

## 认知无线电中基于截断序贯检测的频谱感知技术

闫琦\* 杨家玮 张雯

(西安电子科技大学综合业务网理论与关键技术国家重点实验室 西安 710071)

**摘要:** 序贯检测的检测时间是随实际接收信号采样点的变化而不同的随机变量, 在平均意义上, 序贯检测有较高的检测速度, 但是个别情况下可能需要很长的检测时间, 为了避免这种现象的发生, 同时提高认知无线电中频谱感知的速度, 该文提出了一种截断序贯检测算法。首先分析了截断对传统序贯检测性能的影响, 给出了虚警概率和漏检概率的上限, 然后基于该性能上限得到了截断序贯检测的检测门限, 最后给出了截断序贯检测算法的流程。仿真结果表明, 该算法在有限的检测时间内, 能够满足系统的性能要求, 且其平均检测时间小于传统的能量检测。

**关键词:** 认知无线电; 频谱感知; 序贯检测; 检测时间

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)07-1532-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00042

## Truncated Sequential Detection for Spectrum Sensing in Cognitive Radio

Yan Qi Yang Jia-wei Zhang Wen

(State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** The detection time required to reach a decision in sequential detection is a random variable. Although the sequential detection has a high average detection speed, very long detection time may be required in some specific cases. In order to improve the speed of spectrum sensing as well as to avoid some too-long-sensing-time tests in cognitive radio, a truncated sequential detection algorithm is proposed. Firstly, the effect of truncation on the performance of conventional sequential detection is analyzed, and the upper bounds of the false alarm and the miss detection probability are derived. Then the detection thresholds of truncated sequential detection are derived based on the upper bounds. Finally, the process of the truncated sequential detection algorithm is proposed. The simulation results show that the proposed algorithm, under the constraint of limited sensing time, can satisfy the performance requirement, and still have a shorter average sensing time than the conventional energy detection does.

**Key words:** Cognitive Radio (CR); Spectrum sensing; Sequential detection; Sensing time

### 1 引言

认知无线电<sup>[1]</sup>(CR)是一种智能的无线通信技术, 它采用一种灵活的频谱管理方法, 允许次级用户(SU)接入分配给主用户, 但当前没有被主用户(PU)使用的频谱, 这将大大缓解传统的无线频谱分配方法引起的频谱利用率低下的问题。

确保认知无线电技术成功应用的一个关键是设计速度快、性能好的频谱感知算法<sup>[2]</sup>。当SU检测到参考频带上不存在PU时, CR就可以在该段频谱进行通信; 而当检测到PU存在时, CR则不能接入该段频谱, 以免干扰PU的通信<sup>[3]</sup>。由于能量检测器不需要太多的先验知识, 因此被很多的文献提出应用

在认知无线电中<sup>[4,5]</sup>。

为达到相同的检测性能(虚警概率和漏检概率), Wald<sup>[6]</sup>首次提出的序贯检测(sequential detection)需要更少的平均采样点数, 即需要更短的平均检测时间。因而越来越多的文献<sup>[7-9]</sup>将序贯检测引入到认知无线电频谱感知中。在序贯检测中, 检测时间(即所需的采样点数)是随接收的采样点值变化的随机变量, 尽管平均检测时间比能量检测短, 但是某次检测实验的检测时间可能非常长。而在CR系统中, 需要SU在有限的时间内做出判决<sup>[10]</sup>, 这给序贯检测在CR中的应用带来了新的挑战。基于此, 本文提出一种截断序贯检测算法, 当需要的检测时间到达一个上限时, 该算法引入一个新的检测门限做出强制判决, 以保证检测器在规定的时间内做出判决。文中给出了该算法的检测流程、性能表达式以及检测门限的设置方法。仿真结果表明, 在

2011-01-14 收到, 2011-04-27 改回

国家 973 计划项目(2009CB320404), 国家自然科学基金(60902033)和中央高校基本科研业务费专项基金(K50510010022)资助课题

\*通信作者: 闫琦 yanqi419@gmail.com

确保检测性能不下降的条件下，该算法的检测时间不大于给定值，且所需的平均检测时间仍小于传统的能量检测。

## 2 系统模型

在CR网络中，假设存在一个PU和一个SU。SU周期性的检测PU信号。频谱检测可以建模为下面的二元假设检验问题<sup>[2-5,7]</sup>：

$$y(n) = \begin{cases} \omega(n), & H_0 \\ s(n) + \omega(n), & H_1 \end{cases}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

其中 $H_0$ 表示信道空闲， $H_1$ 表示信道被PU占用， $y(n)$ ,  $s(n)$ ,  $\omega(n)$ 分别表示第 $i$ 个CR用户的接收信号，PU信号及噪声的第 $n$ 个采样点。采用文献中广泛使用的PU信号模型<sup>[2-5]</sup>， $s(n)$ 服从复高斯分布，功率为 $P$ ，即 $s(n) \sim \mathcal{CN}(0, P)$ 。另外，假设SU接收机中的噪声为均值为零，方差为 $\sigma^2$ 的加性复高斯白噪声，即 $\omega(n) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 。假设 $s(n)$ 与 $\omega(n)$ 不相关，则 $y(n)$ 在两种假设下服从以下分布<sup>[2-5]</sup>：

$$y(n) \sim \begin{cases} \mathcal{CN}(0, \sigma^2), & H_0 \\ \mathcal{CN}(0, P + \sigma^2), & H_1 \end{cases} \quad (2)$$

## 3 截断序贯检测

次级用户在接收了 $n(n < N)$ 个采样点时，在假设 $H_1$ 和 $H_0$ 下已接收信号采样点组成的向量 $\mathbf{y}_n = [y(1), y(2), \dots, y(n)]^T$ 的概率密度函数分别表示为 $p(\mathbf{y}_n|H_1)$ 和 $p(\mathbf{y}_n|H_0)$ 。由于接收信号采样点是独立同分布的， $\mathbf{y}_n$ 的对数似然比可以表示为

$$L(\mathbf{y}_n) = \sum_{i=1}^n \ln \frac{p(y(i); H_1)}{p(y(i); H_0)} \quad (3)$$

由式(2)中 $y(n)$ 的分布可得

$$L(\mathbf{y}_n) = n \ln \left( \frac{1}{1 + \gamma} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{\gamma |y(i)|^2}{(1 + \gamma) \sigma^2} \quad (4)$$

其中 $\gamma = P/\sigma^2$ 为接收信噪比。假设系统的目标虚警概率和目标漏检概率分别为 $P_{f\_tar}$ 和 $P_{m\_tar}$ ，根据文献[6]，序贯检测的两个门限 $\eta_1$ 和 $\eta_0$ 是虚警概率和漏检概率的函数，分别为

$$\eta_0 = \ln \frac{P_{m\_tar}}{1 - P_{f\_tar}}, \quad \eta_1 = \ln \frac{1 - P_{m\_tar}}{P_{f\_tar}} \quad (5)$$

那么，传统的序贯检测器的检测流程为：SU接收到一个采样点 $y(n)$ ，计算 $L(\mathbf{y}_n)$ ，若 $L(\mathbf{y}_n) \geq \eta_1$ ，判 $H_1$ ；若 $L(\mathbf{y}_n) \leq \eta_0$ ，判 $H_0$ ；否则继续接收下一个采样点 $y(n+1)$ 直至做出判决。

文献[6]中证明了，当且仅当接收采样点对数似然比的方差大于零时，检测会以概率1终止。容易验证认知无线电中次级用户的接收信号满足该性

质，即每一次检测一定会在有限的时间内做出判决，而且采用式(5)中函数设置的检测门限，检测性能一定能够满足目标检测性能要求。但是，假设次级用户的QoS要求频谱感知在接收 $N$ 个信号采样点内做出判决，那么若次级用户接收了 $N$ 个采样点时序贯检测仍未做出判决，则不再接收第 $N+1$ 个采样点，而是强制检测器在接收到 $N$ 个采样点时采用下式中的判决准则做出判决。

$$L(\mathbf{y}_N) \begin{cases} \geq \frac{\eta_0 + \eta_1}{2}, & H_1 \\ < \frac{\eta_0 + \eta_1}{2}, & H_0 \end{cases} \quad (6)$$

将这种在规定时间内强制检测器做出判决的做法称为对序贯检测器进行截断，截断会改变传统序贯检测器的性能，实际的虚警概率和漏检概率可能会超过要求的目标值。为了解决该问题，首先需要分析截断对序贯检测的虚警概率和漏检概率带来的影响。

令截断序贯检测的虚警概率和漏检概率分别为 $P_f(N)$ 和 $P_m(N)$ 。 $\rho'_0(N)$ 表示在假设为 $H_0$ 时，下列条件同时满足的概率：

- (1)传统序贯检测做出判决所需信号采样点数大于 $N$ ，且判决为 $H_0$ ；
- (2)截断序贯检测在接收第 $N$ 个信号采样点处截断，且判决为 $H_1$ 。

$\rho'_1(N)$ 表示在假设为 $H_1$ ，下列条件同时满足的概率：

- (1)传统序贯检测对其做出判决所需检测时间大于 $N$ 且判决为 $H_1$ ；
  - (2)截断序贯检测对其在 $N$ 处截断，判决为 $H_0$ 。
- 显然有

$$P_f(N) \leq P_{f\_tar} + \rho'_0(N) \quad (7)$$

$$P_m(N) \leq P_{m\_tar} + \rho'_1(N) \quad (8)$$

式(7)中取不等号而不取等号的原因是有可能存在这样的一组接收信号采样点：在假设为 $H_0$ 时，截断序贯检测判决为 $H_0$ 而传统序贯检测发生虚警；类似地，式(8)中取不等号而不取等号的原因是：在假设为 $H_1$ 时，截断序贯检测判决为 $H_1$ 而传统序贯检测发生漏检。

根据 $\rho'_0(N)$ 的定义，其取值等于假设为 $H_0$ 时下面3个条件同时成立的概率。

- (1)  $\eta_0 < \sum_{i=1}^n L(y(i)) < \eta_1, n=1, 2, \dots, N-1$ ;
- (2)  $\frac{\eta_0 + \eta_1}{2} < \sum_{i=1}^N L(y(i)) < \eta_1$ ;
- (3)  $\eta_0 < \sum_{i=1}^{N+j} L(y(i)) < \eta_1, j = 1, 2, \dots, \Delta-1$  且  $\sum_{i=1}^{N+\Delta} L(y(i)) < \eta_0$ 。

设条件(2)成立的概率为  $\rho_0(N)$ , 即

$$\rho_0(N) = P\left(\frac{\eta_0 + \eta_1}{2} < \sum_{i=1}^N L(y(i)) < \eta_1\right) \quad (9)$$

因为  $\rho_0(N) \geq \rho'_0(N)$ , 因此有

$$P_f(N) \leq P_{f\_tar} + \rho_0(N) \quad (10)$$

为了得到  $P_f(N)$  的上限, 下面计算  $\rho_0(N)$ 。因为  $y(i), i = 1, 2, \dots$  是独立同分布的, 所以  $L(y(i)), i = 1, 2, \dots$  是独立同分布的, 假设  $N$  足够大, 那么  $\sum_{i=1}^N L(y(i))$  可以近似为一个服从正态分布的随机变量, 即

$$\sum_{i=1}^N L(y(i)) \sim \mathcal{N}(NE(L_0), N\sigma^2(L_0)) \quad (11)$$

其中  $E(L_0)$  和  $\sigma^2(L_0)$  是假设  $H_0$  下  $L(y(n))$  的均值和方差, 分别为  $E(L_0) = \ln\left(\frac{1}{1+\gamma}\right) + \frac{\gamma}{1+\gamma}$ ,  $\sigma^2(L_0) = \left(\frac{\gamma}{1+\gamma}\right)^2$ 。

由式(9)可得

$$\rho_0(N) = Q\left(\frac{(\eta_0 + \eta_1)/2 - NE(L_0)}{\sqrt{N}\sigma(L_0)}\right) - Q\left(\frac{\eta_1 - NE(L_0)}{\sqrt{N}\sigma(L_0)}\right) \quad (12)$$

其中  $Q(\cdot)$  是标准高斯随机变量的互补累积分布函数。

与上述分析类似, 可得

$$P_m(N) \leq P_{m\_tar} + \rho_1(N) \quad (13)$$

$$\rho_1(N) = Q\left(\frac{\eta_0 - NE(L_1)}{\sqrt{N}\sigma(L_1)}\right) - Q\left(\frac{(\eta_0 + \eta_1)/2 - NE(L_1)}{\sqrt{N}\sigma(L_1)}\right) \quad (14)$$

其中  $E(L_1) = \ln\left(\frac{1}{1+\gamma}\right) + \gamma$ ,  $\sigma^2(L_1) = \gamma^2$ 。

通过以上的分析我们给出了对序贯检测在  $N$  点处截断后, 截断序贯检测的虚警概率和漏检概率的上界。为了确保截断序贯检测的虚警概率和漏检概率均小于目标虚警概率  $P_{f\_tar}$  和目标漏检概率  $P_{m\_tar}$ , 本节给出下面的截断序贯检测算法。

(1)初始化: 初始化令  $n=1$ , 将截断时间设为  $N$ , 通过牛顿法或者拟牛顿法<sup>[11]</sup>解以下方程组:

$$\begin{cases} P_{f0} + \rho_0(N) = P_{f\_tar} \\ P_{m0} + \rho_1(N) = P_{m\_tar} \end{cases} \quad (15)$$

得到  $P_{f0}$  和  $P_{m0}$ ;

(2)利用  $P_{f0}$  和  $P_{m0}$  计算两个检测门限为

$$\xi_0 = \ln\frac{P_{m0}}{1-P_{f0}}, \quad \xi_1 = \ln\frac{1-P_{m0}}{P_{f0}} \quad (16)$$

(3)接收第  $n$  个采样点, 根据式(4)计算  $L(\mathbf{y}_n)$ ;

(4)当  $n < N$  时, 利用式(17)的判决准则进行判决, 并转第(5)步, 否则令  $n=n+1$ , 转第(3)步;

$$L(\mathbf{y}_N) \begin{cases} > \xi_1, & H_1 \\ < \xi_0, & H_0 \end{cases} \quad (17)$$

当  $n=N$  时, 利用式(18)的判决准则进行判决, 并转第(5)步;

$$L(\mathbf{y}_N) \begin{cases} \geq \frac{\xi_0 + \xi_1}{2}, & H_1 \\ < \frac{\xi_0 + \xi_1}{2}, & H_0 \end{cases} \quad (18)$$

(5)停止检测。

在上述算法中, 检测门限不是目标虚警概率  $P_{f\_tar}$  和目标漏检概率  $P_{m\_tar}$  的函数, 而要利用式(15)的解  $P_{f0}$  和  $P_{m0}$  计算得到。通过这样的处理使在  $N$  处截断的截断序贯检测算法的虚警概率  $P_f(N)$  和漏检概率  $P_m(N)$  满足:

$$P_f(N) \leq P_{f\_tar}, \quad P_m(N) \leq P_{m\_tar} \quad (19)$$

因而本文提出的截断序贯检测算法在约束最大检测时间的同时, 保证了检测性能不下降。另外, 在第4节的仿真中将看到截断导致序贯检测的平均检测时间有所增加, 但是其平均检测时间仍然小于能量检测器。

能量检测器在接收到所有的信号采样点时, 对每个采样点平方求和然后与检测门限进行比较做出判决。与能量检测器不同, 序贯检测在工作时, 每接收到一个信号的采样点就对其求平方然后与检测门限进行比较, 如果做出判决则不再接受下一个信号采样点, 所以和能量检测相比序贯检测需要更多的判决次数, 判决在实际系统中实现时是通过减法运算进行的, 因此序贯检测比能量检测需要更多的减法运算, 但是序贯检测做出判决所需的采样点数更少, 从而可以减少平方运算, 更为重要的是, 由于采样间隔是由 PU 信号的带宽决定的, 因而序贯检测也就节省了更多的检测时间, 而以目前硬件处理能力来看, 这些减法或平方运算所带来的开销和处理所需的时间与序贯检测节省的检测时间相比是微不足道的。

另外, 文献[5]中指出, 能量检测器在估计得到的噪声存在不确定度时, 存在“SNR Wall”的问题, 其根本原因是能量检测器不能识别信号的形式, 只能通过接收信号能量判断 PU 信号的存在与否, 因而不能分辨信号的出现与轻微的噪声偏差, 从而造成检测性能的下降。而在序贯检测中目标虚警概率和漏检概率是预先设定的, 噪声不确定度只会造成

接收信号采样点的对数似然比的均值有一定的随机性，从而影响最终做出判决所需的采样点数，而不会造成检测性能的下降。

### 4 仿真结果

图 1 和图 2 中分别在假设为  $H_0$  和  $H_1$  条件下，将截断序贯检测(truncated SD)和传统序贯检测(SD)所需的采样点数  $K$  进行了比较。实验次数均为 50，采用 802.22 标准草案<sup>[12]</sup>中规定的检测性能：

$P_{f\_tar}=0.1$ ， $P_{m\_tar}=0.1$ ，假设接收信噪比  $\gamma=-5$  dB，截断点数  $N=100$ 。经牛顿法解方程组(15)可得  $P_{f0}=0.0190$ ， $P_{m0}=0.0151$ ，由此可得截断序贯检测的两个门限分别为  $\xi_0=-4.18$ ， $\xi_1=3.95$ 。从图 1 可以看出，截断序贯检测所需采样点数均在 100 以下，而传统的序贯检测中某些次实验的采样点数非常大，有些实验采样点数甚至大于 350。

表 1 中给出了不同性能要求下截断序贯检测的实验结果，每一组性能要求均采用 1000 次蒙特卡洛实验。截断点数为目标性能下传统序贯检测所需平均采样点数的 2.5 倍， $\gamma=-5$  dB。采用式(15)和式(16)计算得到仿真参数。从表 1 中的仿真结果可以看出截断序贯检测算法的虚警概率和漏检概率均能满足要求的  $P_{f\_tar}$  和  $P_{m\_tar}$ 。

图 3 中比较了传统的序贯检测(SD)，截断序贯检测(truncated SD)和能量检测器(ED)，在相同性能要求下的所需采样点数。参数设置为  $P_{f\_tar}=0.1$ ， $P_{m\_tar}=0.1$ ， $P(H_0)=0.7$ ， $P(H_1)=0.3$ 。其中序贯检测和截断序贯检测所需采样点数为蒙特卡洛仿真得到的平均采样点数。截断序贯检测的截断点数为传统序贯检测平均所需采样点数的 2.5 倍。可以看出，截断序贯检测算法的平均检测时间大于序贯检测，这是截断造成的损失，但其平均检测时间仍少于能量检测器，而且接收信噪比越小，节省的检测时间越多。因为 CR 常常需要满足小信噪比的情况，所以截断序贯检测更适用于 CR 系统。

### 5 结束语

本文研究认知无线电中的频谱检测问题，针对序贯检测可能需要过长检测时间的缺陷，提出一种截断序贯检测算法。该算法能够确保所需采样点数不大于给定值，且其平均检测时间仍小于能量检测器。目前能量检测已经扩展到多种多用户合作频谱感知的场景中，而本文针对单用户频谱感知场景设计的截断序贯检测算法也可以根据类似的方法扩展到多用户合作频谱感知的场景，以提高多用户合作检测的速度。

表 1 截断序贯检测的性能

性能要求		仿真参数				仿真结果	
$P_{f\_tar}$	$P_{m\_tar}$	$P_{f0}$	$P_{m0}$	$\eta_0$	$\eta_1$	$P_f$	$P_m$
0.05	0.05	0.0261	0.0210	-3.8366	3.6250	0.043	0.032
0.1	0.1	0.0489	0.0426	-3.1061	2.9743	0.075	0.067
0.15	0.15	0.0635	0.0577	-2.7869	2.6975	0.093	0.112
0.05	0.1	0.0188	0.0388	-3.2295	3.9319	0.031	0.067
0.1	0.05	0.0616	0.0219	-3.7561	2.7649	0.064	0.042
0.15	0.2	0.0537	0.0734	-2.5571	2.8480	0.111	0.151
0.2	0.15	0.0850	0.0550	-2.8115	2.4090	0.124	0.099

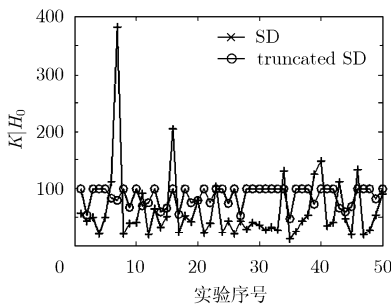


图 1  $H_0$  条件下 50 次检测实验的所需采样点数

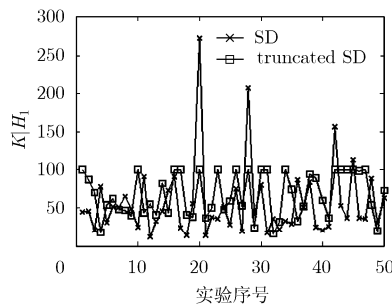


图 2  $H_1$  条件下 50 次检测实验的所需采样点数

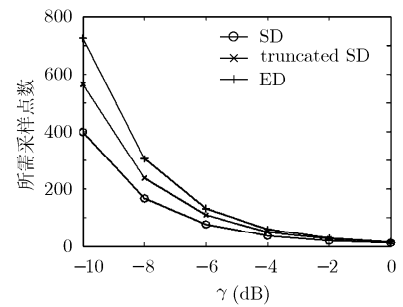


图 3 所需采样点数随信噪比变化曲线

## 参考文献

- [1] Simons H. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2005, 23(2): 201-220.
- [2] Yucek T and Arslan H. A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications. *IEEE Communications Survey & Tutorials*, 2009, 11(1): 116-130.
- [3] Cabric D, Mishra S M, and Brodersen R W. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios[C]. *Signals, Systems and Computers*. Pacific Grove: IEEE, 2004: 772-776.
- [4] Ma J and Li Y. Soft combination and detection for cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(11): 4502-4507.
- [5] Tandra R and Sahai A. SNR walls for signal detection[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2008, 2(1): 4-17.
- [6] Wald A. *Sequential Analysis* [M]. New York: Dover Publications, 2004: 1-224.
- [7] Zou Qi-yue, Zheng Song-feng, and Sayed A H. Cooperative sensing via sequential detection[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(12): 6266-6283.
- [8] Choi K W, Jeon W S, and Jeong D G. Sequential detection of cyclostationary signal for cognitive radio systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 8(9): 4480-4485.
- [9] Yan Xin, Zhang H, and Rangarajan S. SSCT: a simple sequential spectrum sensing scheme for cognitive radio[C]. *GLOBECOM*, Honolulu, Hawaii, 2009: 1-6.
- [10] Liang Y C and Zeng Y. Sensing throughput tradeoff for cognitive radio networks[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(4): 1326-1337.
- [11] Boyd S and Vandenberghe L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2004, Chapter 10.
- [12] IEEE p802.22TM/d0.1 draft standard for wireless regional area networks part 22: cognitive wireless ran medium access control (mac) and physical layer (phy) specifications: Policies and procedures for operation in the TV bands, 2006.
- 闫琦: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为认知无线电关键技术.
- 杨家玮: 男, 1946年生, 教授, 博士生导师, 研究领域为移动通信、无线数据传输技术、无线信道电波传播特性、通信系统性能评估等.
- 张雯: 女, 1983年生, 博士生, 研究方向为认知无线电关键技术.