

## 再制造品最优定价及市场挤兑与市场增长效应分析

但斌, 丁雪峰

(重庆大学 经济与工商管理学院, 重庆 400044)

**摘要** 考虑消费者对再制造品的价值评价低于新产品, 研究了产品回收充足条件下的再制造静态定价和受回收率限制的两阶段再制造动态最优定价; 在回收数量充足的最优决策中, 不同的再制造成本决定了不同的再制造产品选择, 再制造品对新产品产生市场挤兑, 同时导致了产品市场的增长, 增长效应导致利润的增加, 这种市场挤兑和增长效应来源于再制造品的成本节省和价值折扣。在两阶段再制造动态最优决策中, 再制造不仅对第二阶段的新产品形成挤兑和整个产品市场增长, 并且对第一阶段的新产品产生增长效应, 增长程度受到回收率的影响。因此建议企业采用环保宣传增加消费者对再制造品的认可, 以及提高回收率来增加企业再制造利润。

**关键词** 再制造品; 最优定价; 市场挤兑; 市场增长

## Optimal pricing for the remanufactured products and analyzing the effect of cannibalization and market growth

DAN Bin, DING Xue-feng

(School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract** Consumer's willingness to pay for remanufactured products is less than their willingness to pay for new products. On this basis, we studied the static optimal pricing and two-period dynamic pricing of new products and remanufactured products for a monopolist, the results state that remanufactured products not only cannibalize sales of new products, but make the whole market grow and the profit increasing. During two-period dynamic pricing for remanufactured products, the remanufactured products not only cannibalize sales of the second period new products, but also lead to the new products sales grow in first period, and the total profits is increasing in the return rate. Therefore we recommend that company can arouse environmental awareness of consumers, as well as improve the return rate to increase the profits of company.

**Keywords** remanufactured products; optimal pricing; market cannibalization; market growth

### 1 引言

随着人们对环境的关注, 越来越多的国家和企业开始重视废旧产品回收再制造。再制造不仅可以减少废旧产品对环境的污染, 而且可以降低资源和能源的消耗。以废旧轮胎翻新(再制造)为例, 翻新一条轮胎消耗的原材料只相当于制造一条同规格新轮胎的 15%–30%, 消耗的能源为新轮胎的 20%–30%。更重要的是再制造可以给企业节省成本、增加利润、提升企业竞争力<sup>[1]</sup>。因此, 再制造品的决策成为当前企业管理者和学者热点关注的问题<sup>[2–3]</sup>。

再制造品是利用回收旧产品(或零部件)进行翻新或再制造而得到的, 它在功能和外观上与新产品没有明显差异, 翻新(再制造)产品采用旧的零部件对消费者是不易观察的信息。因此在研究再制造条件下闭环供应链决策中, 有学者把再制造品与新产品以相同价格对待<sup>[4–5]</sup>。然而, 相同的定价造成了再制造品与新产品

收稿日期: 2009-05-31

资助项目: 国家自然科学基金(70671011); 国家高技术研究发展计划(863 计划)(2007AA04Z1B1)

作者简介: 但斌(1966–), 男, 重庆人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 物流与供应链管理, E-mail: danbin@cqu.edu.cn; 丁雪峰(1974–), 男, 湖北黄梅人, 博士研究生, 研究方向: 物流与供应链管理。

在市场上的混乱, 消费者逐渐也认识到再制造品与新产品在质量上的差异。于是一些学者开始假设再制造产品比新产品更低的价格来研究再制造的决策问题: 例如, Debo 等以再制造品在消费者心中的价值评价低于新产品为基础, 指出不同的技术选择会影响到这种价值, 并得出再制造最优价格必须与再制造能力适应, 并把这种能力扩展到竞争的环境中<sup>[6]</sup>; Vorasayan 等<sup>[7]</sup>针对翻新产品的不同价格集影响新产品和翻新产品的数量, 得出了翻新产品的最优价格和数量, 同时为了竞争, 原始设备制造商 (OEM) 需要选择适当的翻新比例才能实现利润最大化。Guide 等<sup>[8]</sup>根据回收产品质量与成本的关系, 得出了再制造品的最优价格。徐峰等<sup>[9]</sup>在异质消费群体的不同需求基础上, 研究了新产品与再制造产品的差异定价, 并且与单一定价进行对比, 得出不同定价方式对利润和回收率的影响。从再制造产品独立销售的市场来看, 再制造品的低成本优势能够使企业盈利, 但是与新产品同时出现在相同的市场时, 情况则会不同: 与新产品相比, 再制造品边际利润可能较低(再制造品较低的价格减去较低的成本可能小于新产品较高的价格减去较高的成本), 即提供一个单位的再制造品获得利润要低于一个单位新产品的利润, 低价格使消费者选择再制造品而不买新产品, 于是再制造品对新产品产生挤兑 (Cannibalization) 效应<sup>[10]</sup>。再制造品的挤兑效应同样发生在相互竞争的企业之间, 因此许多企业把再制造品作为对付竞争对手的手段<sup>[11-12]</sup>, 垄断者还可以通过一些措施 (如先行策略<sup>[13]</sup>、成本威胁策略<sup>[14]</sup>) 来阻止竞争对手进入再制造市场。

上述文献只是静态地从成本节省与异质消费群体的角度研究了再制造品与新产品的价格和数量关系, 研究基本建立在再制造成本低于新产品成本这一较大范围的假设, 没有对再制造成本区间更进一步的细分, 而且结论只认为再制造品对新产品产生市场挤兑效应(包括内部挤兑和外部挤兑), 这种效应会造成新产品数量减少和利润的损失, 然而再制造对整个产品市场增长和利润增加的作用往往被忽视。鉴于此, 本文将细分再制造的成本区间, 以消费者对再制造品的价值评价低于新产品评价为基础, 研究垄断企业再制造的最优定价及最优销量, 进一步分析再制造品对新产品的挤兑效应及对整个产品市场增长效应。文章首先研究回收数量供应充足条件下的静态定价和再制造数量受回收率限制的两阶段动态定价, 并在两阶段定价中, 增加了资金收益率, 然后研究再制造品对新产品的市场挤兑与市场增长效应。

## 2 基本模型分析

本文研究的是一个寡头垄断市场, 制造商提供一种功能的产品, 该产品可以用原材料生产, 得到的产品为新产品, 新产品的单位成本为  $c_n$ , 价格为  $p_n$ ; 也可以利用回收的旧产品(如回收的硒鼓、废旧轮胎、废旧手机电池)进行再制造(得到产品为再制造品), 设再制造品单位成本为  $c_r$ , 且  $c_r < c_n$ , 价格为  $p_r$ , 新产品和再制造品属于相同的产品系列, 功能和质量上没有多大的差异, 但是在价格上存在差异, 设新产品的价格会高于再制造品的价格, 即  $p_n > p_r$ ; 消费者对两种产品有不同的价值评价: 设对新产品的价值评价为  $v$ , 且服从  $[0,1]$  均匀分布<sup>[13]</sup>, 对再制造品价值评价是新产品的折扣  $\alpha(0 < \alpha < 1)$ ; 则消费者购买新产品的效用为  $U_n = v - p_n$ , 购买再制造品的效用为  $U_r = \alpha v - p_r$ . 消费者对两种产品的选择取决于两种产品的效用关系: 当  $U_n > U_r$  时, 消费者购买新产品; 反之, 则购买再制造品。在消费者对两种产品的价值评价确定条件下, 这两种产品效用取决于制造商对两种产品定价, 即  $p_n$  和  $p_r$  大小关系决定了消费者行为选择:

1) 当  $\alpha p_n < p_r < p_n$ , 即制造商给新产品制定较低的价格、或者说给再制造品制定较高的价格时, 由  $\alpha v - p_r < \alpha v - \alpha p_n = \alpha(v - p_n) < v - p_n \Rightarrow U_r < U_n$ , 即两种产品效用之间只存在一种关系: 购买再制造品效用小于新产品效用, 此时消费者只选择新产品, 因此在  $\Delta$  个消费者中购买新产品的比例是新产品效用大于 0 的概率, 即  $p\{U_n > 0\} = p\{v - p_n > 0\}$ , 由于  $v$  服从  $[0,1]$  均匀分布, 因此新产品的需求数量为:

$$q_n = \Delta(1 - p_n).$$

此时, 没有消费者愿意购买再制造品, 再制造品的需求为 0, 即:  $q_r = 0$ .

因此没有再制造品的决策模型为:

$$\max_{p_n} \Pi_{NR} = q_n(p_n - c_n) \quad (1)$$

2) 当  $p_r \leq \alpha p_n$ , 即制造商给再制造品制定较低的价格时, 此时两种产品的效用之间存在两种关系:  $U_n > U_r$  或  $U_n \leq U_r$ .

若  $U_n > U_r$ , 得到  $p\{U_n > U_r\} = p\{v - p_n > \alpha v - p_r\} = p\{v > (p_n - p_r)/(1 - \alpha)\}$ ,  $v$  服从  $[0,1]$  均匀分布, 所以,  $p\{U_n > U_r\} = 1 - \frac{p_n - p_r}{1 - \alpha}$ .

因此消费者选择新产品的需求为:

$$q_n = \Delta \left( 1 - \frac{p_n - p_r}{1 - \alpha} \right).$$

若  $U_n \leq U_r$  时, 那些对价格比较敏感的消费者, 愿意购买再制造品, 购买再制造品的概率为:

$$\begin{aligned} p\{(U_n \leq U_r) \cap (U_r > 0)\} &= p\{(v - p_n \leq \alpha v - p_r) \cap (\alpha v - p_r > 0)\} \\ &= p\{p_r/\alpha < v \leq (p_n - p_r)/(1 - \alpha)\} \\ &= (\alpha p_n - p_r)/[\alpha(1 - \alpha)]. \end{aligned}$$

因此再制造品的需求为:

$$q_r = \Delta(\alpha p_n - p_r)/(1 - \alpha)\alpha.$$

### 3 再制造产品最优定价

为了对比分析, 首先研究不进行再制造的情形.

#### 3.1 不进行再制造

根据模型 (1) 求解最优解, 得到没有再制造的制造商最优定价、最优销量和最优利润为:

$$p_{NR} = (1 + c_n)/2, \quad q_{NR} = \Delta(1 - c_n)/2, \quad \Pi_{NR} = \Delta(1 - c_n)^2/4.$$

#### 3.2 回收数量充足条件下静态最优定价

再制造静态决策就是考虑再制造品的原料 (废旧品) 供应充足, 再制造决策数量不受限制. 因此制造商同时提供再制造品和新产品, 此时决策模型为:

$$\max_{p_n, p_r} \Pi_R = q_n(p_n - c_n) + q_r(p_r - c_r) \quad (2)$$

对目标函数求一阶和二阶导数:  $\frac{\partial \Pi_R}{\partial p_r} = \frac{(2p_n - c_n)\alpha - 2p_r + c_r}{\alpha(1 - \alpha)}$ ,  $\frac{\partial \Pi_R}{\partial p_n} = \frac{1 - \alpha - 2p_n + 2p_r + c_n - c_r}{1 - \alpha}$ ,  $\frac{\partial \Pi_R^2}{\partial p_r^2} = \frac{-2}{\alpha(1 - \alpha)} < 0$ ,  $\frac{\partial \Pi_R^2}{\partial p_n^2} = \frac{-2}{1 - \alpha} < 0$ ,  $\frac{\partial \Pi_R^2}{\partial p_n \partial p_r} = \frac{2}{1 - \alpha} > 0$ , 因此海塞矩阵行列式  $|H| > 0$ , 模型存在唯一最优解, 根据一阶条件等于 0, 最优解为:

$$p_n = (1 + c_n)/2, \quad p_r = (c_r + \alpha)/2 \quad (3)$$

根据第 2 节分析知道只有当  $\alpha p_n > p_r$  时, 消费者才会可能选择再制造产品, 否则会全部选择新产品, 因此要求  $\alpha p_n > p_r$ , 才能保证再制造能够盈利, 即要求  $\alpha(1 + c_n)/2 > (c_r + \alpha)/2$ , 得到  $c_r < \alpha c_n$ , 因此得到如下命题:

**命题 1** 当且仅当  $c_r < \alpha c_n$ , 制造商再制造才能盈利.

从命题 1 看出制造商是否再制造, 取决于消费者对再制造品的价值折扣系数  $\alpha$  和再制造成本  $c_r$  相互关系: 当再制造品的成本  $c_r \geq \alpha c_n$  (如图 1 中 A 区域), 再制造不能够使制造商盈利, 因此再制造品的成本低于新产品的成本 ( $c_r < c_n$ ) 不是企业进行再制造的充分条件, 只有当再制造品成本  $c_r < \alpha c_n$  再制造才能盈利.  $\alpha c_n$  是再制造成本是否再制造的临界值, 在新产品成本不变的条件下, 价值折扣 ( $\alpha$ ) 越大 (A 区域的面积越小, B 和 C 区域面积越大), 说明再制造品在消费者心中的价值越接近新产品, 再制造成本越容易小于这个临界值, 再制造的可能性越大; 价值折扣 ( $\alpha$ ) 越小 (A 区域的面积越大, B 和 C 区域面积越小), 再制造品与新产品价值差距越大, 再制造成本小于临界值的空间越小 (B 和 C 空间), 进行再制造的难度越大. 随着人们环保意识的增强, 越来越多的人认可再制造品, 因此再制造品和新产品在消费者心中的价值越来越接近, 再制造越来越容易, 制造商则更加愿意再制造.

**命题 2** 在再制造能够盈利条件下 ( $c_r < \alpha c_n$ ), 存在一个  $h = c_n - (1 - \alpha)$ , 当  $c_r > h$  时, 制造商最优决策是提供新产品和再制造品, 两种产品的最优价格和最优销量为:  $p_n = (1 + c_n)/2$ ,  $p_r = (c_r + \alpha)/2$ ,  $q_n = \frac{1 - \alpha - (c_n - c_r)}{2(1 - \alpha)}\Delta$ ,  $q_r = \frac{(\alpha c_n - c_r)}{2\alpha(1 - \alpha)}\Delta$ ; 当  $c_r \leq h$  时, 制造商最优决策为只提供再制造品, 再制造品最优定价和最优销量为:  $p_r = (c_r + \alpha)/2$ ,  $q_r = \Delta(\alpha - c_r)/2\alpha$ .

**证明** 由 (3) 式最优价格得到最优销量  $q_n = \frac{1 - \alpha - (c_n - c_r)}{2(1 - \alpha)}\Delta$ ,  $q_r = \frac{(\alpha c_n - c_r)}{2\alpha(1 - \alpha)}\Delta$ , 知  $q_n$  是  $c_r$  的线性增函数,  $q_n$  随  $c_r$  减小而减小, 当  $q_n > 0$  时, 制造商可以提供新产品和再制造品, 即  $c_r > \alpha - 1 + c_n$ , 否则  $q_n \leq 0$ , 即  $c_r \leq \alpha - 1 + c_n$ , 此时制造商最优决策只提供再制造产品, 对再制造品的需求根据效用  $U_r = \alpha v - p_r > 0$ , 得到  $q_r = \Delta(1 - p_r/\alpha)$ , 因此利润函数为  $\Pi_R = q_r(p_r - c_r)$ , 根据利润最大化对  $p_r$  求一阶导数:  $\partial \Pi_R / \partial p_r = (\alpha + c_r - 2p_r)/\alpha = 0$ , 因此最优价格  $p_r = (c_r + \alpha)/2$ , 最优销量  $q_r = \Delta(\alpha - c_r)/2\alpha$ . 命题 2 得证.

从命题 2 可以看出, 当再制造成本不太小 ( $\alpha c_n > c_r > h$ , 如图 1 中 B 区间) 时, 制造商的最优策略是提供新产品和再制造品, 新产品的最优价格受新产品成本影响, 再制造品的最优价格除了受成本 ( $c_r$ ) 影响外, 还受价值折扣 ( $\alpha$ ) 影响, 价值折扣值越大, 消费者越乐意接受再制造产品, 再制造品价格越高.

从此时的最优定价还可以看出, 再制造品的边际利润小于新产品的边际利润 ( $p_r - c_r < p_n - c_n$ ), 即提供单位再制造品比新产品获得更低的利润, 从直观上看, 在消费者每次只能选择一种产品条件下, 制造商提供再制造品总会导致新产品利润的损失, 从而制造商不愿意进行再制造. 然而, 命题 2 的结论是制造商愿意同时提供两种产品, 并且再制造品最优销量  $q_r$  随再制造成本  $c_r$  的减少而增加、随价值折扣  $\alpha$  的增加而增加, 说明再制造产品较低的成本和较高价值认可使得再制造产品有更多的销量, 新产品的最优销量则随两种因素减少的趋势, 说明再制造产品对新产品产生了内部挤兑效应: 在市场容量不变的条件下, (低边际利润的) 再制造品的增加, 必然导致 (较高边际利润的) 新产品的减少, 制造商总体利润应该会减少. 然而制造商的利润不但没有减少, 反而增加了, 导致这种现象的主要原因是再制造品产生的市场增长效应, 增长效应弥补了挤兑效应造成的利润损失, 关于市场挤兑效应和增长效应将在第 4 节做详细分析.

当再制造成本很小 ( $c_r \leq h$ , 如图 1 中 C 区间) 时, 再制造产品比新产品具有更低的成本优势, 因此再制造产品具有更高的边际利润 ( $p_r - c_r = (\alpha - c_r)/2 > p_n - c_n = (1 - c_n)/2$ ), 此时制造商愿意全部提供再制造产品, 新产品完全被挤出市场. 此时再制品最优定价由再制造成本 ( $c_r$ ) 决定, 此时最优利润  $\Pi_R = \Delta(\alpha - c_r)^2 / 4\alpha$  是再制造成本的减函数, 再制品的成本越低, 利润越大, 价值折扣越大, 利润越大.

### 3.3 回收数量限制的两阶段动态最优定价

上一节研究了回收产品的供应数量充足条件下静态最优定价,但在现实中,回收产品并不总是充足的,再制造产品的数量受到新产品销售量的影响.因此,这里考虑两阶段动态再制造定价问题,第一阶段垄断者只提供新产品,第二阶段提供新产品和再制品.设第一阶段新产品的价格为  $p_1$ ,则消费者购买新产品的效用为  $U_n = v - p_1$ ,类似第 2 节,第一阶段新产品的需求数量为  $q_1 = \Delta(1 - p_1)$ .

若第二阶段新产品的价格为  $p_{2n}$ , 再制造品价格为  $p_{2r}$ , 两阶段市场容量不变的条件下, 两种产品的市场需求分别为:

$$q_{2n} = \Delta \left( 1 - \frac{p_{2n} - p_{2r}}{1 - \alpha} \right), \quad q_{2r} = \Delta(\alpha p_{2n} - p_{2r}) / (1 - \alpha)\alpha.$$

设产品的回收率为  $\rho$  ( $0 < \rho \leq 1$ ), 则第二阶段可以用于再制品的数量满足  $q_{2r} \leq \rho q_1$ . 在考虑资金时间价值条件下, 第一阶段销售利润到折现到第二阶段存在一定的资金收益, 若资金收益率为  $\theta$  (或银行利率), 第一阶段的销售利润折现到第二阶段变成  $1 + \theta$  倍. 选择决策时点在第一阶段, 因此第二阶段的销售利润折现到第一阶段的折扣系数为  $\beta = 1/(1 + \theta)$ , 则因此两阶段的再制造决策模型为:

$$\max_{p_1, p_{2n}, p_{2r}} \Pi_{2R} = (p_1 - c_n)q_1 + \beta\{(p_{2n} - c_n)q_{2n} + (p_{2r} - c_r)q_{2r}\} \quad (4)$$

$$\text{s.t. } q_{2r} \leq \rho q_1 \quad (5)$$

根据利润函数看出目标函数的凹性、(5) 不等式约束条件具有凸函数的性质, 得到模型存在唯一最优解, 构造朗格朗日函数:

$$L(p_1, p_{2n}, p_{2r}, \lambda) = \Pi_{2R} + \lambda(\rho q_1 - q_{2r}).$$

根据一阶 K-T 条件并联立方程组, 得到最优解:

$$p_1 = \frac{1 + c_n}{2} - \frac{1}{2}\rho \left\{ \frac{-\rho\alpha^2 + \rho\alpha + \rho\alpha^2c_n - \alpha c_n - \rho\alpha c_n + c_r}{-\rho^2\alpha + \rho^2\alpha^2 - 1 - \theta} \right\} = \frac{1 + c_n}{2} - \frac{1}{2}\rho\lambda \quad (6)$$

$$p_{2r} = \frac{\alpha + c_r}{2} + \frac{1}{2}(1+\theta) \left\{ \frac{-\rho\alpha^2 + \rho\alpha + \rho\alpha^2 c_n - \alpha c_n - \rho\alpha c_n + c_r}{-\rho^2\alpha + \rho^2\alpha^2 - 1 - \theta} \right\} = \frac{\alpha + c_r}{2} + \frac{1}{2}(1+\theta)\lambda \quad (7)$$

$$p_{2n} = (1 + c_n)/2 \quad (8)$$

$\lambda = \frac{-\rho\alpha^2 + \rho\alpha + \rho\alpha^2 c_n - \alpha c_n - \rho\alpha c_n + c_r}{-\rho^2\alpha + \rho^2\alpha^2 - 1 - \theta}$ , 如果  $\rho < \frac{\alpha c_n - c_r}{\alpha(1-\alpha)(1-c_n)}$ ,  $\lambda > 0$ , 否则  $\lambda = 0$ . 因此可以得到如下命题:

**命题 3** 存在一个  $\rho'$ , 当  $\rho < \rho'$ , 两阶段最优价格由 (6)、(7)、(8) 式给出, 并且最优销量为:  $q_1 = (1 - c_n + \lambda\rho)\Delta/2$ ,  $q_{2r} = \frac{(\alpha c_n - c_r - \lambda - \lambda\theta)}{2\alpha(1-\alpha)}\Delta$ ,  $q_{2n} = \frac{1 - \alpha - (c_n - c_r) + \lambda(1+\theta)}{2(1-\alpha)}\Delta$ , 其中  $\lambda = \frac{-\rho\alpha^2 + \rho\alpha + \rho\alpha^2 c_n - \alpha c_n - \rho\alpha c_n + c_r}{-\rho^2\alpha + \rho^2\alpha^2 - 1 - \theta}$ ,  $\rho' = \frac{\alpha c_n - c_r}{\alpha(1-\alpha)(1-c_n)}$ .

命题 3 表明回收率满足两阶段再制造数量受制约的条件下 ( $\rho < \rho'$ ), 制造商的产品最优定价除了受两种产品的各自成本 ( $c_n$  和  $c_r$ ) 及再制造品价值折扣影响, 同时还受回收率、资金收益率的影响.

**推论 1**  $p_1$  和  $p_{2r}$  是  $\theta$  的增函数,  $p_1$  是  $\rho$  的凸函数,  $p_{2r}$  是  $\rho$  的减函数,  $p_{2n}$  不受  $\theta$  和  $\rho$  影响.

**证明** 根据式 (6) 和 (7) 对  $\theta$  求一阶导数得到:

$$\partial p_1 / \partial \theta = \frac{-\rho}{2} \frac{(1-\alpha)\alpha(1-c_n)(\rho - \rho')}{[-\alpha(1-\alpha)\rho^2 - \theta - 1]^2} > 0,$$

$$\partial p_{2r} / \partial \theta = \frac{-\rho^2}{2} \frac{(1-\alpha)^2\alpha^2(1-c_n)(\rho - \rho')}{[-\alpha(1-\alpha)\rho^2 - \theta - 1]^2} > 0.$$

因此  $p_1$  和  $p_{2r}$  是  $\theta$  的增函数;

要证明  $p_1$  是  $\rho$  的凸函数, 对  $\rho$  求二阶导数:

$$\frac{\partial p_1^2}{\partial \rho^2} = \frac{[\alpha^2(1-\alpha)^2\rho'\rho^3 + 3(1+\theta)\alpha(1-\alpha)(\rho - \rho') - (1+\theta)^2](1-\alpha)(1-c_n)}{(-\rho^2\alpha + \rho^2\alpha^2 - 1 - \theta)^3} \quad (9)$$

**注** 上式通过计算软件 Maple 求二阶导数化简得到, 其中  $\rho < \rho'$ , 因此:

$$\alpha^2(1-\alpha)^2\rho'\rho^3 + 3(1+\theta)\alpha(1-\alpha)(\rho - \rho') - (1+\theta)^2 < \alpha^2\rho'(1-\alpha)^2\rho^3 - (1+\theta) \quad (10)$$

为保证第二阶段存在新产品, 有  $c_r > c_n + \alpha - 1$ , 得到:  $\alpha c_n - c_r < (1-c_n)(1-\alpha) \Rightarrow \rho' = \frac{\alpha c_n - c_r}{(1-c_n)(1-\alpha)\alpha} < \frac{1}{\alpha}$ , 且  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \rho < 1$ ,  $0 < \theta < 1$ , 于是:

$$\alpha^2\rho'(1-\alpha)^2\rho^3 - (1+\theta) < \alpha(1-\alpha)^2\rho^3 - (1+\theta)^2 < 1 - (1+\theta)^2 < 0 \quad (11)$$

综合  $-\rho^2\alpha + \rho^2\alpha^2 - 1 - \theta < 0$  和 (10)、(11) 不等式, 所以 (9) 式右边大于 0, 即  $\frac{\partial p_1^2}{\partial \rho^2} > 0$ , 因此  $p_1$  是  $\rho$  的凸函数.

要证明  $p_{2r}$  是  $\rho$  的减函数; 由 (7) 式知  $p_{2r} = \frac{\alpha+c_r}{2} + \frac{1}{2}(1+\theta)\lambda$ , 要证明  $p_{2r}$  是  $\rho$  的减函数, 即要证明  $\lambda$  是  $\rho$  的减函数,  $\lambda$  关于  $\rho$  的一阶导数:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \rho} = \frac{(1-\alpha)^2\alpha^2(1-c_n)(1+\theta)[\rho^2 - 2\rho'\rho + \rho'^2 - \rho'^2 - \frac{(1+\theta)}{\alpha(1-\alpha)}]}{[\alpha(1-\alpha)\rho^2 + \theta + 1]^2}.$$

令  $A(\rho) = \rho^2 - 2\rho'\rho + \rho'^2 - \rho'^2 - \frac{(1+\theta)}{\alpha(1-\alpha)} = (\rho - \rho')^2 - \rho'^2 - \frac{(1+\theta)}{\alpha(1-\alpha)}$ , 容易看出在  $\rho < \rho'$  时  $A$  是减函数, 所以当  $\rho > 0$ ,  $A(\rho) < A(0) = (0 - \rho')^2 - \rho'^2 - \frac{(1+\theta)}{\alpha(1-\alpha)} = -\frac{(1+\theta)}{\alpha(1-\alpha)} < 0$ , 所以:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \rho} = \frac{(1-\alpha)^2\alpha^2(1-c_n)(1+\theta)A(\rho)}{[\alpha(1-\alpha)\rho^2 + \theta + 1]^2} < 0 \quad (12)$$

所以  $\lambda$  是  $\rho$  的减函数成立,  $p_{2r}$  是  $\rho$  的减函数也成立, 命题 3 知  $p_{2n}$  不受  $\theta$  和  $\rho$  影响显然成立, 证毕.

**推论 1** 表明在固定回收率条件下, 资金收益率影响了第一阶段新产品最优定价, 资金收益率越高, 第一阶段新产品价格越高. 主要是因为收益率高, 制造商愿意在第一阶段获取更高利润, 第一阶段的新产品价格越高, 第一阶段的新产品需求越小, 第二阶段再制造品数量越少, 为了保证利润最大, 制造商只得制定更高的再制造品价格. 因此再制造品价格随资金收益率的增加而增加, 才能保证利润最大.

在固定资金收益率条件下, 两阶段动态最优定价受回收率的影响表现为: 第一阶段新产品的最优价格随回收率变化成凸函数变化, 当回收率较低时, 通过降低第一阶段新产品的价格, 增加新产品的销量, 保证第二阶段的再制造的足够供应, 随着回收率的增加, 再制造品的边际利润下降 ( $p_{2r}$  是  $\rho$  的减函数), 增加回收数量对系统利润贡献不大, 制造商开始增加新产品的价格保证总体利润最大, 第二阶段新产品的价格则不受回收率、资金收益率的影响.

从命题 3 与命题 2 及 3.1 节的结论对比可以看出,  $p_1 < p_{NR}$ ,  $q_1 > q_{NR}$ ,  $p_{2r} > p_r$ ,  $q_{2r} < q_r$ ,  $p_{2n} = p_n$ ,  $q_{2n} > q_n$ . 表明第一阶段的新产品价格低于没有回收条件下的价格, 销量高于不进行再制造的销量; 第二阶段再制造产品的定价高于静态决策再制造定价, 销量低于静态决策销量; 第二阶段新产品定价与静态最优定价相同, 但第二阶段新产品销量要大于静态决策的新产品销量, 这主要是回收率制约了再制造数量的缘故, 同时减弱了再制造对新产品挤兑效应, 具体挤兑效应在第 4 节作详细分析.

#### 4 再制造条件下市场挤兑与增长效应

第 3 节分别分析了回收数量充足静态定价及数量限制两阶段动态最优定价问题, 从最优定价可以看出再制造品给企业带来利润的同时, 也给新产品产生一定挤兑效应。挤兑效应可能使新产品利润损失, 但同时由于较低的价格吸引了潜在的消费者购买产品, 因此增长了市场需求。由于两种产品是同一产品系列, 因此设总销量  $q = q_r + q_n$ , 为了方便分析两种产品相互挤兑关系, 本文只分析再制造成本不是很低的情况 ( $h < c_r < \alpha c_n$ ), 因为在再制造成本很低 ( $c_r \leq h$ ) 时, 新产品完全被挤出市场 (命题 2 的结论), 挤兑和增长效应是比较显见的。

**推论 2** 在回收数量充足的静态再制造决策中,  $q_n$  是  $s$  及  $\alpha$  的减函数,  $q_r$  是  $s$  及  $\alpha$  的增函数,  $\Pi_R$  及  $q$  是  $s$  和  $\alpha$  的增函数, 其中  $s = c_n - c_r$  表示成本节省。

**证明** 由命题 2 显然可以看到  $q_n$  是  $s$  的减函数, 从  $\frac{\partial q_n}{\partial \alpha} = \frac{c_r - c_n}{2(1-\alpha)^2} < 0$ , 知  $q_n$  是  $\alpha$  的减函数; 同样命题 2 容易看出  $q_r$  是  $c_r$  的减函数, 因此  $q_r$  是  $s$  的增函数;  $\frac{\partial q_r}{\partial \alpha} = \frac{\alpha c_n - c_r + (1-\alpha)c_r}{2[\alpha(1-\alpha)]^2} > 0$ , 因此  $q_r$  是  $\alpha$  的增函数;  $q = q_r + q_n = \frac{\alpha - c_r}{2\alpha}$  容易得出  $q$  是  $s$  和  $\alpha$  的增函数;  $\Pi_R = \frac{\Delta(1-c_n)^2}{4} + \frac{\Delta(\alpha c_n - c_r)^2}{4(1-\alpha)\alpha}$  容易得出在  $c_r < \alpha c_n$  区间内  $\Pi_R$  是  $c_r$  的减函数, 因此  $\Pi_R$  是  $s$  的增函数;  $\frac{\partial \Pi_R}{\partial \alpha} = \frac{[\alpha(c_n - c_r) + (1-\alpha)c_r](\alpha c_n - c_r)}{4[\alpha(1-\alpha)]^2}$ , 由  $0 < \alpha < 1$ ,  $c_r < \alpha c_n < c_n$  知道  $\frac{\partial \Pi_R}{\partial \alpha} > 0$ , 因此  $\Pi_R$  是  $\alpha$  的增函数, 证毕。

推论 2 说明, 在回收数量充足、再制造品成本不太低条件下, 再制造品边际利润大于零 ( $p_r - c_r > 0$ ), 再制造能够使企业盈利。但是此时再制造边际利润小于新产品的边际利润 ( $p_r - c_r < p_n - c_n$ ), 即生产单位再制造品获得利润要小于单位新产品的利润, 在市场容量固定的条件下, 销售较多的再制造品, 必然导致新产品销量的减少, 垄断者的利润会出现减少 (再制造品的边际利润小于新产品的边际利润), 即出现了内部挤兑现象, 这种挤兑效应可能会导致垄断者不进行再制造。然而, 垄断者并没有放弃再制造策略, 而是同时提供新产品和再制造品。并且再制造品销量随价值折扣 (图 2 所示) 和成本节省 (图 3 所示) 增加而增加, 新产品销量则是随成本节省和价值折扣增加而减少, 再制造品的增加和新产品的减少, 并没有减少垄断者的利润, 反而增加了利润, 导致这种现象的主要原因是再制造品虽然挤兑了一部分新产品的利润, 同时再制造增加了市场需求 (图 2、图 3 的  $q$  曲线所示), 因为在对新产品有需求但没有经济能力支付 (新产品) 的 (潜在) 消费者看来, 再制造品具有相同功能和较低的价格, 使他们原来不能购买新产品, 现在变成可以购买 (功能相同的) 再制造品了, 因此增加了对该种产品的需求, 同时再制造品的边际利润 ( $p_r - c_r = (\alpha + s - c_n)/2$ ) 是随着  $\alpha$  和  $s$  的增加而增加, 再制造品数量的增加和边际利润的增加导致再制造获得更多的利润, 弥补了再制造对新产品挤兑的利润, 因此垄断者的总体利润随着消费者对再制造品的价值折扣和成本节省增加而增加。当  $\alpha \rightarrow 1$  时, 消费者认为再制造品与新产品几乎相同, 再制造品的边际利润大于新产品边际利润, 新产品销量趋于 0, 完全被再制造品挤出市场, 垄断者获得最大的需求和最多的利润, 因此企业可以扩大再制造品的环保宣传, 提高消费者对再制造品的认可, 从而增加利润。

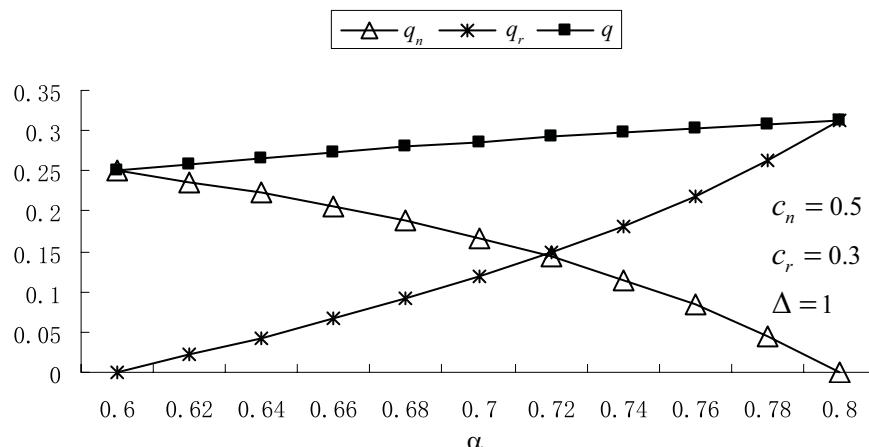
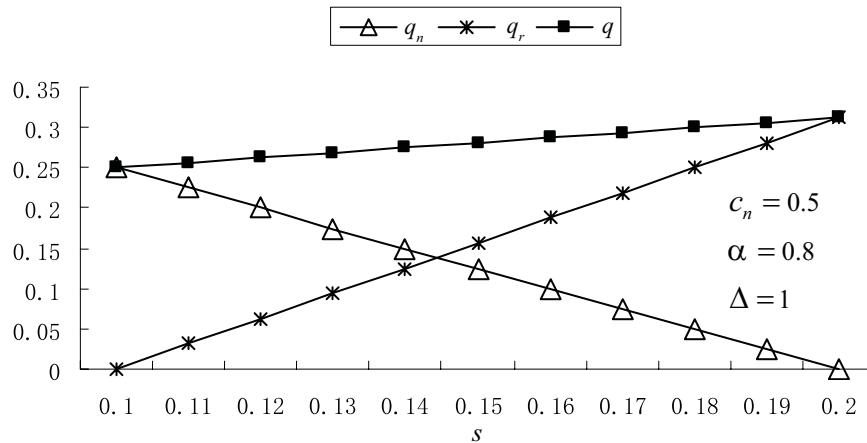


图 2  $q_n$ 、 $q_r$ 、 $q$  随  $\alpha$  变化

图 3  $q_n$ 、 $q_r$ 、 $q$  随  $s$  变化

上面分析了回收数量充足条件下静态再制造决策的市场挤兑与增长效应, 市场挤兑和增长效应来源于再制造品的价值折扣和成本节省。在两阶段的动态再制造决策中, 挤兑效应同样存在, 再制造品的成本节省和价值折扣对新产品的市场挤兑和增长机理与静态决策下相同, 这里不再赘述, 在两阶段动态再制造中市场挤兑和增长效应主要受回收率的影响, 类似推论 2, 令  $q_2 = q_{2r} + q_{2n}$ , 于是有推论 3。

**推论 3** 在回收数量限制的两阶段动态决策中 ( $\rho < \rho'$ ),  $q_1$  是  $\rho$  的凹函数,  $q_{2r}$  是  $\rho$  的增函数,  $q_{2n}$  是  $\rho$  的减函数,  $q_2$  及  $\Pi_{2R}$  是  $\rho$  的增函数。

**证明** 由推论 1 知  $p_1$  是  $\rho$  的凸函数, 因此  $q_1 = (1 - p_1)\Delta$  是凹函数。

从(12)式知  $\frac{\partial \lambda}{\partial \rho} < 0$ , 得到:

$$q_{2r} = \frac{(\alpha c_n - c_r - \lambda - \lambda\theta)}{2\alpha(1-\alpha)}\Delta \Rightarrow \frac{\partial q_{2r}}{\partial \rho} = -\frac{1+\theta}{2\alpha(1-\alpha)} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \rho} > 0, q_{2r} \text{ 是 } \rho \text{ 的增函数};$$

$$q_{2n} = \frac{1-\alpha-(c_n-c_r)+\lambda(1+\theta)}{2(1-\alpha)}\Delta \Rightarrow \frac{\partial q_{2n}}{\partial \rho} = \frac{1+\theta}{2(1-\alpha)} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \rho} < 0, q_{2n} \text{ 是 } \rho \text{ 的减函数};$$

$$q_2 = q_{2n} + q_{2r}, \text{ 因此 } \frac{\partial q_2}{\partial \rho} = \frac{\partial q_{2n}}{\partial \rho} + \frac{\partial q_{2r}}{\partial \rho} = -\frac{1}{2} \frac{(1+\theta)}{\alpha} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \rho} > 0, q_2 \text{ 是 } \rho \text{ 的增函数};$$

根据命题 3 结论代入目标函数, 得最优利润并求导数:  $\frac{\partial \Pi_{2R}}{\partial \rho} = -\frac{\alpha(-1+\alpha)(-1+c_n)^2(\rho-\rho')(\alpha(\alpha-1)\rho\rho'-\theta-1)}{2[\alpha(1-\alpha)\rho^2+\theta+1]^2}$  (注:

通过软件 Maple 推算整理得到)。

$0 < c_n < 1, 0 < \alpha < 1, 0 < \rho < \rho', 0 < \theta < 1$  知道,

$\alpha(-1+\alpha) < 0 \Rightarrow \alpha(-1+\alpha)\rho\rho' - \theta - 1 < -\theta - 1 < 0$ , 因此得到:

$$\frac{\partial \Pi_{2R}}{\partial \rho} = -\frac{\alpha(-1+\alpha)(-1+c_n)^2(\rho-\rho')(\alpha(\alpha-1)\rho\rho'-\theta-1)}{2[\alpha(1-\alpha)\rho^2+\theta+1]^2} > 0, \text{ 所以 } \Pi_{2R} \text{ 是 } \rho \text{ 的增函数, 证毕.}$$

推论 3 表明, 两阶段动态决策中, 在资金收益率不变条件下, 再制造品的销量 ( $q_{2r}$ ) 随回收率 ( $\rho$ ) 的增加而增加, 新产品的销量 ( $q_{2n}$ ) 则是随着回收率的增加而减少, 再制造品对新产品形成了市场挤兑效应, 回收率越大, 挤兑的程度越大, 再制造总利润随回收率的增加而增加。产生这种情况的主要原因是, 再制造品对市场增长作用体现, 第二阶段产品销量 ( $q_2 = q_{2n} + q_{2r}$ ) 随回收率的增加而增加 (如图 4  $q_2$  曲线所示), 说明提高回收率能够有效提高第二阶段的市场销量, 正是这部分增加的市场销量, 导致了再制造的利润增加。

同时, 第一阶段新产品的销量 ( $q_1$ ) 都大于不进行再制造时候销量 ( $q_1 > q_{NR}$ ), 这说明了再制造不仅对第二阶段的市场产生增长, 同时给第一阶段的市场产生增长作用: 企业为了保证第二阶段足够的再制造品原料供应, 在第一阶段必须销售足够多的新产品, 为了销售够多的新产品, 会采取较低的新产品价格, 降低价格就吸引了一部分价格敏感的消费者, 因此增加了需求, 实现了市场增长。但是新产品的增长效应成凹函数特征 (如图 4  $q_1$  曲线所示): 在回收率较低的条件下, 企业通过增加新产品的销售, 来保证再制造品数量的增加, 从而增加再制造利润。随着回收率的增加, 第二阶段再制造品数量增加, 第二阶段新产品的数量则减少, 再制造品的边际利润下降 (推论 1 知道  $p_{2r}$  是  $\rho$  的减函数), 且第一阶段新产品的边际利润也下降 (推论 1 知  $p_1$  关于  $\rho$  的凸性, 即先减少后增加), 增加第一阶段新产品的数量不能保证系统利润继续增加, 因此企业开始减少新产品的销量, 较高的回收率可以保证第二阶段的再制造, 仍然保证利润的增加。只要回收率不超过临界值 ( $\rho'$ ), 第一阶段的新产品销量 ( $q_1$ ) 则总是大于没有再制造时的销量 ( $q_{NR}$ ), 第一阶段市场增长效应就存在, 并且回收率越高, 利润越大 (如图 5), 因此企业可以通过提高回收率, 增加企业利润。

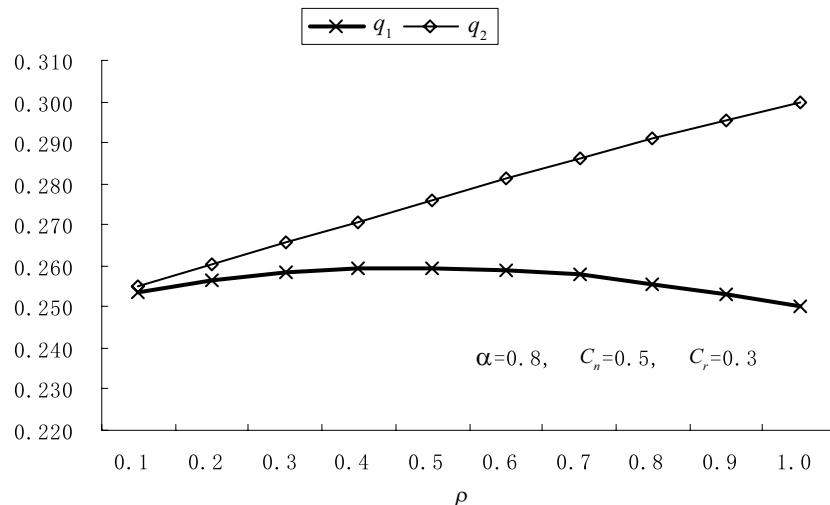


图 4 两阶段产品的销量随回收率的变化

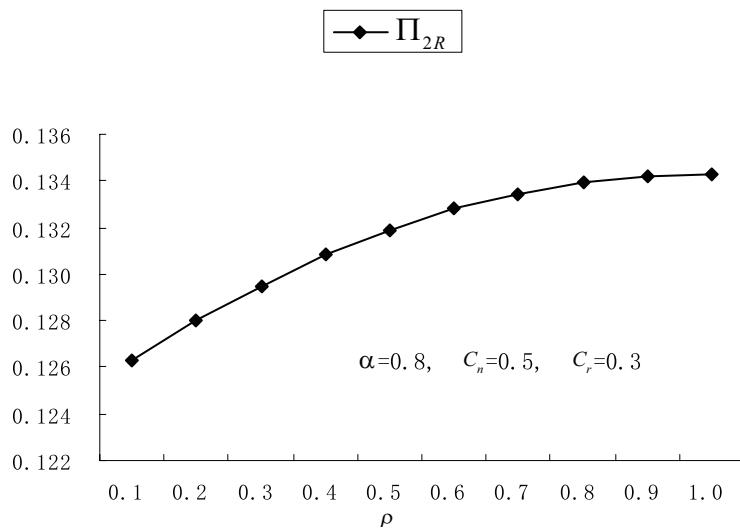


图 5 系统利润随回收率的变化

## 5 结束语

再制品与新产品相比具有较低价值评价, 因此制造商给再制品制定低于新产品的价格, 较低的价格会带来对新产品市场挤兑, 低价吸引一部分价格敏感的消费者购买再制品, 因此增加了市场需求, 从而导致利润增加。利润随消费者对再制品的价值评价和成本节省增加而增加, 因此企业可以加大对再制品的环保宣传, 提高消费者对再制品的认识和价值评价, 从而实现再制造利润的增加。

在回收率制约两阶段的再制造动态决策中, 再制造不仅对第二阶段新产品产生挤兑和市场增长, 同时对第一阶段的新产品市场产生增长, 正是这种市场增长, 实现企业的利润增长, 回收率越高, 企业的利润越大, 因此企业通过提高回收率实现再制造利润的增加。

本文只是考虑了寡头垄断条件下, 制造商再制造最优定价和市场增长效应的问题, 在市场中存在多个竞争者的条件下, 如何进行再制造定价及市场挤兑和增长效应如何, 将是我们下一步要研究的方向。

## 参考文献

- [1] Fleischmann M, Krikke H R, Dekker R, et al. A characterization of logistics networks for product recovery[J]. Omega, 2000, 28(6): 653–666.

- [2] 顾巧论, 季建华. 基于市场的再制造/制造系统集成库存随机最优控制研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(1): 53–59.  
Gu Q L, Ji J H. Research on the stochastic optimal control of inventory integrating remanufacturing and manufacturing system for the market[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2006, 26(1): 53–59.
- [3] 胡海菊, 李勇建. 考虑再制造和产品需求可替代的短生命周期产品动态批量生产计划问题 [J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(12): 76–84.  
Hu H J, Li Y J. Dynamic production planning problem for short life cycle products with product remanufacturing and demand substitution[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2007, 27(12): 76–84.
- [4] Savaskan R C, Bhattacharya S, Van Wassenhove L N. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing[J]. Management Science, 2004, 50(2): 239–252.
- [5] Ferrer G, Swaminathan J M. Managing new and remanufactured products[J]. Management Science, 2006, 52(1): 15–26.
- [6] Debo L G, Toktay L B, Van Wassenhove L N. Market segmentation and product technology selection for remanufacturable products[J]. Management Science, 2005, 51(8): 1193–1205.
- [7] Vorasayan J, Ryan S M. Optimal price and quantity of refurbished products[J]. Production and Operations Management, 2006, 15(3): 369–383.
- [8] Guide V D R, Jr., Teunter R H, Van Wassenhove L N. Matching demand and supply to maximize profits from remanufacturing[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2003, 5(4): 303–316.
- [9] 徐峰, 盛昭瀚, 陈国华. 基于异质性消费群体的再制造产品的定价策略研究 [J]. 中国管理科学, 2008, 16(6): 130–136.  
Xu F, Sheng Z H, Chen G H. The remanufactured products pricing strategy in a heterogeneous market[J]. Chinese Journal of Management Science, 2008, 16(6): 130–136.
- [10] Li K, Jr Guide V D R. Cannibalization of new products sales by remanufactured products[C]// INFORMS 2006 Annual Meeting Presentation, Pittsburgh, 2006.
- [11] Webster S, Mitra S. Competitive strategy in remanufacturing and the impact of take-back laws[J]. Journal of Operations Management, 2007, 25(6): 1123–1140.
- [12] Groenevelt H, Majumder P. Competition in remanufacturing[J]. Production and Operations Management, 2001, 10(2): 125–141.
- [13] Heese H S, Cattani K, Ferrer G, et al. Competitive advantage through take-back of used products[J]. European Journal of Operational Research, 2005, 164(1): 143–157.
- [14] Ferguson M E, Toktay L B. The effect of competition on recovery strategies[J]. Production and Operations Management, 2006, 15(3): 351–368.