,  $\theta_0=45^\circ, \varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,  $y=0, z=0$  时冷离子在  $xz$  平面上的运动轨迹

Fig. 6 No taking the centrifugal force into account, the trajectory of the cold ion on  $xz$  plane, when  $\theta_0=45^\circ, \varphi_0=0$ , and the initial position is  $x=5.9R_J, y=0, z=0$

从上面冷离子的各个图中, 可以看出离心力约束着冷离子沿着磁力线运动进入大气层, 所以在考虑冷离子时, 必须要考虑离心力的作用。

### 1.3.2 热离子

在这部分中, 我们主要考虑方程(1), 给出了热离子不同的初始速度方向下的运动轨迹。

(I)  $\theta_0=0, \varphi_0=0$  即离子在初始位置沿着磁力线向上开始运动, 其在  $xz$  面上的运动轨迹如图 7 所示。从图 7 可知, 热离子在这种情况下和不考虑离心力时相应情况下冷离子的运动相同, 离子沿着磁力线运动最后进入木星大气层。

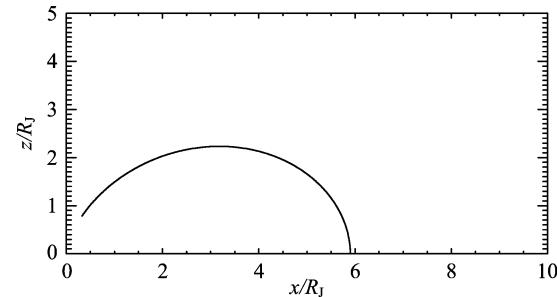


图 7 初始速度方向  $\theta_0=0, \varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,  $y=0, z=0$  时热离子在  $xz$  平面上的运动轨迹

Fig. 7 The trajectory of the hot ion on  $xz$  plane, when the direction of the initial velocity is  $\theta_0=0, \varphi_0=0$ , and the initial position is  $x=5.9R_J, y=0, z=0$

(II)  $\theta_0=45^\circ, \varphi_0=0$  离子在  $x$  和  $z$  方向上有初速度, 其在  $xz$  面上的运动轨迹如图 8 所示。离子在  $xy$  和  $yz$  面上的运动轨迹和相应情况下不考虑离心力时冷离子的轨迹大体相同, 离子在这两个面上也都做相同的螺旋运动。

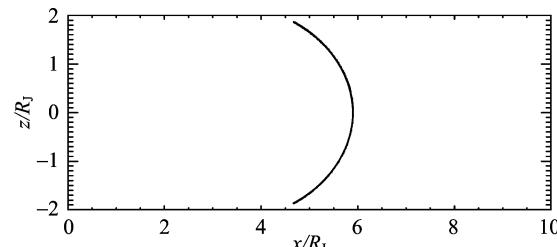


图 8 初始速度方向  $\theta_0=45^\circ, \varphi_0=0$ , 初始位置  $x=5.9R_J$ ,  $y=0, z=0$  时热离子在  $xz$  平面上的运动轨迹

Fig. 8 The trajectory of the hot ion on  $xz$  plane, when the direction of the initial velocity is  $\theta_0=45^\circ, \varphi_0=0$ , and the initial position is  $x=5.9R_J, y=0, z=0$

上面给出了热离子在各种力作用下的运动轨迹, 下面对比给出热离子在不受离心力作用下的运动轨迹。

(i)  $\theta_0=0, \varphi_0=0$ , 不考虑离心力, 离子在初始位置沿着磁力线向上开始运动, 其在  $xz$  面上的运动轨迹和图 7 所示相同。由此可知, 热离子的运动情况基本上和考虑离心力时的运动相同, 即沿着磁力线运动最后进入木星大气层。

(ii)  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $\varphi_0 = 0$ , 不考虑离心力, 离子在  $x$  和  $z$  方向上有初速度, 其在  $xz$  面上的运动轨迹和图 8 所示相同. 在这种情况下, 热离子在各个坐标面上的运动轨迹基本上和相同情况下考虑离心力时的运动相同, 离子在  $xy$  和  $yz$  面上做相同的螺旋运动, 且离子沿着磁力线来回反射.

从图 7、图 8 可以知道离心力对热离子运动的影响不大, 所以在分析木星磁层中热离子运动时, 离心力不起支配作用.

无论是否考虑了离心力, 在初始速度  $\theta_0 = 90^\circ$ ,  $\varphi_0 = 0$  时冷热离子在沿着磁力线方向上没有初始速度, 所以在这种情况下, 冷热离子都不会沿着磁力线运动.

## 2 结论

我们给出了冷热离子在不同初始速度条件下沿磁力线的运动轨迹, 并且给出了相应条件下不考虑离心力时离子的运动轨迹, 从而可以比较分析出离心力分别对冷热离子运动的影响. 科里奥利力对冷热离子运动总的影响不明显. 在不考虑离心力, 冷热离子都只受电磁力作用时, 无论是冷离子还是热离子, 当初速度沿着磁力线开始运动时, 离子都能从磁层进入木星大气层. 当初速度与磁力线有夹角, 且  $\theta_0 > \theta_c$  ( $\theta_c$  为木星磁场形成的磁镜的临界入射角) 时, 离子在磁场中运动到某点会被反射回来, 被约束在磁场中. 在相同的初始速度条件下, 分别比较冷热离子在考虑离心力和不考虑离心力两种情况下的运动轨迹, 我们可以发现离心力约束着冷离子沿磁力线的运动, 而对热离子的作用很小.

我们知道在木星电离层木卫一尾迹相关联的区域有持久的极光发射的现象, 这个极光弧形向东在经度方向(木星自转的方向)延伸几十度, 即木卫一尾迹极光. 木卫一等离子体环主要由高密度的冷等离子体组成, 从上面的计算可知, 等离子体环中冷离子受离心力约束在磁场一定的范围内运动, 不可能沿着磁力线进入木星大气层引起木卫一尾迹极光的发射. 因此我们可以推测等离子体环中的冷离子需要一个能使它进入大气层的机制. 现在大部分人认

为有两种可能的加速机制: 一种是由木卫一和木星磁场相互作用产生阿尔芬扰动, 阿尔芬波在等离子体环边界和木星电离层间不断反射向下游传播, 离子从阿尔芬波获得能量, 最后进入损失锥引起极光发射<sup>[10]</sup>; 另一种是平行电场(向上的伯克兰电场)加速离子, 使其离开等离子体环产生极光弧形<sup>[2, 11]</sup>.

## 参考文献(References)

- [1] Clarke J T, Ajello J, Ballester G, et al. Ultraviolet emissions from the magnetic footprints of Io, Ganymede and Europa on Jupiter[J]. Nature, 2002, 415: 997-1 000.
- [2] Su Y J, Ergun R E, Bagenal F, et al. Io-related Jovian auroral arcs: Modeling parallel electric fields[J]. J Geophys Res, 2003, 108(A2): 1 094-1 103.
- [3] Bagenal F. Empirical model of the Io plasma torus: Voyager measurements[J]. J Geophys Res, 1994, 99 (A6): 11 043-11 062.
- [4] Caudal G. A self-consistent model of Jupiter's magnetodisc including the effects of centrifugal force and pressure[J]. J Geophys Res, 1986, 91 (A4): 4 201-4 221.
- [5] Hill T W. Inertial limit on corotation[J]. J Geophys Res, 1979, 84: 6 554-6 558.
- [6] Siscoe G L, Summers D. Centrifugally driven diffusion of Iogenic plasma[J]. J Geophys Res, 1981, 86(A10): 8 471-8 479.
- [7] Siscoe G L, Eviatar A, Thorne R M, et al. Ring current impoundment of the Io plasma torus[J]. J Geophys Res, 1981, 86(A10): 8 480-8 484.
- [8] Mauk B H, Gary S A, Kane M, et al. Hot plasma parameters of Jupiter's inner magnetosphere[J]. J Geophys Res, 1996, 101(A4): 7 685-7 695.
- [9] Chen C X, Numerical simulation of the Io-torus-driven radial plasma transport[J]. J Geophys Res, 2003, 108 (A10): 1 376-1 389.
- [10] Crary F J, Bagenal F. Coupling the plasma interaction at Io to Jupiter[J]. Geophys Res Lett, 1997, 24(17): 2 135-2 138.
- [11] Hill T W, Vasyliunas V M. Jovian auroral signature of Io's corotational wake[J]. J Geophys Res, 2002, 107 (A12): 1 464-1 468.