# 面向沉底目标的分数阶傅里叶变换谱重排回波时频处理

### 王 强<sup>1</sup>,潘 翔<sup>2</sup>

(1. 中国计量学院 质量与安全工程学院,浙江 杭州,310018;
 2. 浙江大学 信息与电子工程学系,浙江 杭州,310027)

摘 要:基于谱重排原理,在混响限条件下,根据工程需要讨论 Wigner-Ville、短时傅里叶变换(STFT)和分数阶 傅里叶变换(FrFT)3种谱重排下目标宽带回波时频特征的表征过程。用二维 FrFT 重排谱表征目标回波,在此基础 上设计时频匹配检测器。研究结果表明:FrFT 谱重排有利于表征沉底目标回波时频局部化特征,且在一定程度上 抑制混响,提高二类目标回波在时频面的能量集聚性,便于设计二维匹配检测器,提高水下目标检测性能。 关键词:回波;分数阶傅里叶变换;谱重排;聚集性检测 中图分类号:TB566;TN911.7 文献标志码:A 文章编号:1672-7207(2009)06-1649-06

## Bottom object echo time-frequency processing based on two dimension fractional Fourier transform reassignment spectrogram

WANG Qiang<sup>1</sup>, PAN Xiang<sup>2</sup>

(1. Department of Quality and Safety Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;
 2. Department of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Based on reassigned time-frequency distribution theory, and given the practical implementation, the reassigned Wigner-Ville distribution, reassigned short time Fourier transform (STFT) and reassigned fractional Fourier transform (FrFT) distribution characteristics were discussed. The two dimension reassigned FrFT was selected to represent underwater target echo which was contaminated by serious bottom reverberation. Then time-frequency matched detector was designed. The experimental data analysis shows that reassigned FrFT spectrogram was able to represent bottom echoes components' time frequency local characteristics. Two kinds of target echoes energy concentrations were obvious in time frequency plane. The proposed method helps to improve underwater target detection performance.

Key words: sonar echo; fractional Fourier transform(FrFT); spectrogram reassignment; energy concentration detection

在浅海乃至近岸海域,海洋环境在时间和空间上 的不确实性、变异性对声传播和信号处理的影响很 大<sup>[1]</sup>。水声目标分类识别是一项非常复杂的信号处理 工作,国内外研究者对水声目标分类识别技术进行了 研究<sup>[2-5]</sup>。主动声纳系统检测性能主要受信道传输特性 和海面、海底等散射产生混响的影响,研究者提出了 一些抑制混响的方法<sup>[3-5]</sup>。对于水下静止目标所产生的 主动声纳回波,基于机理的特征提取模型主要有极点 模型、共振散射理论、亮点模型等<sup>[1-2]</sup>。但在实际探测 过程中,由于海底环境的复杂性、目标几何形状的复 杂性和探测目标的任意性,应用上述方法在数学表达 和求解上比较困难。在强混响背景下,仅利用声特性 进行沉底目标识别难以达到要求<sup>[6-8]</sup>。因此,要开发和 利用一切鉴别信息(包括目标信号的宏结构和微结构

收稿日期:2008-10-15;修回日期:2009-01-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60902095);国家质检公益性行业科研专项基金资助项目(200910181);浙江省自然科学基金资助项目 (Y1090672)

通信作者:王 强(1976-),男,湖北应城人,博士,副教授,从事声学多传感器阵列信号处理及无损检测研究;电话:0571-86914534;E-mail: wangtulip@yahoo.com.cn

知识),以便有效地提高识别性能,特别是提高对弱信 号的识别能力。在目标识别过程中,对目标噪声的不 变性、可鉴别性特征的研究重点包括宽带时-频特征 中的不变性和可鉴别性特征的提取。本文作者从工程 应用角度,利用高时间-带宽乘积发射 LFM(Linear frequency modulation)脉冲信号,分析 Wigner-Ville (W-V)、短时傅里叶变换(Short-time Fourier transform, STFT)和分数阶傅里叶变换(FrFT)这 3 种谱重排时频 分布的特点。根据 FrFT 对 LFM 信号能量聚焦性和自 身是时频平面旋转算子的优势,研究二维 FrFT 重排 谱有效表征强混响干扰背景下目标回波时频分布的局 部特性,并在此基础上设计时频匹配检测器,以提高 对沉底目标检测的性能。

### 1 沉底目标散射模型与混响

回波是沉底目标在入射声波激励下产生的一种物 理过程,它既与目标固有振荡或波动特性有关,又与 入射声波特性有关<sup>[2]</sup>。混响的形成机理复杂,在浅水 环境中存在体积混响、水面混响和水底混响。在浅水 环境中进行有源探测,声呐中的信号和混响是高度相 关的(因为都是同一束声波的回波),因此,在时域上 存在很大的耦合,传统的信号处理方法(如匹配滤波) 效果不甚理想,单纯从时延上进行处理很能抑制混响 的影响;此外,混响的频谱特征与回波的频谱特征近 似,单纯滤波也不能有效地解决问题<sup>[8-9]</sup>。

LePage 等<sup>[8]</sup>研究了浅水区域波导环境中海底混响的特性,在远场近似条件下,从发射点源到底部散射体的入射声场可表示为:

$$p_i(\omega, z_s, r) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \sum_{m=1}^{N} \frac{\phi_m(z_s)\phi_m^-}{\sqrt{k_m}} e^{ik_m r} \,. \tag{1}$$

其中:r为距离; $\omega$ 为频率; $k_m$ 为模的波数; $\phi_m$ 为模 的形状函数; $\phi_m^-$ 为模形态函数的散射; $z_s$ 为目标源 深度。

考虑到散射影响,将局部散射分布表示为距离和 方位角的函数,则声纳阵所接收的回波信号,可通过 格林函数来表示:

$$p_r(\omega, z_s, r) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \sum_{n=1}^{N} \frac{\phi_n(z_s)\phi_n^-}{\sqrt{k_n}} e^{ik_n r} \,. \tag{2}$$

其中: φ<sub>n</sub><sup>-</sup> 反映了散射体反射信号激励波导的能力; z<sub>s</sub> 为接收阵的深度; k<sub>n</sub> 为模函数。因此,水底所有散射 体在各频率下距离 r 和方位角的反射声场可表示为:

$$p(\omega, z_s, z_r) \approx 2\pi \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta \int_0^{\infty} \mathrm{d}r \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \phi_m(z_s) \phi_m^- \times$$
$$\eta(r, \theta) \phi_n^+ \phi_n(z_r) \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_n + k_m)r}}{\sqrt{k_n k_m}} \,, \tag{3}$$

式中: $\eta$  为散射体的分布; $\phi_n^+$ 为反映散射体反射信号 激励波导的能力参数。

### 2 时频谱重排分析

#### 2.1 W-V 和 STFT 时频谱重排

在非平稳信号的时频分析中,W-V 分布变换是一种常用的方法<sup>[10-11]</sup>,但它是双线性变换,对于多分量 信号处理会出现交叉项。采用平滑技术,可减少交叉 项的影响,但平滑处理不仅会丧失 W-V 许多有用的特 性,信号项的时频聚集性也会有所下降。

时-频分布的能量聚集性判据最早由 Baraniuk 等<sup>[12]</sup>用于最优核设计。Williams 等<sup>[13]</sup>利用 Rényí 信息 熵,以提高 W-V 时频分布的可读性。Auger 等<sup>[14-15]</sup> 提出对信号进行时频谱重排,重排后分布不再满足双 线性,但仍然保持时频平移不变性和能量守恒性,因 此,它可有效抑制 W-V 分布的交叉项,同时,提高信 号分量时频聚焦性,提高信号分量的定位精度。为避 免计算复杂,Auger 等<sup>[14]</sup>从工程角度考虑,提出了 STFT 重排谱计算的替换式:

$$SPEC(t, f; h) = |STFT(t, f; h)|^2$$
(4)

而信号 x(t)的 STFT 被定义为:

$$\text{STFT}(t,f;h) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi f \tau} x(\tau) h(\tau-t) \mathrm{d}\tau \quad (5)$$

式中: *h*(*t*)为窗函数。将频谱图写为信号的 W-V 分布 及其分析窗的 W-V 分析窗的二维卷积形式:

$$S_x(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_x(s,\xi) W_g(t-s,f-\xi) \mathrm{d}s \mathrm{d}\xi \quad (6)$$

式中:g为窗函数; W<sub>g</sub>为g的W-V分布。 谱重排算子 可进一步表示为:

$$\hat{t}_{x}(t,f) = t - \Re\left\{\left\{\frac{\operatorname{STFT}_{\alpha}(t,f;T_{g})^{*}\operatorname{STFT}_{\alpha}^{*}(t,f;g)}{\left|\operatorname{STFT}_{\alpha}(t,f;g)\right|^{2}}\right\}; \quad (7)$$

$$\hat{t}_{x}(t,f) = t - \Im\left\{\left\{\frac{\operatorname{STFT}_{\alpha}(t,f;D_{g}) * \operatorname{STFT}_{\alpha}^{*}(t,f;g)}{\left|\operatorname{STFT}_{\alpha}(t,f;g)\right|^{2}}\right\} \circ (8)$$

式中: $T_g(t) = t * g(t)$ ,  $D_g(t) = dh/dt$ , 均为平滑窗 函数。

#### 2.2 FrFT 时频谱重排

分数阶傅里叶变换作为广义形式的傅里叶变换, 已发展为分析和处理非平稳信号与时变系统的强有力 工具,在信号处理等领域应用广泛<sup>[5,14-17,20-21]</sup>。

Flandrin 的基本思想是寻找一个最佳窗使时频的 每一点具有最小的时-频支撑。当窗完全与最小的时-频支撑匹配时,能量最聚集<sup>[14]</sup>。在分数阶 Fourier 域, 对于线性调频信号,通过选择合适的角度就可以得到 1 个冲击信号,其能量在 *u* 轴的对应点聚集。因此, 可用分数阶 Fourier 域的能量聚集性进行检测<sup>[16-17]</sup>。

Almeida等<sup>[18-20]</sup>阐述了 FrFT 的特点及其与时频描述的关系。分数阶 Fourier 变换是信号的时频分布在旋转后的频率轴上的投影,若旋转角度合适,则可得到 LFM 信号能量聚集的分数阶 Fourier 域的分布。

邓兵等<sup>[6, 17]</sup>讨论了 FrFT 在水下声探测方面抑制 混响和水下动目标 LFM 回波检测方面的应用。LFM 信号在某一旋转角度的 FrFT 上具有很好的时频聚焦 性,若混响失去了原来发射信号的线性调频性,则它 也将失去该旋转角度上 FrFT 的时频聚焦性。

连续时间函数 x(t)的 p 阶 FrFT 变换可表示为

$$X_{\alpha}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\alpha, t, u) x(t) dt$$
(9)

式中: $\alpha = a\pi/2$ ; *a* 为分数阶傅里叶变换的阶数;  $K_{\alpha}(t,u)$ 为 FrFT 的核函数,可表示为:

$$K_{\alpha}(t,u) = \frac{\exp(j\alpha/2)}{\sqrt{j\sin\alpha}} \times \exp\left[j\pi \frac{(t^2 + u^2)\cos\alpha - 2tu}{\sin\alpha}\right] \circ$$

对于连续信号, p 阶 FrFT 为时频面旋转坐标系 上的积分算子,该旋转坐标系相对于时频坐标系的旋 转角度为 $\alpha = p\pi/2$ 。LFM 信号在时频面上呈直线支 撑分布,其斜率由 LFM 信号调频速率  $n_0$ 决定。对于 离散观测信号,当离散 FrFT 坐标系横坐标轴 u 和 LFM 信号时频特性直线相互垂直时,离散 FrFT 沿时 频面上的分布直线积分,获得对 LFM 信号的聚焦效 应。同样,信号 x(s,t)的二维 FrFT 可表示为:

$$\begin{aligned} X_{\alpha_1,\alpha_2}(s,t,u,v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_1,\alpha_2}(s,t,u,v) x(s,t) \mathrm{d}s \mathrm{d}t \,\,. \end{aligned} \tag{11} \\ & \texttt{其变换核的定义为}^{[21]}: \end{aligned}$$

$$K_{\alpha_{1},\alpha_{2}}(s,t,u,v) = \sqrt{\frac{(1-j\cot\alpha_{1})}{2\pi}} \sqrt{\frac{(1-j\cot\alpha_{2})}{2\pi}} \cdot \exp\left[j\left(\frac{s^{2}+u^{2}}{2}\cot\alpha_{1}-su\csc\alpha_{1}\right)\right] \cdot \exp\left[j\left(\frac{t^{2}+v^{2}}{2}\cot\alpha_{2}-tv\csc\alpha_{2}\right)\right] \cdot (12)$$

式中: $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 表示信号通过二维 Fourier 变换后的旋转角。相应地,其谱重排可表示为:

$$\hat{t}_{x}(t,\omega) = t - \Re\left\{\frac{F_{t,h}(t,\omega) * F_{\alpha_{1},\alpha_{2}}^{*}(t,\omega)}{\left|F_{\alpha_{1},\alpha_{2}}(t,\omega)\right|^{2}}\right\};$$
(13)

$$\hat{\omega}(t,\omega) = \omega - \Im\left\{\frac{F_{dh/dt}(t,\omega) * F_h^*(t,\omega)}{\left|F_h(t,\omega)\right|^2}\right\}$$
(14)

### 3 时频匹配检测

在谱重排的基础上(抑制混响干扰后),目标回波 的时频能量聚焦明显,较容易构造1个时频匹配滤波 器进行检测。将发射 LFM 信号的重排谱分布作为参 考模板,可用相关器统计度量水下目标回波和发射信 号间的相关性。回波信号时频重排表征及其时频匹配 检测流程如图1所示。

### 4 仿真与实验数据分析

4.1 宽带 LFM 回波模糊度函数

(10)

发射宽频带 LFM 信号的时延分辨力与 1/B 成正 比,而信号的 Doppler 频移分辨力与 1/T 成正比。若 时延 Doppler 频移分辨力较强,则要求 1/(*BT*)越小, 即要求信号的时间带宽乘积 *BT* 越大。LFM 信号的模 糊度函数如图 2 所示。

仿真试验发射宽带 LFM 脉冲信号频率为 5~10 kHz,时间为 10 ms,采样频率为 500 kHz,则其时域 波形和频谱如图 3 所示。图中,负频率是在傅里叶变 换数学运算过程中所产生的,并无实际物理意义。

4.2 目标回波的 FrFT 谱重排表征

对沉底目标进行探测。发射 LFM 脉冲信号频率 为 25~50 kHz,时间为 4 ms。二类水下沉底目标探测

1651

第6期



Fig.1 Underwater target echo reassigned spectra representation and its time-frequency matched detection process



Fig.2 Ambiguity function of transmitted LFM signal

的宽带回波数据分别用 W-V 谱重排、STFT 谱重排和 FrFT 谱重排进行表征,所得时频分布如图 4 所示。可 见,在坐标一致、水底混响的影响大以及目标成分与 干扰成分耦合严重时,STFT 谱重排时频分布中,信 号能量集聚受干扰影响较大,对混响抑制较困难,能 量聚焦没有呈现明显的鳍状直线;在 W-V 谱重排和 FrFT 谱重排分布中,混响干扰较小,线性调频变化的 趋势明显,但 W-V 谱重排的能量聚焦性较差。由于 FrFT 采用分数阶傅里叶 *u* 域旋转滤波,根据最佳旋转 因子去除混响干扰,回波的能量聚集效果更好,线性 调频变化很明显(基本上呈直线状)。对混响抑制效果 主要采用信混比来衡量,在本试验中,经过 FrFT 谱 重排后,信混比提高了约 2.3 dB。





(a) 目标 1 回波的 W-V 谱重排图;
 (b) 目标 1 回波的 STFT 谱重排图;
 (c) 水下目标 1 回波的 FrFT 重排谱图;
 (d) 目标 2 回
 波的 W-V 谱重排图;
 (e) 目标 2 回波的 STFT 谱重排图;
 (f) 目标 2 回波的 FrFT 谱重排图

图 4 2 种沉底目标的 W-V, STFT 和 FrFT 谱重排图

Fig.4 Echoes reassigned W-V, STFT and FrFT spectrograms of two kinds of bottomed object

### 5 结 论

a. 在浅海区域沉底目标声探测中,从工程应用角度比较了回波的 STFT 谱重排、W-V 谱重排和 FrFT 谱重排,沉底目标回波的谱重排时频局部特征各异。可利用 FrFT 谱重排方法,抑制水底混响的影响。

**b.** FrFT 谱重排对混响限条件下沉底目标 LFM 回 波具有良好的能量聚焦性,可在一定程度上提高目标 检测的信混比。

c. 在二维 FrFT 谱重排的基础上,用时频相关的 方法能有效地描绘回波变化规律,能量分布与水底目 标之间可建立清晰的对应关系。但该方法与匹配滤波 法相比在技术上还不够成熟,在实际工程应用中有待 进一步完善。

#### 参考文献:

- Vaccaro R J. The past, present, and the future of underwater acoustic signal processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1998, 15(4): 21–51.
- [2] Urick R J. Principles of underwater sound[M]. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Inc, 1983: 237–285.
- [3] Kay S, Salisbury S. Improved active sonar detection in reverberation using autoregressive prewhiteners[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 87(4): 1603–1611.
- [4] Ginolhac G, Jourdain G. Principal component inverse algorithm for detection in the presence of reverberation[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2002, 27(2): 310–321.
- [5] 郭国强,杨益新,孙 超. 被动时反混响抑制方法研究[J]. 自然科学进展, 2009, 19(1): 106-114.
   GUO GUO-qiang, YANG Yi-xin, SUN Chao. Research passive time reversal reverberation reverberation rejection method[J].
   Progress in Natural Science, 2009, 19(1): 106-114.
- [6] 邓 兵,陶 然,齐 林,等.基于分数傅里叶变换的混响抑 制方法研究[J]. 兵工学报, 2005, 26(6): 762-765.
   DEN Bing, TAO Ran, QI Lin, et al. A study on anti-reverberation method based on fractional Fourier transform[J]. Acta Armamentarii, 2005, 26(6): 762-765.
- [7] Stanic S, Kennedy E G. Reverberation fluctuations from a smooth seafloor[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1993, 18(2): 95–99.
- [8] LePage K D. Bottom reverberation in shallow water: Coherent properties as a function of bandwidth, waveguide characteristics, and scattering distributions[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1999, 106(6): 3240–3254.
- [9] Ainslie M A. Observable parameters from multipath bottom reverberation in shallow water[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2007, 121(6): 3363–3376.
- [10] Sejdić E, Djurović I, Jiang J. Time frequency feature representation using energy concentration: An overview of recent advances[J]. Digital Signal Processing, 2009, 19(1): 153–183.
- [11] 王 超, 任伟新. 基于动态规划提取信号小波脊和瞬时频率
   [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2008, 39(6): 1331-1336.
   WANG Chao, REN Wei-xin. Wavelet ridge and instantaneous frequency extraction based on dynamic optimization[J]. Journal

of Central South University: Science and Technology, 2008, 39(6): 1331–1336.

- Baraniuk R G, Flandrin P, Janssen A J E M, et al. Measuring time-frequency information content using the Renyi entropies[J].
   IEEE Transaction on Information Theory, 2001, 47(4): 1391–1409.
- [13] Williams W J, Brown M L, Hero A O. Uncertainty, information and time-frequency distributions[C]//Luk F T. Proc of SPIE Conference on Advanced Signal Processing Algorithms, Architectures, and Implementations . Bellingham WA: Int Soc Opt Eng, 1991: 144–156.
- [14] Auger F, Flandrin P. Improving the readability of time frequency and time-scale representations by the reassignment method[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1068–1089.
- [15] Auger F, Flandrin P. Time-frequency reassignment[C]// Boashash B, eds. Time frequency signal analysis and processing. Oxford: Elsevier Ltd, 2003: 290–295.
- [16] Okay A, Boudreaux G F. Fractional convolution and correlation via operator methods and application to detection of linear FM signals[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2001, 49(5): 979–993.
- [17] 陈 鹏, 侯朝焕, 梁亦慧. 基于离散分数阶傅里叶变换的水
   下动目标线性调频回波检测算法的研究[J]. 兵工学报, 2007, 28(7): 834-838.
   CHEN Peng, HOU Chao-huan, LIANG Yi-hui. Research on

discrete fractional Fourier transform-based detection algorithm for LFM echo of underwater moving target[J]. Acta Armamentarii, 2007, 28(7): 834–838.

- [18] Almeida L B. The fractional fourier transform and timefrequency representations[J]. IEEE Transaction on Signal Processing,1994, 42(11): 3084–3091.
- [19] Pei S C, Yeh M H, Tseng C C. Discrete fractional Fourier transform based on orthogonal projection[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1999, 47(5): 1335–1348.
- [20] Candan C, Kutay M A, Ozaktas H M. The discrete fractional Fourier transform[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2000, 48(5): 1329–1337.
- [21] Pei S C, Yeh M H. Two dimensional discrete fractional Fourier transform[J]. Signal Processing, 1998, 67(1): 99–108.