

# 基于一阶流体随机 Petri 网的回报建模\*

卢光松<sup>1,2,3</sup>,葛运建<sup>2</sup>

(1. 中国科学技术大学自动化系,安徽合肥 230027; 2. 中国科学院合肥智能机械研究所,安徽合肥 230031;  
3. 合肥工业大学管理学院,安徽合肥 230009)

**摘要:**从回报机制与回报变量的定义、回报模型的建立等方面提出了基于一阶流体随机 Petri 网的回报模型的一般性建模方法. 该方法既可用于建模马尔科夫随机系统,也可用于建模非马尔科夫随机系统. 在一阶流体随机 Petri 网回报模型中,可建模率回报和冲量回报,并可允许累积回报影响被建模系统的动态行为以及回报率本身.

**关键词:**回报模型;流体随机 Petri 网;率回报;冲量回报

**中图分类号:**TP302      **文献标识码:**A

## Reward modeling based on first order fluid stochastic Petri nets

LU Guang-song<sup>1,2,3</sup>, GE Yun-jian<sup>2</sup>

(1. Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;  
2. Hefei Institute of Intelligent Machines, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;  
3. School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** The reward formalism and reward variables for first order fluid stochastic Petri nets (FSPNs) were defined. The general modeling approaches for reward models based on the first order FSPNs were described. The approaches could be used to model Markovian and non-Markovian stochastic systems. In the first order FSPN reward models, both rate rewards and impulse rewards can be modeled, and accumulated reward can be allowed to influence the dynamic behavior and reward rates of modeled systems.

**Key words:** reward model; fluid stochastic Petri net; rate reward; impulse reward

## 0 引言

近年来,随机回报模型(stochastic reward models)在柔性制造系统、计算机及通信系统的性能与可靠性分析中得到了广泛的应用,许多重要的性能指标,如系统的保能度(performability)、吞吐量(throughput)等,都可以用基于回报的方法进行评价. 将回报机制与马尔科夫模型结合就得到马尔科

夫回报模型(Markov reward models)<sup>[1]</sup>,该模型由于分析简便,使用普遍. 然而在马尔科夫回报模型中,被建模系统的事件活动时间近似服从指数分布的假设严重限制了此类模型的精确性,于是,半马尔科夫回报模型(semi-Markov reward models)<sup>[2]</sup>和马尔科夫再生回报模型(Markov regenerative reward models)<sup>[3]</sup>先后被提出并得到了成功的应用.

\* 收稿日期:2004-12-08;修回日期:2005-09-08

作者简介:卢光松,男,1972年生,博士.研究方向:随机时间 Petri 网. E-mail: lgs@ustc.edu

通讯作者:葛运建,研究员. E-mail: yjge@iim.ac.cn

各种随机时间 Petri 网作为性能评价工具,与随机过程模型相比,具有更大的表现能力和建模灵活性.在文献[4]中,率回报(rate rewards)被引入到广义随机 Petri 网(generalized stochastic Petri nets),得到随机回报网(stochastic reward nets),其潜在的随机过程即为马尔科夫回报过程.文献[3]将率回报和冲量回报(impulse rewards)引入马尔科夫再生随机 Petri 网(Markov regenerative stochastic Petri nets),可用于自动产生马尔科夫再生回报模型,但一般情况下只能求出累积回报(accumulated reward)的期望值,即使对于很简单的模型,计算累积回报的概率分布也相当困难.

在以上这些建模机制中,累积回报都是被动的,既不能影响被建模系统的动态行为,也不能影响系统在各状态下的回报率.在文献[5]中,率回报被引入流体随机 Petri 网(fluid stochastic Petri nets),通过累积回报在模型中的结构化表示,第一次使得累积回报可影响系统行为及回报率本身.文献[6]给出了两个例子,说明率回报和冲量回报都可以引入二阶流体随机 Petri 网,并可直接求出累积回报的概率分布.但在文献[5]、[6]中考虑的基本上都是马尔科夫回报模型,而流体随机 Petri 网可以建模非马尔科夫随机系统<sup>[7]</sup>,并且与马尔科夫再生随机 Petri 网等非马尔科夫随机 Petri 网相比,具有较少的建模限制.

目前,在基于流体随机 Petri 网的回报建模方面,仅有零星的应用例子,还没有较系统的一般性方法.本文首先简要讨论了一阶流体随机 Petri 网,然后针对一阶流体随机 Petri 网定义回报机制和回报变量,最后分两种情况讨论基于一阶流体随机 Petri 网的回报建模问题.

## 1 一阶流体随机 Petri 网

流体随机 Petri 网是将在通信系统建模中常用的随机流体模型引入到广义随机 Petri 网而得到的.首先由 Trivedi 和 Kulkarni 提出<sup>[8]</sup>,然后在文献[9]中得到了进一步的拓展. Gribaudo 等在文献[7]中引入了清空弧(flush-out arc),使得流体随机 Petri 网可以建模非马尔科夫随机系统,并比非马尔科夫随机 Petri 网具有更大的建模灵活性. Wolter 在文献[10]中定义了二阶流体随机 Petri 网,其中,连续弧的流体流动速度为服从正态分布的随机变量,并在文献[11]中加入了流体跳跃弧(jump arc),

允许连续标识的阶跃性变化.文献[12]重新定义了一阶流体随机 Petri 网,并给出了动态方程.本文将在此基础上讨论回报建模问题.为清楚地说明概念与符号,下面给出简略的定义.

**定义 1.1** 一阶流体随机 Petri 网是一个十元组  $(P, T, A, B, \lambda, h, g, \vartheta, \omega, M_0)$  (以下  $Z^+$ 、 $R^+$  分别表示非负整数和非负实数),其中,各元素表示如下:

$P = P_D \cup P_C$  是库所集,由离散库所集  $P_D = \{p_1, p_2, \dots, p_{|P_D|}\}$  和连续(流体)库所集  $P_C = \{c_1, c_2, \dots, c_{|P_C|}\}$  组成,离散库所和连续库所包含的托肯数(连续库所包含的连续托肯又称流体)分别用非负整数和非负实数表示,完整的标识定义  $M = (m, x)$  中,矢量  $m = (\# p_k, p_k \in P_D)$  表示离散库所的标识,矢量  $x = (x_k, c_k \in P_C)$  表示连续库所的标识,用  $S$  表示标识空间,  $S_D$  表示标识空间的离散部分.

$T = T_E \cup T_I$  是变迁集,由指数变迁集  $T_E$  和立即变迁集  $T_I$  组成,指数变迁的发射时间是服从指数分布的随机变量,立即变迁的发射时间为常数 0.

$A = A_H \cup A_D \cup A_J \cup A_C$  是有向弧集.  $A_H$  是禁止弧集,可看作为函数  $A_H: (P_D \times T) \rightarrow Z^+$ ;  $A_D$  是离散弧集,可看作为函数  $A_D: ((P_D \times T) \cup (T \times P_D)) \times S_D \rightarrow Z^+$ .  $A_J$  是流体跳跃弧集,  $A_J \subseteq (P_C \times T) \cup (T \times P_C)$ , 流体跳跃弧连接流体库所和变迁;  $A_C$  是连续弧集,可看作为函数  $A_C: ((P_C \times T_E) \cup (T_E \times P_C)) \times S \rightarrow R^+$ , 每个连续弧有一个可依赖于标识的流体流动速度.

$B: P_C \rightarrow R^+ \cup \{\infty\}$  定义每个连续库所标识的上界,连续库所标识隐含的下界是 0.

$\lambda: T \times S \rightarrow R^+ \cup \{\infty\}$  定义变迁的瞬时发射率,立即变迁的瞬时发射率为无穷大,指数变迁的发射率可为连续和离散标识的函数.

$h: A_J \rightarrow R^+ \cup \{*\}$  定义流体跳跃弧的跳跃高度,如果变迁的输入跳跃弧(从连续库所指向变迁的跳跃弧)的跳跃高度标号为“\*”,则它具有清空弧的功能,当其所连接的变迁发射时,它将瞬时清空与之相连接的连续库所的所有流体,这里允许清空弧连接立即变迁.变迁的输出跳跃弧的跳跃高度标号不能为“\*”.

$\omega: T_I \times S_D \rightarrow R^+$  为立即变迁的权重函数.

$g: T \times S_D \rightarrow \{\text{True}, \text{False}\}$  为变迁的使能条件函数.

$\vartheta: T \rightarrow Z^+$  定义变迁的优先级.

$M_0 = (m_0, x_0)$  为模型的初始标识.

在流体随机 Petri 网的图形表示中,离散库所画作小圆圈,连续库所则用两个小同心圆表示,指数变迁和立即变迁分别用小矩形和粗短线表示,离散弧及流体跳跃弧画作单箭头,连续弧画作管道状的双箭头,而用一端是小圆圈的弧线表示禁止弧.图 1 所示即为一个一阶流体随机 Petri 网模型,模型中  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$  和  $p_4$  为离散库所,  $c_R$  为连续库所,  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  和  $t_4$  为指数变迁,没有立即变迁,库所  $c_R$  与变迁  $t_3$  之间的双箭头连接表示连续弧,所有的单箭头连接均表示离散弧.

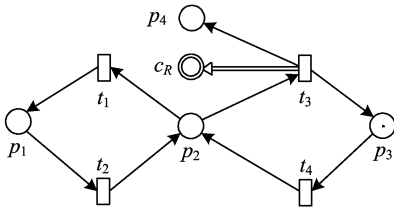


图 1 一个一阶流体随机 Petri 网回报模型

Fig. 1 A First order FSPN reward model

一阶流体随机 Petri 网的随机标识过程是一个状态空间部分连续、部分离散的时间马尔科夫过程,在时刻  $\tau$  过程的状态记作  $M(\tau) = \{(\mathbf{m}(\tau), \mathbf{x}(\tau)), \tau \geq 0\}$ , 标识过程的概率密度函数记作  $g(\tau, \mathbf{x}, i) = \partial P(\tau, \mathbf{x}, i) / \partial \mathbf{x}(\mathbf{m}_i \in S_D)$ , 其中,  $P(\tau, \mathbf{x}, i) = \Pr\{\mathbf{m}(\tau) = \mathbf{m}_i, \mathbf{x}(\tau) \leq \mathbf{x}\}$  为概率分布函数.

非马尔科夫随机 Petri 网包括发射时间为非指数分布的变迁,由于非指数分布不具有指数分布特有的无记忆性,从而给模型的求解带来很大的不便.文献[7]通过添加表示非指数变迁记忆的连续库所,将非马尔科夫随机 Petri 网映射为一阶流体随机 Petri 网,而被映射后的模型中仍只含有指数变迁和立即变迁,其随机标识过程为马尔科夫过程,可直接利用现有的方法进行分析求解,这种结构化的表示方法可以允许同时有多个非指数变迁被使能,并且允许非指数变迁同时具有不同的记忆处理策略.这里定义的一阶流体随机 Petri 网包括了文献[7]中流体随机 Petri 网的全部建模原语,除极个别情况外,完全可替代包括马尔科夫再生随机 Petri 网在内的非马尔科夫随机 Petri 网,并有着比它们大得多的建模范围.因此,本文提出的基于一阶流体随机 Petri 网的回报模型,既可用于建模潜在动态行为过程为马尔科夫过程的随机系统,也可用于建模动态行为过程为非马尔科夫过程的随机系统.

## 2 回报机制与回报变量

回报机制以系统的方式为很多性能指标的定义和计算提供了一个统一的框架,一般包括率回报和冲量回报.在随机过程层次,率回报是当随机过程处于某个状态时,累积回报增加或减少的速率;冲量回报是当随机过程的状态发生转移时,累积回报增加或减少的数值.在随机时间 Petri 网层次,率回报是当随机标识过程处于某个离散状态时,累积回报增加或减少的速率,冲量回报是当变迁发射时累积回报增加或减少的数值.

基于一阶流体随机 Petri 网的回报机制可由一个回报率(reward rate)矢量  $\mathbf{rr}(z)$  和与每个变迁关联的回报冲量(reward impulse)  $ri^t$  给出:

$\mathbf{rr}_i(z) = ((\mathbf{rr}(z))_i \in \mathbb{R})$  是系统处于离散状态  $\mathbf{m}_i \in S_D$  时的回报率;

$ri^t \in \mathbb{R}$  是变迁  $t \in T$  发射产生的回报冲量<sup>[13]</sup>.

本文中回报率和回报冲量都可以取负值(表示故障发生引起的成本等),并且回报率可为累积回报的函数,回报率矢量  $\mathbf{rr}(z)$  中的自变量  $z$  表示累积回报.这里回报冲量采用与文献[3]完全不同的定义方式,主要是考虑到一般情况下,只需计入个别变迁发射产生的回报,而且这种定义方式对流体随机 Petri 网模型来说,易于计算和进行图形化表示.

在回报机制的基础上,可定义三个回报变量

$$R_{\text{inst}}(\tau) = \sum_{\mathbf{m}_i \in S_D} rr_i \cdot 1_{\{\mathbf{m}(\tau) = \mathbf{m}_i\}} + \sum_{t \in T} ri^t \cdot 1_{\{t \text{ 在 } \tau \text{ 时刻发射}\}} \cdot \delta \quad (1)$$

$$R_{\text{acc}}(\tau) = \int_0^\tau R_{\text{inst}}(y) dy \quad (2)$$

$$R_{\text{aver}}(\tau) = \frac{1}{\tau} R_{\text{acc}}(\tau) \quad (3)$$

其中,  $1_{\{\cdot\}}$  (谓词) 是示性函数,  $\mathbf{m}(\tau)$  表示在时刻  $\tau$  标识过程的离散状态.这里,  $R_{\text{inst}}(\tau)$  表示在时刻  $\tau$  的瞬时回报,  $R_{\text{acc}}(\tau)$  表示在  $[0, \tau]$  时间内的累积回报,  $R_{\text{aver}}(\tau)$  表示在  $[0, \tau]$  时间内的平均回报.当随机标识过程处于离散状态  $\mathbf{m}_i$  时,系统的累积回报以速率  $rr_i(z)$  连续增加(回报率若为负,则连续减少),当变迁  $t$  发射,累积回报瞬时一次性增加  $ri^t$ .瞬时回报是累积回报对时间的导数,由于在累积回报中考虑了变迁发射引起的回报冲量,故在  $R_{\text{acc}}(\tau)$  中会出现阶跃性变化,相应地,在瞬时回报  $R_{\text{inst}}(\tau)$  中会出现 Dirac 冲击(式(1)中用  $\delta$  表示).其中,累积回报  $R_{\text{acc}}(\tau)$  和平均回报  $R_{\text{aver}}(\tau)$  都是随机变量,而瞬时回报  $R_{\text{inst}}(\tau)$

由于可能出现 Dirac 冲击因而不是随机变量。

### 3 回报模型的建立及回报变量的计算

下面分两种情况讨论基于一阶流体随机 Petri 网的回报建模问题。

#### 3.1 第一种情况

回报率  $rr$  为常数矢量,也即独立于累积回报,并且仅需考虑回报变量的期望值,不需计算概率分布.这种情况不需要在流体随机 Petri 网中添加表示累积回报的流体库所,回报变量的期望值可直接根据描述随机标识过程状态的概率密度函数求出。

若已知描述一阶流体随机 Petri 网随机标识过程状态的概率密度函数  $g(\tau, \mathbf{x}, i) (m_i \in S_D)$ ,则在时刻  $\tau$  标识过程离散状态为  $m_i$  的概率为

$$\Pr(\mathbf{m}(\tau) = m_i) = \int_0^{B(c_C | P_C |)} \dots \int_0^{B(c_2)} \int_0^{B(c_1)} g(\tau, x_1, x_2, \dots, x | P_C |, i) dx_1 dx_2 \dots dx | P_C |, (m_i \in S_D)$$

将时刻  $\tau$  变迁  $t \in T$  的发射频率记为  $\varphi^t(\tau)$ ,  $\varphi^t(\tau) dt$  表示在时刻  $\tau$  的邻域内变迁  $t$  发射次数的期望值。

在时刻  $\tau$  指数变迁  $t$  的发射频率为

$$\varphi^t(\tau) = \sum_{m_i \in \epsilon(t)} \int_0^{B(c_C | P_C |)} \dots \int_0^{B(c_2)} \int_0^{B(c_1)} g(\tau, x_1, x_2, \dots, x | P_C |, i) \cdot \lambda(t, (m_i, (x_1, x_2, \dots, x | P_C |))) \cdot dx_1 dx_2 \dots dx | P_C |, (t \in T_E) \tag{4}$$

由于立即变迁的瞬时发射率为无穷大,所以它们的发射频率不能直接利用式(4)计算,但可根据立即变迁前集及禁止集与其他立即变迁和指数变迁的连接情况具体分析,最终由影响立即变迁使能的其他相关指数变迁的发射频率确定。

于是,累积回报的期望值为

$$\begin{aligned} \bar{R}_{acc}(\tau) = E[R_{acc}(\tau)] &= E\left[\int_0^\tau R_{inst}(y) dy\right] = \\ &E\left[\int_0^\tau \sum_{m_i \in S_D} rr_i \cdot 1_{\{\mathbf{m}(y)=m_i\}} \cdot dy + \int_0^\tau \sum_{t \in T} ri^t \cdot 1_{\{\text{在时刻 } y \text{ 变迁 } t \text{ 发射}\}} \cdot \delta y\right] = \\ &\sum_{m_i \in S_D} rr_i \cdot \int_0^\tau \Pr(\mathbf{m}(y) = m_i) dy + \sum_{t \in T} ri^t \cdot E[\text{在 } [0, \tau) \text{ 时间内, 变迁 } t \text{ 的发射次数}] = \end{aligned}$$

$$\sum_{m_i \in S_D} rr_i \cdot \int_0^\tau \Pr(\mathbf{m}(y) = m_i) dy + \sum_{t \in T} ri^t \cdot \int_0^\tau \varphi^t(y) dy;$$

平均回报的期望值为

$$\bar{R}_{aver}(\tau) = E[R_{aver}(\tau)] = E\left[\frac{1}{\tau} R_{acc}(\tau)\right] = \frac{1}{\tau} \bar{R}_{acc}(\tau).$$

瞬时回报的期望值不能直接根据瞬时回报变量计算,因为瞬时回报可能包含 Dirac 冲击,但可间接通过累积回报的期望值得到:

$$\bar{R}_{inst}(\tau) = \frac{d}{d\tau} \bar{R}_{acc}(\tau) = \sum_{m_i \in S_D} rr_i \cdot \Pr(\mathbf{m}(\tau) = m_i) + \sum_{t \in T} ri^t \cdot \varphi^t(\tau).$$

如果极限状态概率  $\Pr(m_i) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pr(\mathbf{m}(\tau) = m_i)$  和变迁的极限发射频率  $\varphi^t = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi^t(\tau)$  存在,则瞬时回报期望值的极限存在:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{inst} &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \bar{R}_{inst}(\tau) = \sum_{m_i \in S_D} rr_i \cdot \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pr(\mathbf{m}(\tau) = m_i) + \sum_{t \in T} ri^t \cdot \lim_{\tau \rightarrow \infty} \varphi^t(\tau) = \\ &\sum_{m_i \in S_D} rr_i \cdot \Pr(m_i) + \sum_{t \in T} ri^t \cdot \varphi^t. \end{aligned}$$

累积回报期望值的极限在多数情况下不存在,但对那些具有吸收状态的流体随机 Petri 网模型,一般存在累积回报期望值的极限,而到达吸收状态之前累积的回报值往往是这类模型重要的性能指标之一.从数学角度看,回报变量的期望值是状态概率和发射频率的线性组合。

#### 3.2 第二种情况

若回报率  $rr$  不再是常数矢量,而是随累积回报的变化而变化;或一阶流体随机 Petri 网模型中某些变迁的使能及发射参数取决于累积回报数值,也即系统的累积回报影响系统行为,或需要计算累积回报的概率分布;这时,需要在一阶流体随机 Petri 网模型中添加表示累积回报的连续库所。

在流体随机 Petri 网模型中添加的部分如图 2 所示,连续库所  $c_R$  的连续标识表示累积回报数值.指数变迁  $t_1, t_2$  总是被使能,其发射率任意.连续弧  $l_1$  向连续库所  $c_R$  注入流体,表示累积回报的连续性增加,其流体流动速度对应于回报率取正值的部分,在离散实存状态为  $m_i \in S_D$  时,流动速度为  $A_c(l_1, (m_i, \mathbf{x})) = \max(rr_i(x_R), 0)$ . 这里,函数  $\max(a, b)$  表示取  $a$  和  $b$  的较大值,  $x_R$  为库所  $c_R$  的标识,即为

累积回报数值,  $rr_i(x_R)$  表示回报率为累积回报的函数. 连续弧  $l_2$  从库所  $c_R$  输出流体, 表示累积回报的连续性减少, 其流体流动速度对应于回报率取负值的部分, 在离散实存状态为  $m_i \in S_D$  时, 流动速度为  $A_C(l_2, (m_i, x)) = \max(-rr_i(x_R), 0)$ . 图 2 中变迁  $t_{11}, t_{12}, \dots, t_{1N}$  为原流体随机 Petri 网模型中发射产生正值回报冲量的指数变迁和立即变迁, 变迁  $t_{21}, t_{22}, \dots, t_{2N}$  为原模型中发射产生负值回报冲量的指数变迁和立即变迁, 这些变迁与表示累积回报的连续库所  $c_R$  之间分别用输入流体跳跃弧和输出流体跳跃弧连接, 各跳跃弧的跳跃高度即为相应变迁发射所产生的回报冲量数值.

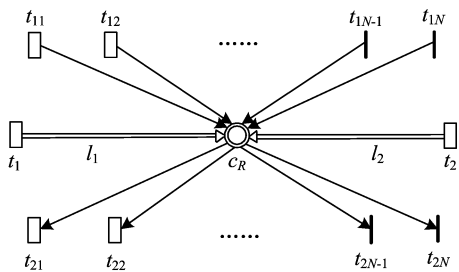


图 2 添加的部分

Fig. 2 The part being added

由于目前一阶流体随机 Petri 网中连续库所的标识只能取非负实数值, 所以, 虽然回报率和回报冲量可取正值、零或负值, 但累积回报只能为非负值. 这种限制在某些情况下会给建模带来一定的不便.

流体随机 Petri 网模型中已有的连续库所总数为  $|P_C|$  个, 添加的表示累积回报的连续库所第  $|P_C| + 1$  个. 若已知描述回报模型随机标识过程状态的概率密度函数  $g(\tau, \mathbf{x}, i)(m_i \in S_D)$ , 则可求得累积回报的概率密度函数为

$$f(\tau, x_R) = \frac{d}{dx_R} F(\tau, x_R) =$$

$$\frac{d}{dx_R} \Pr(R_{acc}(\tau) \leq x_R) = \sum_{m_i \in S_D} \left( \int_0^{B(c_1 | P_C)} \dots \right)$$

$$\int_0^{B(c_2)} \int_0^{B(c_1)} g(\tau, x_1, x_2, \dots, x_{|P_C|}, x_R, i) dx_1 dx_2 \dots dx_{|P_C|} )$$

相应地, 可求得平均回报的概率分布和各回报变量的期望值.

## 4 例子

一个数控机床, 该机床具有一定的故障发生率, 其刀具累计加工一定的时间后, 由于加工精度不再

能满足要求必须报废, 刀具加工零件的效率随累计加工时间的增长而不断下降, 要求分析每个刀具在报废之前平均可加工的零件数, 以及为机床更换刀具的平均时间.

假设该数控机床发生故障的平均时间间隔是 300 h, 每次维修需要的时间平均为 2 h, 每个刀具在报废之前能累计加工的时间为 100 h. 加工零件之前, 在机床上固定零件、修改机床的控制程序等需要的设置时间平均为 0.5 h, 当刀具的累计加工时间为  $x$  h 时, 加工零件的瞬时效率平均为  $1 - x/200$ . 机床的故障发生率、维修率、加工效率以及设置时间都是随机的, 为简单起见, 假设所有的状态转移时间均服从指数分布.

这个问题的一阶流体随机 Petri 网模型参见图 1. 图中共有 4 个离散库所和 1 个连续库所, 以及 4 个指数变迁. 离散库所  $p_3$  表示机床处于设置状态, 变迁  $t_4$  表示机床的设置操作, 其瞬时发射率为  $\lambda(t_4) = 2$ . 库所  $p_2$  表示机床处于工作状态, 变迁  $t_3$  表示机床对零件的加工, 其瞬时发射率为  $\lambda(t_3) = 1 - x/200$ . 其中,  $x$  为刀具的累计加工时间, 库所  $p_4$  表示累计加工完成的零件个数, 库所  $p_1$  表示机床处于故障状态, 变迁  $t_1$  表示机床发生故障, 变迁  $t_2$  表示机床的维修操作, 它们的瞬时发射率分别是  $\lambda(t_1) = 1/300$  和  $\lambda(t_2) = 1/2$ . 模型中只有一个连续库所  $c_R$ , 表示刀具累计加工的时间, 其连续标识记作  $x$ . 当机床处于工作状态时, 连续标识  $x$  随时间同步增长.

严格来说, 变迁  $t_3$  的瞬时发射率应该写作:

$$\lambda(t_3, (m_i, x)) = \begin{cases} 1 - x/200, & m_i \in \epsilon(t_3), \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

其中,  $\epsilon(t_3)$  表示变迁  $t_3$  被使能的所有离散状态, 也即库所  $p_2$  含有托肯的离散状态. 其他变迁的瞬时发射率也应该类似地给出.

从回报建模的角度看, 连续库所  $c_R$  的标识表示累积回报, 回报率矢量为

$$rr_i(x) = (r(x))_i = \begin{cases} 1, & m_i \in \epsilon(t_3), \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

该模型中没有冲量回报, 因为仅在变迁  $t_3$  被使能时, 累积回报变化, 所以不需要另外添加指数变迁, 而直接在库所  $c_R$  与变迁  $t_3$  之间用流体流动速度为常数 1 的连续弧连接即可.

需要计算的性能指标是累积回报达到 100 需要的平均时间, 以及在累积回报达到 100 时, 库所  $p_4$

含有的托肯数平均值. 由于库所  $p_4$  中的托肯数在理论上可以无限增长, 所以该回报模型的离散状态空间是无限的. 如果用分析方法求解, 即建立描述随机标识过程状态的概率密度函数满足的方程, 然后用数值方法计算, 则必须在建立方程之前, 对库所  $p_4$  中的托肯数作一个估计, 在允许的误差范围内, 忽略掉概率值很小的离散状态. 这个过程非常复杂, 有待进一步研究. 本文采用 The Stochastic Petri Net Package 6.0<sup>[14]</sup> 对该模型进行仿真, 得到每个刀具可加工的零件数约为 67.8 个, 为机床更换刀具的平均时间约为 134.3 h.

这个简单例子说明了利用一阶流体随机 Petri 网建立回报模型, 其累积回报(刀具累计加工的时间)可影响系统本身的动态行为(机床的加工效率).

## 5 结论

本文首先给出了一阶流体随机 Petri 网的定义, 然后从回报机制与回报变量的定义、回报模型的建立等方面提出了基于一阶流体随机 Petri 网的回报模型的一般性建模方法. 该方法既可用于建模潜在动态行为过程为马尔科夫过程的随机系统, 也可用于建模动态行为过程为非马尔科夫过程的随机系统. 在一阶流体随机 Petri 网回报模型中, 可建模率回报和冲量回报, 并可允许累积回报影响被建模系统的动态行为以及回报率本身. 在事件活动时间服从非指数分布的随机系统的性能评价方面, 利用一阶流体随机 Petri 网描述的回报模型比以往使用的其他典型回报模型具有更大的建模灵活性. 累积回报等回报变量的概率密度和期望值可以直接由一阶流体随机 Petri 网回报模型的暂态解求出, 不需另外寻求解决技术.

### 参考文献(References)

- [1] Trivedi K S, Muppala J k, Woollet S P, et al. Composite performance and dependability analysis[J]. Performance Evaluation, 1992, 14:197-215.
- [2] Ciardo G, Marie R A, Sericola B, et al. Performability analysis using semi-Markov reward processes [J]. IEEE Transactions on Computers, 1990, 39(10): 1 251-1 264.
- [3] Telek M, Pfening A. Performance analysis of Markov regenerative reward models [J]. Performance Evaluation, 1996, 27:1-18.
- [4] Ciardo G, Muppala J, Trivedi K S. Analyzing concurrent and fault-tolerant software using stochastic reward nets[J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 1992, 15(3):255-269.
- [5] Horton G. Computation of the distribution of accumulated reward with fluid stochastic Petri nets [C] // Proceedings of 2nd IEEE IPDS. Urbana-Champaign, Illinois, USA; IEEE Press, 1996:90-95.
- [6] Wolter K, Zisowsky A. On Markov reward modeling with FSPNs[J]. Performance Evaluation, 2001, 44: 165-186.
- [7] Gribaudo M, Sereno M, Bobbio A. Fluid stochastic Petri nets: an extended formalism to include non-Markovian models [C] // Proceedings of PNPMP'99. Zaragoza, Spain; IEEE Computer Society, 1999:74-81.
- [8] Trivedi K S, Kulkarni V G. FSPNs: fluid stochastic Petri nets[C] // Proc. 14th Int. Conf. on Application and Theory of Petri Nets. Chicago; Springer Verlag, 1993:24-31.
- [9] Horton G, Kulkarni V G, Nicol D M, et al. Fluid stochastic Petri nets: theory, applications and solution [J]. European Journal of Operation Research, 1998, 105(1):184-201.
- [10] Wolter K. Second order fluid stochastic Petri nets: an extension of GSPNs for approximate and continuous modeling[C] // Proceedings of WCSS'97. Singapore, 1997:328-332.
- [11] Wolter K. Jump transitions in second-order FSPNs[C] // Proceedings of IEEE MASCOTS'99. Washington D C; IEEE Press, 1999:156-163.
- [12] LU Guang-song, GE Yun-jian. First order fluid stochastic Petri net: definition and analysis[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2006, 36(2):170-175.  
卢光松, 葛运建. 一阶流体随机 Petri 网: 定义与分析 [J]. 中国科学技术大学学报, 2006, 36(2):170-175.
- [13] German R. Performance analysis of communication systems; modeling with non-Markovian Stochastic Petri nets[M]. Chichester, New York; John Wiley, 2000.
- [14] Trivedi K S. SPNP Package 6.0 Manual [EB/OL]. <http://www.ee.duke.edu/~chirel/index.html>, Oct. 2002.