集值离散动力系统的扩张性 *

王　昌[a,b]，吉飞宇[b]
（西北大学 a. 数学与科学史研究中心；b. 数学系，西安 710127）

摘　要：设 (X,d) 为紧致度量空间，$f: X\to X$ 连续，$(k(X),d_H)$ 是 X 所有非空紧致子集构成的紧致度量空间，$\bar{f}: k(X)\to k(X)$，$\bar{f}(A)=\{f(a)\mid a\in A\}$。运用分析的方法初步给出了集值离散动力系统中的扩张性理论。提出集值映射的全扩张、强全扩张的概念，并研究了 $\bar{f}$ 的扩张性与 f 的扩张性之间的关系。所得结果扩展了集值离散动力系统的研究范围，并提出了该领域未来可研究的方向。

关键词：集值离散动力系统；扩张性；集值映射
中图分类号：O189　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2010)09-3385-02
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2010.09.049

Expansiveness for set-valued discrete dynamical systems

WANG Chang[a,b], JI Fei-yu[b]
(*a. Center for History of Mathematics & Science, b. Dept. of Mathematics, Northwest University, Xi'an 710127, China*)

Abstract: Let (X,d) be a compact metric space, $f: X\to X$ a continuous map, and $(k(X),d_H)$ a compact metric space consisting of all non-empty compact subsets of X, $\bar{f}: k(X)\to k(X)$, $\bar{f}(A)=\{f(a)\mid a\in A\}$. Using the method of analysis, this paper gave the theory of expansiveness for set-valued discrete dynamical systems, presented the concepts of totally expansive and strong totally expansive, studied the relations between the expansiveness of $\bar{f}$ and the expansiveness of f. These results further extend the scope of the research on set-valued discrete dynamical systems, and propose future study aspect in this field.

Key words: set-valued discrete dynamical systems; expansiveness; set-valued map

动力系统是非线性科学的一个重要组成部分，是确定性系统的一种数学模型。集值离散动力系统是由集合空间上连续自映射所组成的迭代系统，它具有广泛的应用，包括在混沌物理学、计算复杂性以及计算机科学等学科分支中的应用，也包括在一般动力系统中的应用。在动力系统的研究中，集值离散动力系统既是一个重要的研究对象，同时也是一个强有力的研究工具。

集值离散动力系统的基本目标是研究系统 (X,f) 中所有点的轨迹 $x, f(x),\cdots,f^n(x),\cdots$ 的性质。这可看做某一确定性系统变化过程中的时间离散取样，通过对时间离散取样的研究，可提供系统状态在未来一串离散时刻的变化趋势。然而，仅了解 X 中点的轨迹是不够的，还必须了解 X 中子集轨迹的变化性质，如物种迁移现象、人口统计学等。这就说明研究与 (X,f) 相关的集值离散动力系统 $(k(X),\bar{f})$ 是有意义的。近几年来，人们对集值离散动力系统进行了大量研究，得到了很多有意义的结论。如文献[1,2]研究了集值离散动力系统中 $\bar{f}$ 的传递性和 Robinson 混沌；文献[3～5]通过研究拓扑动力系统中的一般性质，证明了在该系统下，若 $\bar{f}$ 是拓扑混合的，则蕴涵了 $\bar{f}$ 在 Li-Yorke 意义下是混沌的；文献[6～8]研究了集值离散动力系统中 $\bar{f}$ 的拓扑混合、拓扑弱混合等性质。可见，当前对集值离散动力系统的研究主要集中在传递性、混合性和混沌等方面，而集值离散动力系统中的扩张性理论，目前尚没有相关的概念和讨论。

1　预备知识

本文恒设 (X,d) 是紧致度量空间，$f: X\to X$ 是连续映射。

设 (X,d) 是紧致度量空间，$k(X)$ 是 X 的所有非空紧致子集构成的集合，$A\in k(X)$，定义 A 的 ε 邻域为 $N(A,\varepsilon)=\{x\mid x\in X, d(x,A)<\varepsilon\}$，这里 $d(x,A)=\inf\limits_{a\in A} d(x,a)$，在 $k(X)$ 上定义 Hausdorff 度量为 $d_H(A,B)=\inf\{x\mid A\subset N(B,\varepsilon), B\subset N(A,\varepsilon)\}$。则 $(k(X),d_H)$ 则仍是紧致度量空间，且度量 d_H 诱导的拓扑恰为 $k(X)$ 上的 Vietoris 拓扑，即以所有形如 $\upsilon(U_1,U_2,\cdots,U_n)=\{F\in k(X)\mid F\subset \bigcup\limits_{i=1}^{n} U_i, F\cap U_i\neq\varnothing, i=1,2,\cdots,n\}$ 的集族作为拓扑基生成的拓扑。其中 $U_1,U_2,\cdots,U_n$ 为 X 的非空开集。

注 1　关于 $k(X)$ 和它的 Hausdorff 度量的有关证明参见文献[9]。

注 2　d_H 的等价形式是 $d_H(A,B)=\max\{\sup\limits_{a\in A} d(a,B), \sup\limits_{b\in B} d(b,A)\}$。

定义 1[1]　设 $f: X\to X$ 是一个连续映射，A 是 X 的非空开集，定义 $k(X)$ 上的映射 $\bar{f}$ 为 $\bar{f}: k(X)\to k(X)$，$\bar{f}(A)=\{f(a)\mid a\in A\}$。

注 3　根据定义 1，有 $\forall n\in N$，$\bar{f}^n=\overline{f^n}$。

定理 1[3]　$(k(X),d_H)$ 是紧致（完备、可分）度量空间的充分必要条件，(X,d) 是紧致（完备、可分）度量空间。

定理 2[1]　设 (X,d_1)，(Y,d_2) 是两个紧致度量空间，$f: X\to Y$ 是一个连续映射，则 f 是一致连续的充要条件，$\bar{f}: k(X)\to k(Y)$ 是一致连续的。

收稿日期：2010-01-14；**修回日期**：2010-03-02　　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(10771169)

作者简介：王昌(1980-)，男，陕西咸阳人，博士研究生，主要研究方向为模糊数学、人工智能、近现代数学史(heart_cw@126.com)；吉飞宇(1981-)，男，河南商丘人，博士研究生，主要研究方向为偏微分方程、拓扑动力系统.

推论 1 设 $f: X\to X$ 是一个连续映射，则 f 是一致连续的充要条件 $\bar{f}$ 是在 d_H − 度量下一致连续的。

由此可知 $(k(X),\bar{f})$ 是集值离散动力系统。

2 主要结果

定义 2[3] 如果存在常数 $\delta>0$，对任意的 $x,y\in X$ 且 $x\neq y$，使得存在 $n\in N$，满足 $d(f^n(x),f^n(y))>\delta$，则 f 叫做扩张的，δ 叫做 f 的扩张常数。

定理 3 设 (X,d) 是紧致度量空间，$f: X\to X$ 是连续映射。如果 $\bar{f}$ 是扩张的，则 f 是扩张的。

证明 由 $\bar{f}$ 是扩张的，即存在常数 $\delta>0$，对任意的 $A,B\in k(X)$ 且 $A\neq B$，使得存在 $n\in N$，满足 $d_H(\bar{f}^n(A),\bar{f}^n(B))>\delta$。

令 $A=\{x\}$，$B=\{y\}$，于是 $d(f^n(x),f^n(y))=d_H(\bar{f}^n(\{x\}),\bar{f}^n(\{y\}))>\delta$。所以 f 也是扩张的。

定义 3[3] 集合 X 的一个分拆是 X 的无交子集的一个族，其并为 X。如果无交子集既是开集又是闭集，则这样的分拆称为闭开分拆。

定义 4 设 X 是一个拓扑空间，$f: X\to X$ 是连续映射。如果存在 X 的一个闭开分 0 拆 ，对任意的 $x,y\in X$ 且 $x\neq y$，使得存在 $n\in N$，满足 $f^n(x)$，$f^n(y)$ 属于 中不同元素，则称 f 是全扩张的。

定义 5 设 X 是一个拓扑空间，f: X→X 是连续映射。如果对 X 的任意一个闭开分拆 ，对任意的 x，y ∈ X 且 x ≠ y，使得存在 n ∈ N，满足 $f^n(x)$，$f^n(y)$ 属于 中不同元素，则称 f 是强全扩张的。

定理 4 设 (X,d) 是具有闭开分拆的紧致度量空间，$f: X\to X$ 是连续映射。如果 $\bar{f}$ 是强全扩张的，则 f 是强全扩张的。

证明 据题设，设 $=\{A_i \mid A_i\subset X, i=1,2,\cdots,n\}$ 是 X 的一个闭开分拆，则 $^*=\{\upsilon(A_{i_1},A_{i_2},\cdots,A_{i_k}) \mid 1\leqslant i_1,i_2,\cdots,i_k\leqslant n\}$ 是 $k(X)$ 的一个闭开分拆。

又 $\bar{f}$ 是强全扩张的，即对任意的 $B,C\in k(X)$ 且 $B\neq C$，使得存在 $n\in N$，满足 $\bar{f}^n(B)\in\upsilon(A_{i_1},A_{i_2},\cdots,A_{i_p})$ 和 $\bar{f}^n(C)\in\upsilon(A_{j_1},A_{j_2},\cdots,A_{j_q})$。其中 $\{i_1,i_2,\cdots,i_p\}\neq\{j_1,j_2,\cdots,j_q\}$。

令 $B=\{x\}$，$C=\{y\}$，所以

$$f^n(\{x\})=\bar{f}^n(\{x\})\in\upsilon(A_{i_p}),\ f^n(\{y\})=\bar{f}^n(\{y\})\in\upsilon(A_{j_q}),$$

于是 $f^n(x)\in A_{i_p}$，$f^n(y)\in A_{j_q}$。故 f 是强全扩张的。

推论 2 设 (X,d) 是具有闭开分拆的紧致度量空间，$f: X\to X$ 是连续映射。如果 $\bar{f}$ 是强全扩张的，则 f 是全扩张的。

证明 由定理 4 可知，结论成立。

3 结束语

本文初步研究了集值离散动力系统的扩张性问题，指出了由 $\bar{f}$ 的扩张性推出 f 的扩张性的条件。最后给出关于集值离散动力系统中的扩张性需要进一步研究的问题，即在什么条件下，由 f 的扩张性能够推出 $\bar{f}$ 的扩张性。

参考文献：

[1] HERIBERTO R F. A note on transitivity in set-valued discrete systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2003, 17(1): 99-104.

[2] HERIBERTO R F, CHALCO C Y. Robinson's chaos in set-valued discrete systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 25(1): 33-42.

[3] 周作领. 符号动力系统[M]. 上海：上海科技教育出版社，1997：1-55.

[4] PERIS A. Set-valued discrete chaos[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 26(1): 19-23.

[5] FEDELI A. On chaotic set-valued discrete dynamical systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 23(4): 1381-1384.

[6] GU Rong-bao, GUO Wen-jing. On mixing property in set-valued discrete dynamical systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 28(3): 747-754.

[7] KWIETNIAK D, OPROCHA P. Topological entropy and chaos for maps induced on hyperspaces[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2007, 33(1): 76-86.

[8] BANKS J. Chaos for induced hyperspace maps[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2005, 25(3): 681-685.

[9] 李水银. 分形[M]. 北京：高等教育出版社，2004：83-86.

（上接第 3384 页）为此，将上述结果和运行网络环境作为评价函数参考依据，过滤所拆分的组件，并通过对构件进一步细分，减小构件本身的文件尺寸，优化几何数据和纹理结构，以适应拖建系统。

进一步考虑，可对构件的索引、下载方式进行优化，如在后台预先下载较大的构建存储于本地文件系统，进行拖拽搭建时，可从本地加载文件，从而有效降低延迟的几率。

5 结束语

采用基于多特征的遗传树描述用于在线搭建的虚拟展览馆构成，基于此树提出具像特征的拆分方法将虚拟展览馆按组件进行了分割存储，并通过基因编码有效建立索引规范，通过应用于在线搭建系统中，证明该方法在搭建场景的重构过程中较好保证了组件的检索、下载和生成效率。

进一步地，通过建立更多层的组件特征树以及相应大规模组件库，并结合复杂的国内公共网络环境，经测试来优化评价函数及其适用范围，如分带宽、分场景规模建立不同的评价方法，完善拆分组件的过滤条件，使组件更适应运用环境，以此来优化拖建过程中的效率和性能。

参考文献：

[1] 朱晓冬，周明全，耿国华. 虚拟博物馆开发模式研究[J]. 计算机应用与软件，2005，22(6)：34-35.

[2] CHIN S. Highly interactive interface for virtual amusement land deriving active participation of users[J]. ACII, 2005, 3784: 842-849.

[3] 上海世博会事务协调局. 网上中国 2010 年上海世博会参展者手册[K]. 2ed. 2009：24-25.

[4] 潘志庚，姜晓红，张明敏，等. 分布式虚拟环境综述[J]. 软件学报，2000，11(4)：461-467.

[5] 汪焰恩，魏生民，杨晓强，等. 基于零件特征基因编码的零件设计算法研究[J]. 机械科学与技术，2005(9)：1053-1057.

[6] 罗自荣，常明，肖人彬. 面向虚拟环境的场景管理关键技术及其实现研究[J]. 系统仿真学报，2003，15(6)：891-897.

[7] ZHAO Xue-wei, SHEN Xu-kun, QI Yue. Texture-meshes in digital museum: octree-initialized progressive transmission with feature preservation[C]//Proc of the 2nd International Conference on Technologies for E-learning and Digital Entertainment. Berlin: Springer-Verlag, 2007, : 616-627.

[8] 郝泳涛，秦琴. 产品的特征功能表达模型及其基因编码[J]. 同济大学学报：自然科学版，2009，37(6)：819-824.

[9] 李佳蓓，杜宝江，刘佳. 虚拟场景实时渲染软件优化方法[J]. 计算机应用，2009，29(2)：299-301.

[10] 王薇，杜宝江. 基于网络的三维虚拟调度指挥系统的研究[J]. 精密制造与自动化，2007(4)：47-50.