

改进的循环谱估计快速算法与性能分析

崔伟亮* 江桦 李剑强 吴楚
(解放军信息工程大学 郑州 450002)

摘要: 该文提出了一种改进的循环谱估计快速算法,在估计性能不降低的条件下,减小了原有数字化频域平滑谱估计算法对数据量的要求。算法将时域平滑算法中数据加窗、重叠等处理方法引入频域算法,有效降低了估计方差,改善循环谱的估计效果。论文对改进算法渐进性均值、方差、谱分辨率的表达式进行推导。理论与实验结果分析表明:在相同数据量和谱估计分辨率的条件下,改进方法估计性能优于原算法,可用于实际低信噪比、小数据量、高分辨率要求下循环谱估计。

关键词: 信号处理; 循环谱切片; 渐近性能分析; 估计方差; 计算复杂度

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)07-1594-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.01170

Improved Fast Cyclic Spectral Estimation Algorithm and Performance Analysis

Cui Wei-liang Jiang Hua Li Jian-qiang Wu Chu
(PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: An improved fast algorithm is proposed for cyclic spectral estimation, which decreases the requirement of data quantity, without reducing the performance. The windowed overlapped data processing, which is used in time smooth method, is introduced into the frequency smooth algorithm to cut down the original cyclic spectral estimation variance and improve the estimation quality. The paper deduces the estimator's asymptotically expressions of mean, variance, resolution and computational complexity. The theoretical analysis and simulation results prove that the improved algorithm displays better performance than DFSM under the same conditions. The new method is an efficient estimator of cyclic spectrum in the low SNR, high resolution demanding and small data quantity environment.

Key words: Signal processing; Cyclic spectral slice; Gradual performance analysis; Estimation variance; Computational complexity

1 引言

循环谱作为研究信号循环平稳性的基本工具,具有分辨率高、抗干扰和噪声能力强、信道环境敏感度低等优点,在通信、雷达、机械、医学和经济等信号分析领域得到了广泛的应用^[1-5]。与传统谱估计方法相比,其估计方法计算复杂,循环泄露现象较为严重,作为循环平稳性发现的基础、信号分析的重要内容和盲处理的有力手段,谱估计方法的研究一直是循环平稳算法研究中的重点。很多学者对循环谱估计相关方法进行了深入的研究^[6-12]。Gardner^[6]指出信号循环谱的估计可用谱相关函数来实现。Roberts 等人^[7]利用 FFT 快速实现循环谱平面的估计,提出两种基于时域平滑快速算法: FFT

累积算法(FAM)和分段谱平均算法(SSCA)。Brown 等人^[8]提出了数字化频域平滑算法(DFSM),可实现了高分辨率任意循环谱切片的计算。Gardner 等人^[9]通过改进算法中的相关运算,提出了比特谱相关(OBSC)算法,降低了运算复杂度。高玉龙等人^[11]引入自适应 FFT 改进 SSCA 算法计算方法,提高了原有 SSCA 算法的精度与速度。

从研究进展来看,改进多从谱分辨率与速度方面进行考虑,在如何减少估计方差,降低数据量要求的研究方面讨论较少。但各种非合作接收信号处理任务中,常常需要在较少码元的条件下,实现较高分辨率的循环谱切片估计,完成信号盲检测,盲参数估计等。基于时域平滑的方法由于不能实现较高的频率分辨率等缺点,在切片估计时常不被使用;而基于 DFSM 的算法,估计方差大,需要的样本点多。为了解决这一矛盾,本文给出一种改进的频域

2010-11-01 收到, 2011-03-04 改回

国家十一五重点项目(2009AA011504)资助课题

*通信作者: 崔伟亮 cwliang2006@yahoo.com.cn

平滑循环谱估计快速算法, 借鉴时域平滑算法对数据加窗与重叠处理方法, 在不改变分辨率、不显著增加计算量的前提下, 改进频域平滑方法, 降低估计方差, 完成谱切片的有效估计, 相关性能得到较大提升。

全文在回顾已有各种估计方法的基础上, 提出改进的快速算法, 给出了实现步骤与流程; 详细推导算法估计的渐近性均值、方差、分辨率及计算量等性能指标; 最后通过仿真实验来验证理论上的分析。

2 循环谱的估计方法

循环谱的定义和各种有限样本条件下非参数化谱估计方法如下:

设连续时间复信号 $x(t)$, 其循环谱 $S_x(\alpha, f)$ 为

$$S_x(\alpha, f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\alpha, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

其中 $R_x(\alpha, \tau)$ 为循环自相关函数, 有如下定义:

$$R_x(\alpha, \tau) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \Delta t^{-1} \cdot \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} E[x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)] e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (2)$$

将式(2)代入式(1)得^[6]

$$\left. \begin{aligned} S_x(\alpha, f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{T\Delta t} \\ &\quad \cdot \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} X_T(t, f + \alpha/2) X_T^*(t, f - \alpha/2) dt \\ X_T(t, f) &= \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(u) e^{-j2\pi fu} du \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$X_T(t, f)$ 为 $x(t)$ 的短时复频谱。由式(3)得, 循环谱是频率间隔为 α 的谱分量的相关函数, 因此又称为谱相关函数^[6]。当 $x(t)$ 样本有限时, 即 $t \in (t - \Delta t/2, t + \Delta t/2)$, 循环自相关的估计为

$$\hat{R}_x(\alpha, \tau)_{\Delta t} = \Delta t^{-1} \int_{-\Delta t/2+|\tau|/2}^{\Delta t/2-|\tau|/2} \tilde{x}(t + \tau/2) \tilde{x}^*(t - \tau/2) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (4)$$

循环谱的估计为

$$\hat{S}_x^{(CC)}(\alpha, f)_{\Delta t} = \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} w_{\Delta t}(\tau) \hat{R}_x(\alpha, \tau)_{\Delta t} e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (5)$$

式中 $w_{\Delta t}(u)$ 表示宽度为 Δt 的连续时间窗函数。用式(4), 式(5)计算循环谱的方法称为循环自相关法(Cyclic Correlation, CC), 这与功率谱估计的BT(Blackman-Tukey)法相似。第2种方法是利用谱相关函数来实现, 即

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_x^{(CP)}(\alpha, f)_{\Delta t} &= X_{\Delta t}(t, f + \alpha/2) X_{\Delta t}^*(t, f - \alpha/2) \\ X_{\Delta t}(t, f) &= \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} w_{\Delta t}(u) x(u) e^{-j2\pi fu} du \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

对应的方法称为循环周期图法(Cyclic Periodogram, CP)。以上两种方法时频分辨率的乘积为1, 循环泄露现象严重, 估计方差大, 属于非一致估计^[9,12]。为了克服上述缺点, 有人提出了时域平滑的方法(TSM):

$$\hat{S}_x^{(TSM)}(\alpha, f)_{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} X_T(t, f + \alpha/2) \cdot X_T^*(t, f - \alpha/2) dt \quad (7)$$

式中 $\Delta t \gg T$ 。若 $\Delta f = M/\Delta t$, 以及频域平滑方法(FSM):

$$\hat{S}_x^{(FSM)}(\alpha, f)_{\Delta f} = \frac{1}{\Delta f} \int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2} X_{\Delta t}(t, f + \alpha/2) \cdot X_{\Delta t}^*(t, f - \alpha/2) df \quad (8)$$

FAM算法是离散序列的TSM快速算法。设离散时间复信号 $x(n) = x(t)|_{t=nT_{sa}}$ 则

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_x^{(FAM)}(\alpha, f)_{\Delta t} &= \frac{1}{PN'} \sum_{r=0}^{P-1} X_T \left[rL, N'T_{sa} \left(f + \frac{\alpha - q\Delta\alpha}{2} \right) \right] \\ &\quad \cdot X_T^* \left[rL, N'T_{sa} \left(f - \frac{\alpha - q\Delta\alpha}{2} \right) \right] e^{-\frac{j2\pi r q}{P}} \\ X_T[n, k] &= \sum_{m=0}^{N'-1} w_{N'}(m) x(n-m) e^{-j2\pi f(n-m)/N'} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(9)中 T_{sa} 表示采样周期, $\Delta t = NT_{sa}$, $T = N'T_{sa}$, $\Delta\alpha = 1/\Delta t$, $w_M(n)$ 为长度 M 的中心对称平滑窗, L 表示计算 X_T 时每次滑动的数据点数, $P = N/L$ 表示滑动次数, 式中 $\Delta f = 1/T$, $\Delta t\Delta f = N/N' \gg 1$, 循环频率与频率的切片最大分辨点数分别为 N 和 N' 。从式(9)可以发现, FAM与功率谱估计的Welch法同样使用数据分段加窗与重叠处理, 算法可由两级FFT实现, 计算速度得到很大提升。SSCA与FAM相似, 但计算更加高效, 相关内容见文献[7]。

DFSM是离散序列的FSM的快速算法, 计算方法如下:

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_x^{(DFSM)}(\alpha, f)_{\Delta f} &= \frac{1}{MN} \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} X_{\Delta t}[n, NT_{sa}(f + \alpha/2) \\ &\quad + m] X_{\Delta t}^*[n, NT_{sa}(f - \alpha/2) + m] \\ X_{\Delta t}[n, k] &= \sum_{r=0}^{N-1} w_N(m) x(n-r) e^{-j2\pi k(n-r)/N} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中 $\Delta f = M/\Delta t = M/NT_{sa}$, $\Delta t\Delta f = M \gg 1$, 循环频率与频率的切片最大分辨点数均为 N/M 。从式(10)可以发现, DFSM算法数据与循环周期图法相同均未叠加使用。

FAM和SSCA算法在数据量较少的情况下, 可

快速得到整个谱平面的估计，因为对数据加窗和叠加处理，估计方差变小^[12]，但为了防止循环泄露发生， N' 不宜过大，同时计算单元取值范围不利于切片的提取^[7]，所以这两种方法不能得到高分辨率的任意切片。而 DFSM 算法虽然可以得到任意切片，但估计方差和需要的数据量均较大^[10]。为了解决所述矛盾，本文提出如下改进算法。

3 改进的循环谱估计快速算法

为了避免基于时域平滑算法分辨率不足、基于频域平滑算法的估计方差大等缺点，通过引入 TSM 中对数据进行加窗和叠加处理方法，对 FSM 算法进行改进，从而有效降低估计方差与数据量要求。

不失一般性，这里对有限时间离散复信号 $\{x(n)\}_{n=0}^{N-1}$ 进行循环谱估计。算法原理如式(11)：

$$\hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f) = \frac{2}{MN(P+1)} \cdot \sum_{r=0}^P \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \left\{ X_{\Delta t/2} \left[\frac{rN}{2P}, \frac{NT_{sa}}{2} (f + \alpha/2) + m \right] \cdot X_{\Delta t/2}^* \left[\frac{rN}{2P}, \frac{NT_{sa}}{2} (f - \alpha/2) + m \right] \right\} \quad (11)$$

$$X_{\Delta t/2}[n, k] = \sum_{r=0}^{N/2-1} w_{N/2}(m)x(n-r)e^{-j4\pi k(n-r)/N}$$

将式(11)的改进算法称为平均的频域平滑算法 AFSM(Averaged Frequency Smoothing Method)。式(11)中 M 表示频域平滑点数， $P+1$ 表示时域平滑的次数。 T_{sa} 表示采样周期。算法中，计算短时复频谱的数据长度为 $N/2$ 点，每次位移的数据长度为 $N/2P$ 点。

AFSM 的算法实现流程见图 1，步骤如下：

- 步骤 1 将 $\{x(n)\}_{n=0}^{N-1}$ 分成 $P+1$ 块，每块长度为 $N/2$ ，每块数据重叠比例为 $(P-1)/P$ 。
- 步骤 2 计算每块数据的短时复频谱 $X_{\Delta t/2}[n, k]$ 。
- 步骤 3 根据所要的循环谱(切片)参数，求得相应的 (α, f) 集合。
- 步骤 4 利用式(11)遍历计算集合中的 $\hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f)$ ，得到相应的循环谱(切片)。

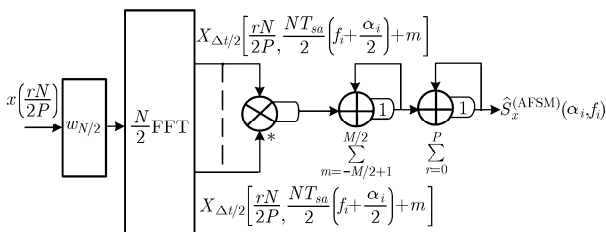


图 1 AFSM 实现流程图

4 改进算法性能分析

4.1 估计的渐进性分析

AFSM 估计均值与方差的渐进性满足如下命题：

命题 1 设 $S_x(\alpha, f)$ 为式(1)所定义的循环谱， $\hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f)$ 估计均值的极限为

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f) = S_x(\alpha, f) \quad (12)$$

证明

$$\hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f) = \frac{1}{(P+1)} \sum_{r=0}^P \hat{S}_{x_r}^{(DFSM)}(\alpha, f)_{2/(NT_{sa})} \quad (13)$$

由文献[9]中定理 3.3 得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \hat{S}_{x_r}^{(DFSM)}(\alpha, f)_{2/(NT_{sa})} = S_x(\alpha, f) \quad (14)$$

因此

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f) = \frac{1}{(P+1)} \sum_{r=0}^P \lim_{N \rightarrow \infty} \hat{S}_{x_r}^{(DFSM)}(\alpha, f)_{2/(NT_{sa})} = S_x(\alpha, f) \quad (15)$$

命题 2 $\hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f)$ 的估计方差的极限为

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{Var} \left\{ \hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f) \right\} \simeq E_T E_F S_x(0, f + \alpha/2) \cdot S_x(0, f - \alpha/2) \quad (16)$$

其中

$$E_T = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-P+1}^{P-1} R_{w_{N/2}} \left(k \frac{N}{2P} \right)^2 \frac{P-|k|}{P^2} \quad (17)$$

$$R_{w_{N/2}}(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} w_{N/2}(n-k)w_{N/2}(n)$$

$$E_F = \frac{P_{w_F}}{B_{w_F} NT_{sa}} \quad (18)$$

E_T, E_F 分别表示时域平滑因子和频域平滑因子， $w_{N/2}$ 为时域平滑窗。 $R_{w_{N/2}}(k)$ 表示时域平滑的自相关函数， P_{w_F}, B_{w_F} 表示对应的频域平滑窗的能量与带宽，当 $P_{w_F} = 1$ 时， $E_F = M/N$ 。

证明

式(11)可以表示为下式：

$$\hat{S}_x^{(AFSM)}(\alpha, f) = \frac{1}{MN^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} Q_N(p, q) x(p)x(q) \cdot e^{-j2\pi \left(f + \frac{\alpha}{2} + \frac{2m}{NT_{sa}} \right) p T_{sa}} e^{j2\pi \left(f - \frac{\alpha}{2} + \frac{2m}{NT_{sa}} \right) q T_{sa}} \quad (19)$$

其中 $Q_N(p, q) = (P+1)^{-1} \sum_{k=0}^P w_{N/2} [p - kN(2P)^{-1}] \cdot w_{N/2} [q - kN(2P)^{-1}]$ 。

将文献[9]中定理 3.3 以及文献[12]中命题 6 代入式(19)得

$$\begin{aligned}
& \lim_{N \rightarrow \infty} \text{Var} \left\{ \hat{S}_x^{(\text{AFSM})}(\alpha, f) \right\} \\
& \simeq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{MN^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} |Q_N(p, q)|^2 \left| W_F \left(f - \frac{2Mm}{N} \right) \right|^2 \\
& \quad \cdot \hat{S}_x^{(\text{AFSM})}(0, f + \alpha/2) \hat{S}_x^{(\text{AFSM})}(0, f - \alpha/2) \\
& \simeq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{MN^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} |Q_N(p, q)|^2 \left| W_F \left(f - \frac{2Mm}{N} \right) \right|^2 \\
& \quad \cdot S_x(0, f + \alpha/2) S_x(0, f - \alpha/2) \quad (20)
\end{aligned}$$

$W_F(f)$ 是频域平滑窗所对应的谱函数, 在 AFISM 中为矩形窗所对应的离散取样函数, 带宽为 B_{w_F} 。令

$$\begin{aligned}
& \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} |Q_N(p, q)|^2 = E_T \\
& \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \left| W_F \left(f - \frac{2Mm}{N} \right) \right|^2 = E_F
\end{aligned}$$

并对式(19)和式(20)进行化简, 即得命题 2。特别地, 当 $N = \infty$ 时, $E_T = 0$, $E_F = 0$ 。

由命题 1 和命题 2, 可以看出 AFISM 是循环谱的渐近一致估计, 这与 DFSM 算法相同^[9]。从命题 2 的结果可以看出, AFISM 由于有 E_T 的存在, 其估计方差下降速度大于 DFSM, 因此理论上表明, 与 DFSM 相比, AFISM 有着更好的估计性能。从式(17)可以看出, 在一定范围内, P 值越大, E_T 取值越小, 表明数据的充分重用会使估计效果变好。

4.2 谱分辨率分析

循环谱 $\hat{S}_x^{(\text{AFSM})}(\alpha, f)$ 的循环频率分辨率 $\Delta\alpha$ 和频率分辨率 Δf 分别为

$$\left. \begin{aligned}
\Delta\alpha &= \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{NT_{sa}} \\
\Delta f &= \frac{2M}{NT_{sa}}
\end{aligned} \right\} \quad (21)$$

由于 $\Delta t \Delta f = 2M \gg 1$, AFISM 对于有限样本的估计是可靠的。从表达式来看, 分辨率与参数 P 无关。由于 AFISM 的 $\Delta t \Delta f$ 大于 DFSM 算法的 $\Delta t \Delta f$ ($\Delta t \Delta f_{\text{DFSM}} = M$), 所以在同等参数条件下, AFISM 的谱泄露现象要小于 DFSM 算法。

4.3 计算量分析

计算量是评价算法实时性的一个关键性指标。首先考虑估计 N 点复信号循环互谱时复数乘法的个

数, 记为 CM。

$$\text{CM}_{\text{AFSM}} = \frac{(P+1)N}{2} \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) + \frac{3(P+1)N^2}{4} \quad (22)$$

当考虑数据加窗时, DFSM 计算量为^[11]

$$\text{CM}_{\text{DFSM}} = N \log_2 N + 3N^2 \quad (23)$$

将 CM_{AFSM} , CM_{DFSM} 用 $\Delta f, \Delta t$ 和 T_{sa} 来表示, 则

$$\begin{aligned}
\text{CM}_{\text{AFSM}} &= \frac{(P+1)(\Delta t \Delta f)}{2\Delta f T_{sa}} \log_2 \left(\frac{\Delta t \Delta f}{2\Delta f T_{sa}} \right) \\
& \quad + \frac{3(P+1)(\Delta t \Delta f)^2}{4(\Delta f T_{sa})^2} \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\text{CM}_{\text{DFSM}} = \frac{\Delta t \Delta f}{\Delta f T_{sa}} \log_2 \left(\frac{\Delta t \Delta f}{\Delta f T_{sa}} \right) + \frac{3(\Delta t \Delta f)^2}{(\Delta f T_{sa})^2} \quad (25)$$

从计算量表达式看, AFISM 计算量主要在式(24)

第 2 项上, 所以计算复杂度为 $O\left[\frac{3(P+1)(\Delta t \Delta f)^2}{4(\Delta f T_{sa})^2}\right]$,

而 DFSM 的计算复杂度为 $O\left[\frac{3(\Delta t \Delta f)^2}{(\Delta f T_{sa})^2}\right]$ 。由于数据

的多次重用, 加大了算法整体的计算量。表 1 给出了 AFISM 具体的计算量的分析。

由于 AFISM 算法需要的样本数少, 在选取合适的参数条件下, 整体计算量能与原有 DFSM 方法相当。假设分别使用 DFSM(4096 点)与 AFISM(2048 点, $P = 16$)对实信号进行循环谱估计, 所需计算量分别如下:

$$\begin{aligned}
\text{CM}_{\text{AFSM}} &= \frac{(P+1)N^2}{16} + \frac{(P+1)N}{4} \log_2 \left(\frac{N}{2} \right) \\
&= 4437 * 1024
\end{aligned}$$

$$\text{CM}_{\text{DFSM}} = 0.5N \log_2 N + N^2 / 4 = 4120 * 1024$$

可以看出, AFISM 的复乘量与 DFSM 相差不大。当算法的样本点数差距加大时, 选取合理的参数 P , AFISM 的计算复杂度可小于 DFSM。

5 仿真实验

以叠加白色高斯噪声的二进制相位键控(BPSK)频带信号为对象, 完成以下实验。仿真参数如下:

采样周期 $T_{sa} = 1$, 中心频率 $f_c = 0.3125$ Hz, 符号的周期 $T_s = 16$, 矩形脉冲成型。根据 BPSK 信号二阶

表 1 AFISM 复乘量分析

信号操作	复数乘法数		
	两个复信号的循环互谱	单个复信号的循环谱	单个实信号的循环谱
数据加窗	$(P+1)N^2 / 2$	$(P+1)N^2 / 4$	$(P+1)N^2 / 4$ 次实数乘法
FFT	$\frac{(P+1)N}{2} \log_2(N/2)$	$\frac{(P+1)N}{4} \log_2(N/2)$	$\frac{(P+1)N}{4} \log_2(N/2)$
序列乘积	$(P+1)N^2 / 4$	$(P+1)N^2 / 16$	$(P+1)N^2 / 16$

循环平稳性质, BPSK 信号在 $\alpha = 1/T_s = 0.0625$ Hz, $\alpha = \pm 2f_c = 0.625$ Hz 以及 $\alpha = 2f_c \pm 1/T_s = 0.625 \pm 0.0625$ Hz 切片处存在循环谱取值, 算法中时域平滑窗为汉宁窗。

实验 1 分别使用 DFMS 与 AFMS 对无噪声的 BPSK 信号循环谱切片 $S(1/T_s, f)$ 和 $S(\alpha, 0)$ 进行估计。DFMS 和 AFMS 使用相同的 8192 点数据, $\Delta t \Delta f$ 均为 64, 切片点数均为 128 点, $P = 16$ 。图 2 是两种算法的估计结果。

从图 2 可以看出, AFMS(虚线表示)与 DFMS(实线表示)的谱估计结果几乎一致。在没有噪声的影响下, 与 DFMS 相比, AFMS 谱切片估计未给幅度和形状上带来变化, 验证了同 DFMS 一样, AFMS 是循环谱的有效估计。

实验 2 对 SNR = -10 dB 的 BPSK 信号的循环谱切片 $S(\alpha, 0)$ 进行估计。DFMS 使用 8192 点数据, AFMS 使用该数据中截取的 4096 点进行估计。 $\Delta t \Delta f$ 均为 64, $P=16$, 切片点数均为 64 点。图 3 是两种算法的运行结果, 幅度进行了归一化。

图 3 (b)中可以清晰地看到 $\alpha = 2f_c = 0.625$ 以及 $\alpha = \pm 2f_c \pm 1/T_s = 0.625 \pm 0.0625$ 处的离散谱线, 而图 3(a)中 $\alpha = \pm 2f_c \pm 1/T_s$ 处的谱线已经部分消失。在使用同一段数据的前提下, AFMS 的数据量为 DFMS 的一半, 估计效果却优于 DFMS。

实验 3 比较 AFMS 与 DFMS 算法在信号检测

算法中性能, 及参数 P 对检测结果的影响, 进一步讨论算法的实际应用效果。检测原理如下: 估计信号的循环频率切片 $S(\alpha, 0)$, 搜索一定范围内(如以 $2f_c$ 为中心左右 $1/T_s$ 附近)最大值作为载频特征, 如最大值对应于 $2f_c$, 则判定载频检测正确, 否则错误。仿真中蒙特卡洛实验次数为 1000。 P_c 是检测概率, 为正确次数与总次数的比值。检测中信号采样周期为 $T_{sa} = 0.5$, 其它参数同上。使用同样参数条件, 用 AFMS 和 DFMS 算法分别对随机产生 64、128 以及 256 符号长度信号进行检测。图 4 是 P_c 随信噪比变化结果。实验中估计的谱切片点数均为 256 点, 当 $N=2048, 4096, 8192$ 时, M 分别为 8, 16, 32; $P = 16$ 。然后利用 AFMS 算法, 设定 P 为 8, 16, 32 对 128、256 符号长度的信号进行检测实验, 研究 P 值对估计性能的影响, 图 5 是该实验结果。

从图 4 结果看, 在相同样本长度下, AFMS 的检测结果明显优于 DFMS, 样本越小时, 性能提升的越明显。分析其原因, 当样本较小时, DFMS 估计方差大, 而 AFMS 算法有效抑制了估计方差, 优化的性能能更多体现。式(17)已证明在一定区间, P 值越大, 估计方差越小。图 5 显示了大样本的结果, 较好满足这一结论, 小样本则改进不明显。式(24)表明 P 增大会显著增加计算复杂度, 因此需具体情况合理选取 P 值。

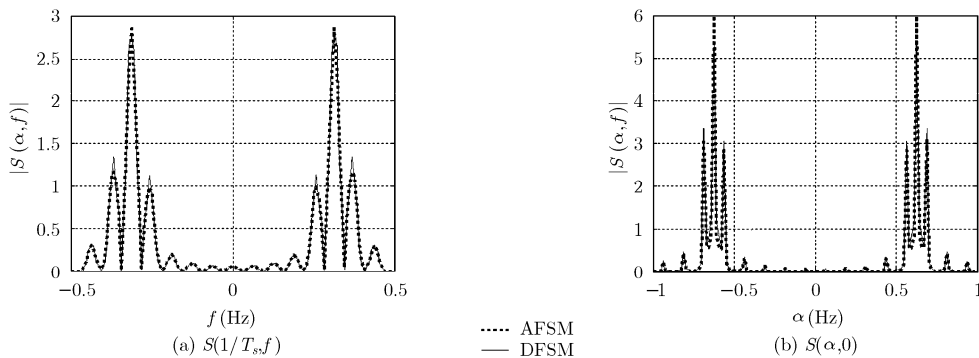


图 2 无噪声 BPSK 信号的 $S(\alpha, f)$ 估计

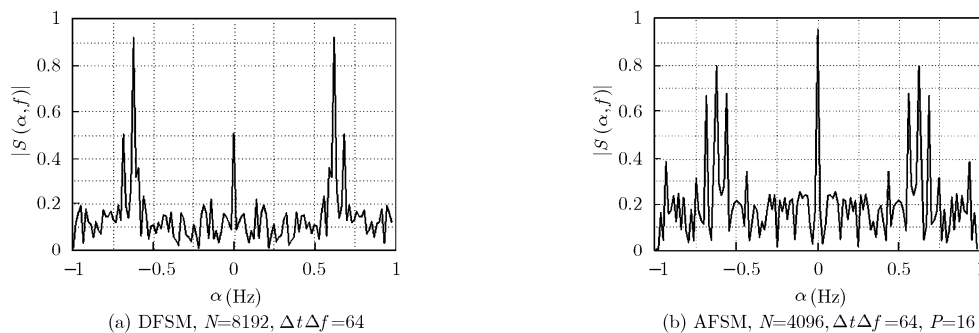


图 3 SNR=-10 dB, BPSK 的 $S(\alpha, 0)$ DFMS 与 AFMS 估计

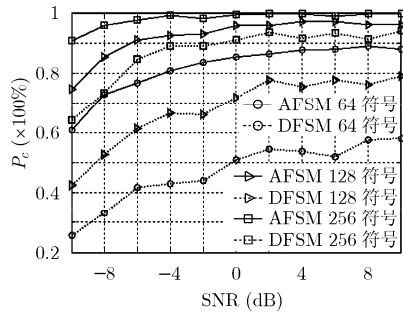


图 4 不同信噪比和样本长度下 AFSM 与 DFSM 的检测正确率

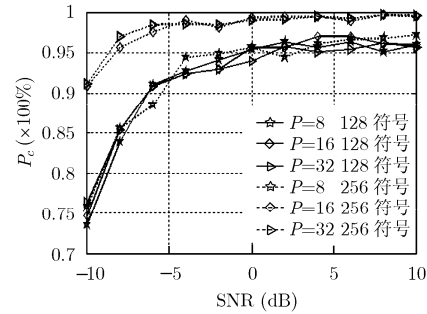


图 5 不同信噪比、 P 和样本长度下 AFSM 的检测正确率

6 结束语

通过引入数据加窗和重叠处理等处理方法, 本文提出了一种改进的循环谱快速估计算法 AFSM。从理论分析和实验结果来看, 在低信噪比且对数据量要求苛刻的条件下, AFSM 算法循环谱估计性能要优于原 DFSM 算法, 能够完成循环谱切片有效估计。需要指出的是, 可引入比特谱相关(OBSC)技术^[9]来进一步降低相关运算的复杂度, 限于篇幅, 这里不再描述。如何在未知参数条件下, 实现循环谱平面高精度快速估计, 降低谱泄露与估计方差, 值得深入研究, 使循环谱分析技术得到更广泛的应用。

参考文献

- [1] Gardner W A, Antonio N, and Paura L. Cyclostationarity: half a century of research. *Signal Processing*, 2006, 86(4): 639-697.
- [2] Zhang Hai-jian, Ruyet D L, and Terre M. Spectral correlation of multicarrier modulated signals and its application for signal detection. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010, 2001(1): 1-14.
- [3] Bouzegzi A, Ciblat P, and Jallon P. New algorithm for blind recognition of OFDM based systems. *Signal Processing*, 2010, 90(3): 900-913.
- [4] 蒋清平, 杨士中, 张天骥. 低信噪比 OFDM 信号符号周期盲估计, *计算机应用*, 2010, 30(6): 1463-1465.
Jiang Q P, Yang S Z, and Zhang T Q. Symbol duration blind estimation of OFDM signals with low SNR. *Journal of Computer Application*, 2010, 30(6): 1463-1465.
- [5] Fu Hai-tao, et al. Modulation classification based on cyclic spectral features for co-channel time-frequency over-lapped two-signal. *Pacific-Asia Conference on Circuits, Communications and Systems*, Chengdu, China, 2009: 31-34.
- [6] Gardner W A. The spectral correlation theory of

cyclostationary time-series. *Signal Processing*, 1986, 11(1): 13-36.

- [7] Roberts R S, Brown W A, and Loomis H H. Computationally efficient algorithms for cyclic spectral analysis. *IEEE Transactions on Signal Processing Magazine*, 1991, 8(2): 38-49.
- [8] Gardner W A, et al. Cyclostationarity in Communications and Signal Processing. New York: IEEE PRESS, 1995: 455-489.
- [9] Gardner W A and Roberts R S. One-bit spectral- correlation algorithms. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(1): 423-426.
- [10] Dandawate A V and Giannakis G B. Nonparametric polyspectral estimators for kth-order (almost) cyclostationary processes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1994, 40(1): 67-84.
- [11] 高玉龙, 张中兆, 白旭. 任意分辨率的 SSCA 算法研究. *哈尔滨工业大学学报*, 2008, 40(7): 1040-1043.
Gao Yu-long, Zhang Zhong-zhao, and Bai Xu. Research of SSCA with arbitrary resolution. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2008, 40(7): 1040-1043.
- [12] Antoni J. Cyclic spectral analysis in practice. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(2): 597-630.

崔伟亮: 男, 1981 年生, 博士生, 工程师, 研究方向为通信信号处理、软件无线电。

江 桦: 男, 1956 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为通信信号处理。

李剑强: 男, 1984 年生, 硕士生, 助理工程师, 研究方向为通信信号处理。

吴 楚: 女, 1949 年生, 教授, 研究方向为电路与系统。