

立辊轧机主传动系统的扭振非线性分析

孟令启, 吴浩亮, 王建勋, 雷明杰

(郑州大学 机械工程学院, 河南 郑州, 450001)

摘要: 为了掌握立辊轧机主传动系统的扭振理论并且加以控制和利用, 根据 4200 立辊轧机主传动系统的实际参数, 建立立辊轧机主传动系统的 4 自由度非线性扭振模型, 采用 Matlab 软件, 得到分岔图、相图和庞加莱截面, 通过仿真分析其周期运动的稳定性以及通过倍周期分岔进入混沌的过程。仿真结果表明, 当激振力频率与系统固有频率相近时, 角位移增大, 系统不稳定, 在实际生产中要避免激振力频率与系统固有频率相近的工况; 随着角频率的变化, 系统由周期运动、准周期运动, 经过一系列倍周期分岔最终导致混沌产生。

关键词: 立辊轧机; 扭振; 数值仿真; 非线性模型

中图分类号: TG335.12

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2009)05-1288-06

Non-linear twist vibration of main transmission system of vertical rolling mill

MENG Ling-qi, WU Hao-liang, WANG Jian-xun, LEI Ming-jie

(School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In order to analyze and use the theory of main transmission of vertical rolling mill, a four-degree of freedom non-linear dynamical model on main transmission of vertical roller mill was established according to the actual parameters of the main transmission of 4200 vertical rolling mill. The bifurcation diagram, phase diagram and Poincare sections graph were obtained by Matlab software. The stability of periodic motion and the process of chaotic motion by ways of period doubling bifurcation were analyzed. The simulation results show that the movement of system is instable and leads to vibration Chaos when the driving force frequency is near the natural frequency of vertical rolling mill. Therefore, it should be avoided in the actual production. With the change of angular frequency, the system will change from the cycle movement to quasi-periodic motion. After a number of times the cycle, bifurcation eventually leads to the formation of chaos.

Key words: vertical rolling mill; twist vibration; numeric simulation; non-linear model

立辊轧机在轧制过程中经常出现扭振现象, 在突加载荷(如咬钢、抛钢、制动、变速等)作用下, 系统就会发生不稳定的扭转振动, 这时, 接轴上的扭矩就随扭转角的周期变化而变化, 但由扭振造成接轴上的最大扭矩比正常轧制时的静态扭矩要大得多, 严重时甚至会超过接轴材料的强度, 破坏轧机设备, 影响生产的正常进行, 甚至危及人身安全^[1-3]。因此, 长期以来,

许多研究者致力于轧机扭振理论的研究以揭示其机理, 掌握其规律, 从而加以控制和利用。轧机主传动系统是轧制过程中动力传递的主要途径, 其动力学行为直接影响机组各系统动力学状态。以往的研究多采用线性模型作为研究对象, 所建立轧机模型中的刚度和阻尼是不随时间变化的, 但实际上轧机参数并不是一成不变的, 只从线性角度考虑问题往往并不能反映

收稿日期: 2008-11-01; 修回日期: 2009-01-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10176010)

通信作者: 孟令启(1962-), 男, 安徽蚌埠人, 教授, 博士, 从事冶金机械控制工程应用领域的研究; 电话: 13623863399; E-mail: mengqi6388@163.com

真实情况。因此, 本文作者采用非线性方法对主传动系统进行分析, 建立了立辊轧机主传动系统的 4 自由度非线性扭振模型, 采用 Matlab 软件, 并利用龙格库塔法求解, 得到分岔图、相图和庞加莱截面, 通过仿真分析了其周期运动的稳定性以及通过倍周期分岔进入混沌的过程, 讨论了振动系统在不同激励频率下的运动状态和混沌振动现象, 为立辊轧机的正常运行提供理论依据。

1 模型建立

1.1 目标模型

轧钢机的主传动系统是 1 个由若干惯性元件(包括电机、联轴器、轧辊等)和弹性元件(连轴等)组成的“质量弹簧系统”。当轧件在咬入前和抛出后, 传动系统为分支系统; 当正在过钢时, 增加了 1 个轧件的同步环节, 形成封闭系统, 其简图如图 1 所示。

1.2 力学模型

根据等效原理, 将立辊轧机主传动系统简化为如图 2 所示的四质量弹簧阻尼系统。 M_1 和 M_4 为等效力学模型上的轧制力矩; M_2 和 M_3 为电机驱动力矩, 属

于振动系统的外扰力矩; J_1 和 J_4 分别为左右两轧辊的转动惯量; J_2 和 J_3 分别为左右两电机的转动惯量; θ_1 和 θ_4 分别是左右两轧辊的角位移; θ_2 和 θ_3 分别为左右两电机转动的角位移。

1.3 数学模型

在模型中由于刚度是非线性的, 用 Duffing 振子来定义刚度 $K_1' = K_1 \left[1 - \frac{1}{6}(\theta_1 - \theta_2)^2 \right]$, $K_2' = K_2 \left[1 - \frac{1}{6}(\theta_2 - \theta_3)^2 \right]$, $K_3' = K_3 \left[1 - \frac{1}{6}(\theta_3 - \theta_4)^2 \right]$ 。同步轴位置由于存在间隙、磨损等原因, 其阻尼也是非线性的, 用 Vanderpol 振子来表示, $C_1' = C_1 + l(\theta_1 - \theta_2)^2$, $C_2' = C_2 + m(\theta_2 - \theta_3)^2$, $C_3' = C_3 + n(\theta_3 - \theta_4)^2$ 。其中: l, m, n 为非线性阻尼项系数。列出数学模型^[4-11]:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + C_1'(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + K_1'(\theta_1 - \theta_2) = -M_1; \\ J_2 \ddot{\theta}_2 - C_1'(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + C_2'(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) - K_1'(\theta_1 - \theta_2) + K_2'(\theta_2 - \theta_3) = M_2; \\ J_3 \ddot{\theta}_3 - C_2'(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) + C_3'(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4) - K_2'(\theta_2 - \theta_3) + K_3'(\theta_3 - \theta_4) = M_3; \\ J_4 \ddot{\theta}_4 - C_3'(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_4) - K_3'(\theta_3 - \theta_4) = -M_4. \end{cases} \quad (1)$$

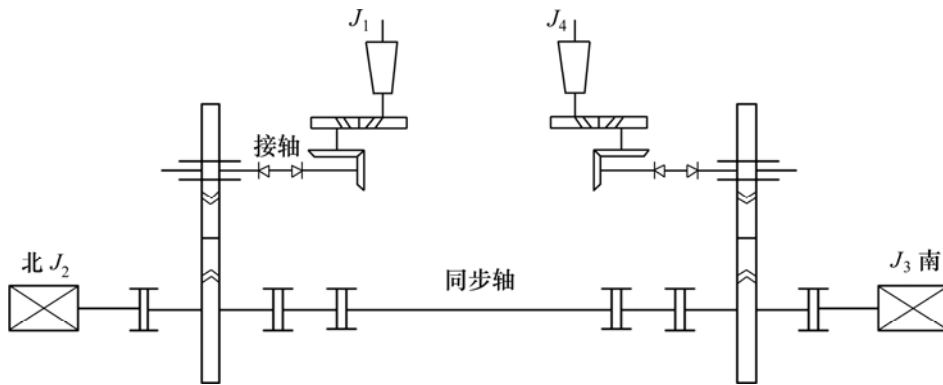


图 1 立辊轧机主传动简图

Fig.1 Diagram of main transmission system of vertical roller mill

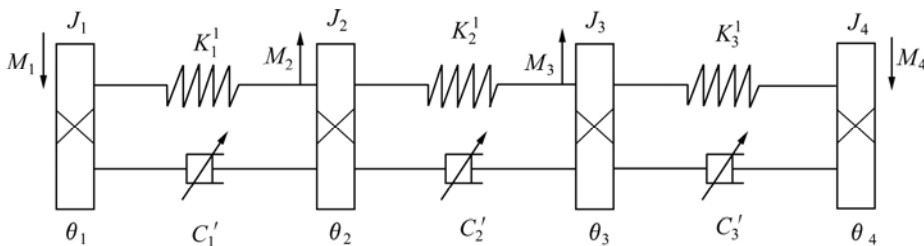


图 2 立辊轧机主传动系统简化的力学模型

Fig.2 Model of main transmission system of vertical roller mill

表 1 轧机力学模型参数

Table 1 Mechanical model parameters of vertical roller mill

$J_1/$ (kg·m ²)	$J_2/$ (kg·m ²)	$J_3/$ (kg·m ²)	$J_4/$ (kg·m ²)	$K_1/$ (kg·m·s·rad ⁻¹)	$K_2/$ (kg·m·s·rad ⁻¹)	$K_3/$ (kg·m·s·rad ⁻¹)	$C_1/$ (kg·m·s·rad ⁻¹)	$C_2/$ (kg·m·s·rad ⁻¹)	$C_3/$ (kg·m·s·rad ⁻¹)
708	15 509	15 509	708	13 873 000	947 720	13 873 000	589 000	589 000	589 000

忽略其中的非线性项，计算线性系统的固有频率：

$$\begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & J_3 & \\ & & & J_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & & \\ -C_1 & C_1+C_2 & -C_2 & \\ & -C_2 & C_2+C_3 & -C_3 \\ & & -C_3 & C_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & & \\ -K_1 & K_1+K_2 & -K_2 & \\ & -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 \\ & & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ -M_4 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式(2)为典型的线性动力学振动方程，由于当激振力的频率接近系统的固有频率时对轧机稳定性的影响最大，因此，应先求出该系统的固有频率，以便于分析非线性系统在其固有频率时的振动稳定性。

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_1 & & & \\ & J_2 & & \\ & & J_3 & \\ & & & J_4 \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & & \\ -K_1 & K_1+K_2 & -K_2 & \\ & -K_2 & K_2+K_3 & -K_3 \\ & & -K_3 & K_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

令 $N=\mathbf{J}^{-1}\mathbf{K}$ ，由机械振动学的知识可知，矩阵 N 的特征值便是该系统固有频率的平方，即 $\lambda_1 = \omega_{n1}^2$ ， $\lambda_2 = \omega_{n2}^2$ ， $\lambda_3 = \omega_{n3}^2$ ， $\lambda_4 = \omega_{n4}^2$ ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 和 λ_4 为矩阵 N 的特征值， $\omega_{n1}, \omega_{n2}, \omega_{n3}$ 和 ω_{n4} 为系统固有频率)。经计算， $\omega_{n1} = 0$ rad/s， $\omega_{n2}=10.81$ rad/s， $\omega_{n3}=143.02$ rad/s， $\omega_{n4}=143.04$ rad/s。

2 数值仿真

在 Matlab 中用于求解非线性微分方程的函数为 ode23 和 ode45，两者均采用龙格库塔法求解，但由于 ode45 采用四阶和五阶龙格库塔法联合求解，精度比 ode23 的高，因此，采用 ode45 程序来求解问题^[12-14]。根据微分方程求解出的结果，通过 Matlab 运算得到此时该系统中角位移 θ 随着角频率 ω 变化的分岔图(图 3)。

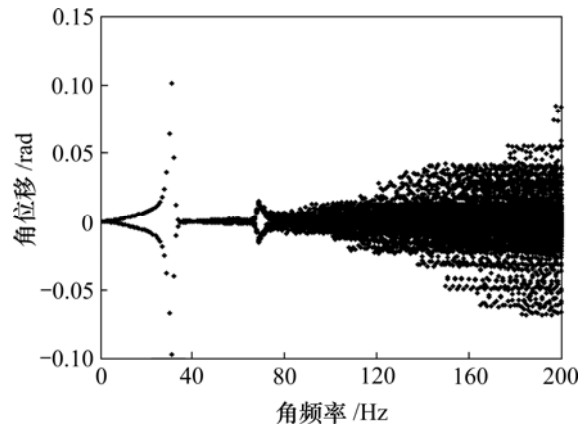


图 3 角频率 ω 作为控制参数的分岔图

Fig.3 Bifurcation diagram based on controlling parameter ω

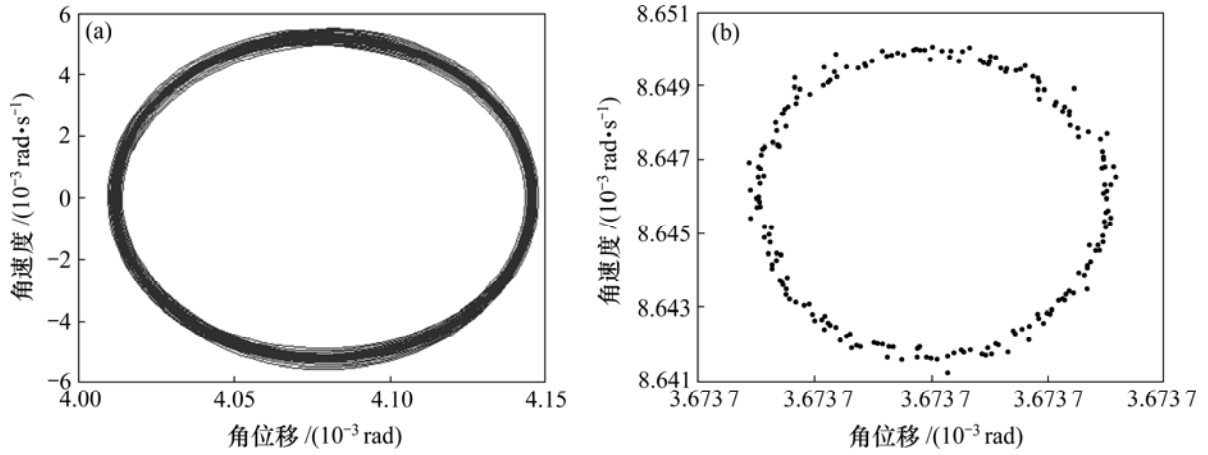
由图 3 可知，该系统在 $\omega=30$ rad/s 和 $\omega=68$ rad/s 附近发生共振，角位移 θ 突然增大，与线性系统固有频率存在偏差。这是因为受非线性刚度和阻尼项的影响，与实际情况更加吻合。随着频率增加，系统由准周期运动逐渐过渡到倍周期分岔，经过一系列倍周期分岔，进而导致混沌产生。

然而，由于分岔图无法详细描述系统的运动状态以及存在无奇怪吸引子，为了进一步分析系统的非线性振动特性，应用相图和庞加莱映射方法进行数值仿真，选取不同激振频率得出相应的相图和庞加莱截面图，如图 4~8 所示。

根据研究非线性振动与混沌运动的理论可知：相平面图为闭合线，说明运动具有周期性；相平面图比

较杂乱, 说明运动并不是特别稳定。当庞加莱截面只是 1 个不动点, 系统的运动具有周期性; 当庞加莱截

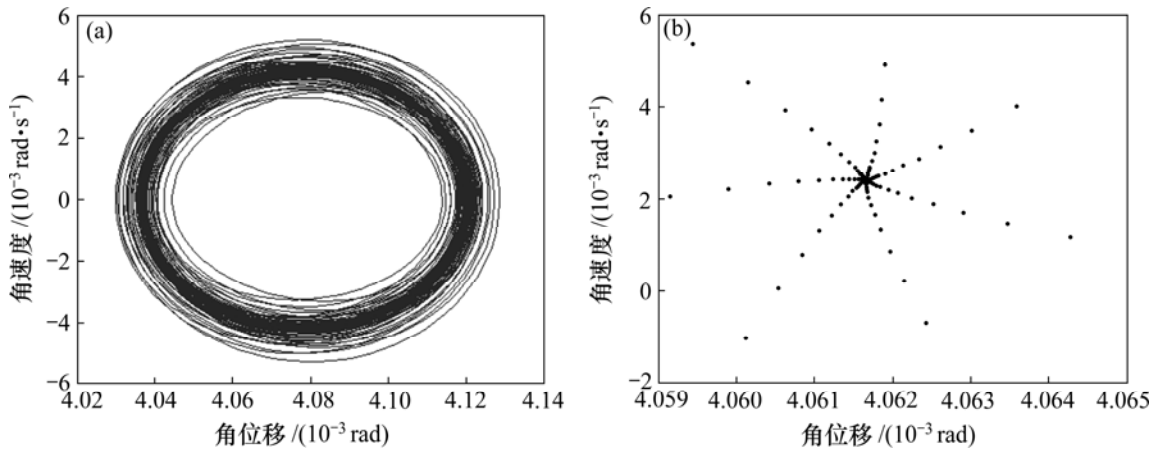
面是 1 条闭合曲线时, 系统的运动具有准周期性; 当庞加莱截面是一些成片的点集时, 系统的振动是混沌



(a) 相图; (b) 庞加莱截面

图 4 $\omega=30$ rad/s 时的相图和庞加莱截面

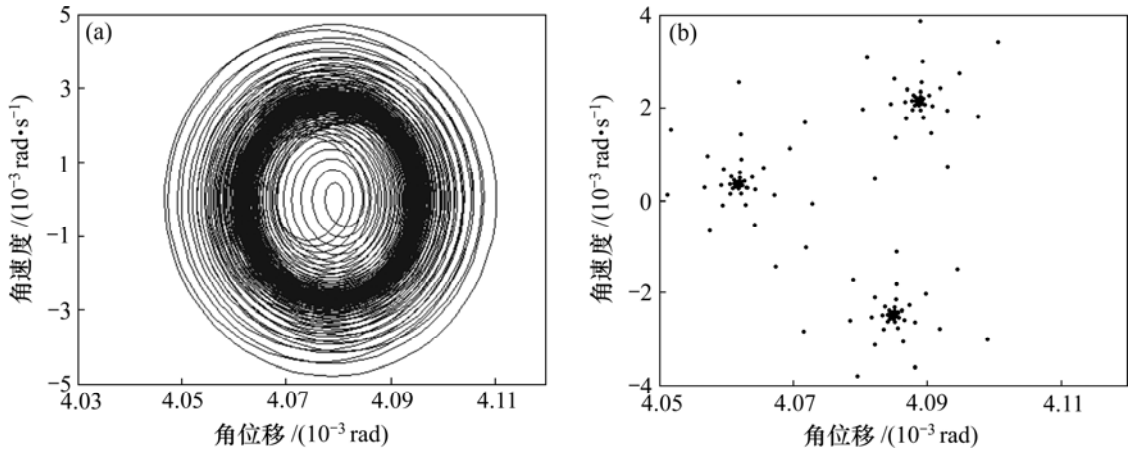
Fig.4 Phase graph(a) and Poincaré section graph(b) when $\omega=30$ rad/s



(a) 相图; (b) 庞加莱截面

图 5 $\omega=68$ rad/s 时的相图和庞加莱截面

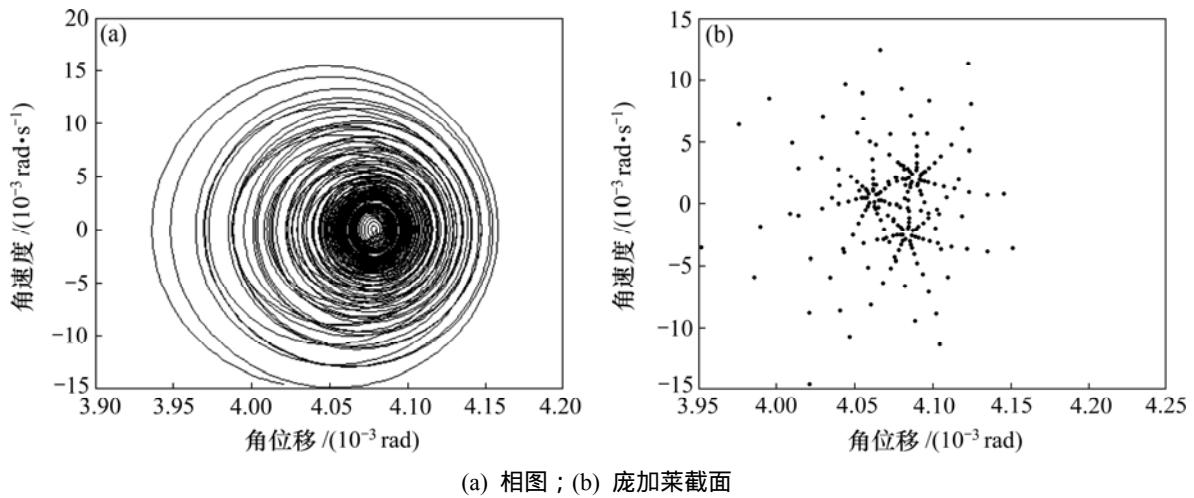
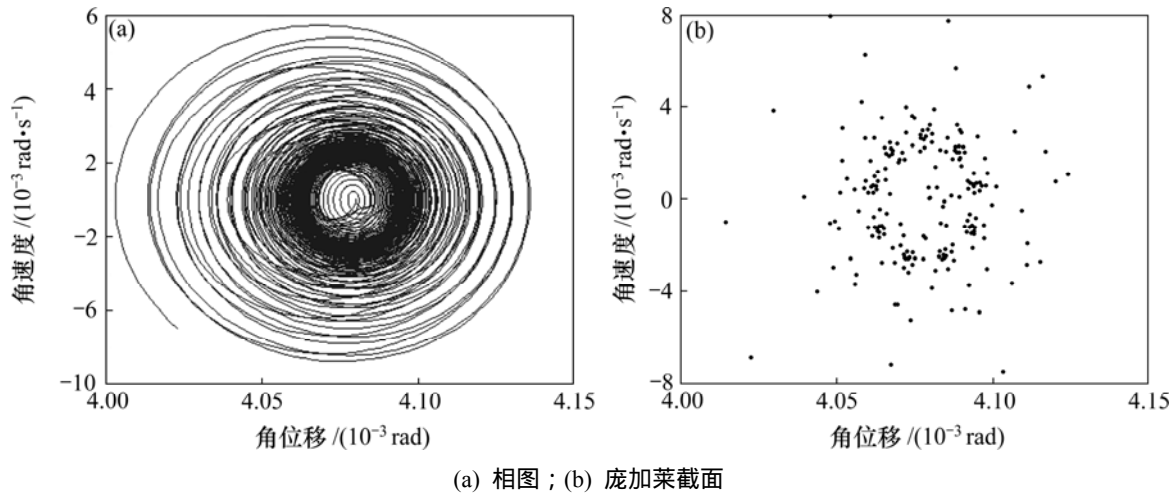
Fig.5 Phase graph(a) and Poincaré section graph(b) when $\omega=68$ rad/s



(a) 相图; (b) 庞加莱截面

图 6 $\omega=120$ rad/s 时的相图和庞加莱截面

Fig.6 Phase graph(a) and Poincaré section graph(b) when $\omega=120$ rad/s

图 7 $\omega=140$ rad/s 时的相图和庞加莱截面Fig.7 Phase graph(a) and Poincaré section graph(b) when $\omega=140$ rad/s图 8 $\omega=180$ rad/s 时的相图和庞加莱截面Fig.8 Phase graph(a) and Poincaré section graph(b) when $\omega=180$ rad/s

的^[15-16]。从图 4 可知,相平面图呈现一定的规律,庞加莱截面为 1 个圆环,在共振区附近,系统作准周期运动,没有出现奇怪吸引子。当越过第 1 个共振区时,系统的运动仍然相当平稳。从图 5 可知,在第 2 个共振区附近,不仅角位移增大,而且系统运动逐渐复杂,出现奇怪吸引子。从相图可以看出,运动并不是特别稳定,非线性运动比较明显,经过较长的周期后可以判断轨线又闭合,最终稳定下来。伴随着 ω 继续增大,越过第 2 个共振区时,系统开始出现典型的倍周期分岔。从图 6 和图 7 可知,奇怪吸引子成倍增加,系统运动更加复杂,说明系统逐渐向混沌过渡。从图 8 可知,相平面图更加紊乱,庞加莱截面上奇怪吸引子进一步成倍数增加,由倍周期分岔最终进入混沌振动。

当激励力频率接近共振区时(在 $\omega=30$ rad/s 和

$\omega=68$ rad/s 附近),角位移陡然增大,造成系统不稳定,影响轧件的形状,严重时损坏接轴等。另外,伴随着角频率增大到一定程度,会导致混沌产生。因此,在实际生产中,应合理制定轧制规程以避免激共振和混沌产生。

3 结 论

a. 建立了立辊轧机的 4 自由度非线性扭振模型。采用 Matlab 软件,利用分岔图、相图和庞加莱截面讨论了振动系统在不同激励频率下的运动状态和混沌振动现象,为立辊轧机的正常运行提供理论依据。

b. 随着角频率的变化,系统会由周期运动、准周

期运动,经过一系列倍周期分岔,最终导致混沌产生。据这一非线性规律,可根据要求降低设备故障率,提高板型质量。

c. 当激振力频率与系统固有频率相近时,角位移增大,系统不稳定,实际生产中要避免激振力频率与系统固有频率相近的工况,使系统稳定工作。

d. 通过建立非线性系统,克服了以前线性系统建模中刚度和阻尼不能随时间变化的缺点,使得得结果和实际结果吻合程度提高,生产率提高。

参考文献:

- [1] 段吉安,钟掘. 高速轧机工作界面的负阻尼特性[J]. 中南工业大学学报:自然科学版,2002,33(2):401-404.
DUAN Ji-an, ZHONG Jue. Negative damping of rolling interface for rolling chatter[J]. Journal of Central South University of Technology: Natural Science, 2002, 33(2): 401-404.
- [2] 邹家祥. 轧钢机械[M]. 北京:冶金工业出版社,1988.
ZOU Jia-xiang. Rolling mill mechanic[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1988.
- [3] 钟掘,严珩志,段吉安,等. 带钢表面振纹的工业试验与发现[J]. 中国有色金属学报,2000,10(2):291-296.
ZHONG Jue, YAN Heng-zhi, DUAN Ji-an, et al. Industrial experiments and findings on chatter marks of steel strip[J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2000, 10(2): 291-296.
- [4] 孟令启,杨德林,陈勇,等. 立辊轧段吉安,钟掘机主传动系统的扭振研究[J]. 郑州大学学报,1998,30(4):55-63.
MENG Ling-qi, YANG De-lin, CHEN Yong, et al. Vertical roller mill's twist vibration[J]. Journal of Zhengzhou University, 1998, 30(4): 55-63.
- [5] 程耀东. 机械振动学[M]. 杭州:浙江大学出版社,1988.
CHENG Yao-dong. Mechanical vibration[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1988.
- [6] Najjar A. Effectiveness and improvement of vibration based maintenance in paper mills: Case studies[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 229(2): 389-410.
- [7] 铁摩辛柯. 工程中的振动问题[M]. 胡人礼,译. 北京:人民铁道出版社,1978.
Timoshenko S P. Vibration problems in engineering[M]. HU Ren-li, trans. Beijing: People Railway Press, 1978.
- [8] 陈勇辉,杨铁林,杨叔子,等. 四辊冷带轧机非线性参激振动的研究[J]. 机械工程学报,2003,39(4):56-60.
CHEN Yong-hui, YANG Tie-lin, YANG Shu-zi, et al. Study on parametrically excited nonlinear vibrations on 4-H cold rolling mills[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(4): 56-60.
- [9] 赵弘,白晶. 轧机振动及非线性分析[J]. 机械,2003,30(5):16-19.
ZHAO Hong, BAI Jing. Analysis of rolling mill vibration and nonlinear[J]. Machinery, 2003, 30(5): 16-19.
- [10] 汪冰. 1420 mm 冷轧机主传动系统扭转振动分析[J]. 淮海工学院学报,2004,13(3):22-24.
WANG Bing. A torque vibration analysis of the main gearing system in the 1420 mm rolling mill[J]. Journal of Huaihai Institute of Technology, 2004, 13(3): 22-24.
- [11] 张志勇. 精通 Matlab[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2000.
ZHANG Zhi-yong. Proficient matlab[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics Press, 2000.
- [12] Arnold V I. Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations[M]. New York: Springer-Verlag, Berlin: Heidelberg Tokyo, 1983.
- [13] Bar A. Parametric excitement vibration in tandem mills mathematical model and its analysis[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2002, 129(1): 148-151.
- [14] 朱才朝,王鸿恩. 4200 厚板轧机机座垂直方向振动的研究[J]. 重庆大学学报,1993,16(6):51-57.
ZHU Cai-chao, WANG Hong-en. A study of the vertical vibration of the 4200 thick plate rolling mills[J]. Journal of Chongqing University, 1993, 16(6): 51-57.
- [15] Tang H P, Wang D Y, Zhong J. Investigation into the electromechanical coupling instability of a rolling mill[J]. Journal of Material Processing and Technology, 2002, 129(1): 294-298.
- [16] Sweedan A M I, Damatty A A El. Experimental and analytical evaluation of the dynamic characteristics of conical shells[J]. ThinWalled Structures, 2002, 40: 465-486.