

# 多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法\*

王 斌<sup>1,2†</sup>, 王彦平<sup>1</sup>, 洪 文<sup>1</sup>

(1 中国科学院电子学研究所微波成像技术国家级重点实验室, 北京 100190; 2 中国科学院研究生院, 北京 100049)  
(2010 年 3 月 15 日收稿; 2010 年 5 月 12 日收修改稿)

Wang B, Wang Y P, Hong W. 3D imaging algorithm for multi-baseline SAR based on QR decomposition[J]. Journal of the Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 2011, 28(1): 80-85.

**摘 要** 根据多基线合成孔径雷达(SAR)三维成像的信号模型,得到了利用高度向观测数据实现目标三维成像的矩阵方程,并引入 QR 分解算法求解矩阵方程,形成了多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法.使用该算法对多基线 SAR 仿真数据进行了三维成像实验.

**关键词** 多基线合成孔径雷达, 三维成像, QR 分解

**中图分类号** TN957

合成孔径雷达(synthetic aperture radar, SAR)是 20 世纪 50 年代发展起来的一种主动的微波传感器,能够获取目标在距离向和方位向上的二维高分辨率图像,这是三维目标在二维平面上的投影.为获取目标的高度向信息,干涉 SAR 技术利用 2 次平行观测获取的复图像数据进行相干处理,能够提取地面的高度信息.但是由于在高度向上的只有 2 次观测,这种严重的欠采样以及过大的采样间隔,使得干涉技术能够测高而不具备高度向上的分辨能力.多基线合成孔径雷达(multi-baseline SAR, MBSAR)通过在不同高度位置的多次重复飞行构造了对目标观测的高度向合成孔径,具有高度向的分辨能力,能够实现对目标的三维成像,可以解决二维成像中的叠掩、顶底倒置等几何失真.合成孔径雷达三维成像技术在地形测绘、资源调查、生物量估计、军事侦察、武器制导等领域具有重要的应用价值和巨大的应用潜力.

目前实现多基线 SAR 三维成像的方法主要有 3 类,即基于谱估计的方法<sup>[1-2]</sup>、三维数据聚焦的方法<sup>[3-4]</sup>和基于矩阵求逆的方法<sup>[5-6]</sup>.其中,矩阵求逆的方法通过构建高度向观测数据和目标高程图像之间的矩阵方程,使用矩阵求逆的方法进行求解,实现目标的三维成像.规则化求逆方法可以求解不完整采样数据的矩阵方程<sup>[7]</sup>,使其在处理非均匀多基线 SAR 数据,进行高分辨率三维成像方面具有研究应用的潜力.

本文对基于矩阵求逆的多基线 SAR 三维成像方法进行了研究,提出了基于 QR 分解矩阵求逆的多基线 SAR 三维成像算法.本文根据多基线 SAR 三维成像的信号模型,给出了实现目标三维成像的矩阵方程,引入 QR 分解算法求解矩阵方程,形成了多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法.最后,对多基线 SAR 的仿真数据使用 QR 分解算法进行了三维成像的实验验证和分析.

## 1 MBSAR 三维成像的信号模型

多基线 SAR 三维成像的观测几何如图 1 所示, $x$  为载机飞行的方位向, $y$  为地距向, $z$  为垂直高度向.载机在垂直高度向对目标场景共进行了  $N$  次平行观测,每次飞行观测的模式为正侧视条带式.定义高度位置最低的第 1 条轨迹为参考位置, $H$  是它的平台高度,参考位置处波束中心的视角为  $\theta$ ,其中心

\* 国家自然科学基金重大项目(60890070,60890072)、国家杰出青年科学基金(60725103)资助

†E-mail:wangbin0011@gmail.com

波束方向为参考斜距向  $r$ , 基线排列方向与水平方向的夹角为  $\varphi$ . 定义  $s$  为正交于载机飞行方向  $x$  和参考斜距方向  $r$  的仰角高度方向, 则建立了三维成像坐标系  $x-r-s$ , 坐标原点位于参考平台位置处.

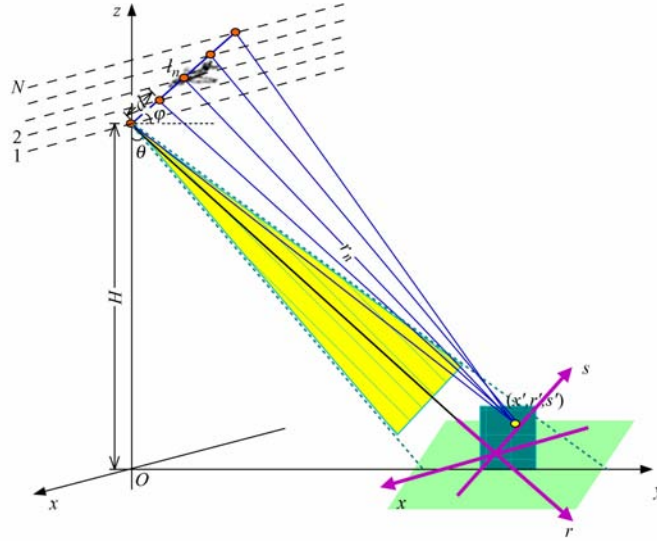


图 1 多基线 SAR 三维成像的观测几何

高度向的  $N$  次飞行观测构成了对目标的高度向合成孔径, 每次飞行都能生成目标场景的二维聚焦图像, 将  $N$  幅单视复图像进行配准后, 得到每个距离-方位分辨单元内目标的高度向合成孔径采样数据. 第  $n$  次飞行观测中, 二维聚焦后得到的每个距离-方位分辨单元中的数据是沿仰角高度方向目标的信号叠加, 它表示为<sup>[5,8]</sup>

$$f_n(x', r') = \int_{-a}^a \gamma(s) \exp\left[-j \frac{4\pi r_n(x', r', s)}{\lambda}\right] ds, \quad (1)$$

其中,  $\gamma(s)$  为沿仰角高度方向的目标散射分布函数;  $2a$  为仰角高度方向的观测范围;  $r_n(x', r', s)$ ,  $n = 1, \dots, N$  是仰角高度方向上的目标与第  $n$  条飞行轨迹之间的距离:

$$r_n(x', r', s) = \sqrt{[r' - l_n \sin(\theta - \varphi)]^2 + [s - l_n \cos(\theta - \varphi)]^2}, \quad (2)$$

其中,  $l_n$  为第  $n$  条飞行轨迹与参考轨迹之间的间隔, 各条轨迹等间隔分布时表示为  $l_n = (n - 1)d$ ,  $n = 1, \dots, N$ . 在机载情况下测量斜距值远大于目标高度值, 即  $r' - l_n \sin\theta \gg s - l_n \cos\theta$ , 则根据菲涅耳近似, 它可以表示为

$$r_n(x', r', s) \approx r' - l_n \sin(\theta - \varphi) + \frac{[s - l_n \cos(\theta - \varphi)]^2}{2r'}. \quad (3)$$

因此第  $n$  次飞行观测中, 距离-方位分辨单元中目标聚焦数据的相位部分可表示为

$$\Psi_n(x', r') \approx \exp\left\{-j \frac{4\pi}{\lambda} r'\right\} \exp\left\{j \frac{4\pi}{\lambda} \left[l_n \sin(\theta - \varphi) - \frac{[s - l_n \cos(\theta - \varphi)]^2}{2r'}\right]\right\}, \quad (4)$$

则多基线 SAR 各次飞行得到的目标聚焦数据相位值基于轨迹间隔的变化表示为

$$k_l(x', r') = \frac{\partial \arg(\Psi_n(x', r'))}{\partial l_n} = \frac{4\pi}{\lambda} \left[ \sin(\theta - \varphi) + \frac{s \cos(\theta - \varphi)}{r'} - \frac{\cos^2(\theta - \varphi)}{r'} l_n \right]. \quad (5)$$

由上式可以看出, 多基线 SAR 观测得到高度向采样数据是  $l_n$  的线性调频函数.

## 2 基于矩阵求逆的 MBSAR 三维成像处理模型

根据目标聚焦数据的相位, 定义去除线性调频项的解斜相位因子

$$u_n = \exp\left\{j \frac{2\pi}{\lambda r'} l_n^2 \cos^2(\theta - \varphi)\right\}. \quad (6)$$

通过与相位因子相乘进行解斜处理后,第  $n$  条飞行轨迹观测得到的目标聚焦数据相位部分变为

$$\tilde{\Psi}_n(x', r') = \tilde{\Psi}_n(x', r') \cdot u_n = \exp\left\{-j \frac{4\pi}{\lambda} [r' - l_n \sin(\theta - \varphi)]\right\} \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda r'} [s^2 - 2s l_n \cos(\theta - \varphi)]\right\}; \quad (7)$$

同时,第  $n$  次飞行观测得到的距离-方位分辨单元中目标二维聚焦数据变为

$$g_n(x', r') = \int_{-a}^a \gamma'(s) \exp\left\{-j \frac{4\pi}{\lambda} [r' - l_n \sin(\theta - \varphi)]\right\} \exp\left[j \frac{4\pi}{\lambda r'} s l_n \cos(\theta - \varphi)\right] ds, \quad (8)$$

其中,  $\gamma'(s) = \gamma(s) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda r'} s^2\right)$ , 该式中的相位项将会影响目标高度向图像的相位, 在获取目标高度向幅度图像的运算中, 可先不考虑该相位, 在得到目标高度向图像之后再行相位的补偿.

因此, 对每个距离-方位分辨单元内的目标, 得到了其沿高度向的散射分布函数与高度向合成孔径采样数据之间的关系式, 表示成矩阵向量形式为

$$\mathbf{g} = \Phi \boldsymbol{\gamma}, \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{g}$  为多基线获取的二维聚焦数据向量,  $\boldsymbol{\gamma}$  为高度向的目标散射分布函数,  $\Phi$  为采样数据和高度向图像之间的运算矩阵, 它与基线位置及目标和雷达天线的距离有关. 在多基线 SAR 高度向合成孔径被采样为  $N$  点, 目标高度向散射函数被离散化为  $M$  点时, 运算矩阵表示为

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \cdots & \varphi_{1M} \\ \varphi_{21} & \cdots & \\ & \varphi_{nm} & \\ \varphi_{N1} & \cdots & \varphi_{NM} \end{bmatrix}, \text{ 其中, } \varphi_{nm} = \exp\left(-j \frac{4\pi r'}{\lambda} + j \frac{4\pi l_n \sin(\theta - \varphi)}{\lambda} + j \frac{4\pi l_n \cos(\theta - \varphi)}{\lambda r'} s_m\right). \quad (10)$$

利用观测数据向量和目标高度向散射函数之间的矩阵方程, 通过对矩阵求逆运算, 反演目标沿高度向的图像

$$\boldsymbol{\gamma} = \Phi^{-1} \mathbf{g}. \quad (11)$$

### 3 MBSAR 三维成像的 QR 分解算法

利用多基线 SAR 观测得到的目标二维聚焦数据, 通过对运算矩阵的分解变换, 求解目标沿高度向的图像, 即求解矩阵方程  $\mathbf{g} = \Phi \boldsymbol{\gamma}$ . 根据观测采样数据  $\mathbf{g}$  和实现高度向成像的操作算子矩阵  $\Phi$ , 获得散射目标的高度向分布信息  $\boldsymbol{\gamma}$ . 在多基线 SAR 各条轨迹规则分布的情况下, 观测获取的目标高度向数据向量是均匀采样的, Fornaro 等人给出了矩阵方程求逆的波束形成算法<sup>[6]</sup>, 即通过对运算矩阵的共轭转置实现矩阵向量方程的求逆, 得到目标的高度向图像, 表示为

$$\boldsymbol{\gamma} = \Phi^H \mathbf{g}, \quad (12)$$

此时,  $\Phi^H = \Phi^{-1}$ , 则  $\Phi$  为酉矩阵. 对于更一般的运算矩阵, 本文使用矩阵 QR 分解算法求解矩阵方程, QR 分解求解线性方程对大矩阵运算具有快速实现的优势, 并且适用于任意长方形矩阵<sup>[9]</sup>. 在多基线 SAR 三维成像中, 高度向成像的运算矩阵由各条轨迹的位置和目标高度向图像的采样点数构造得到, 可能是任意的长矩阵或大矩阵, 因此进行矩阵方程求逆的 QR 分解算法适用于多基线 SAR 三维成像的处理.

根据高度向采样数据和目标高度向图像之间的矩阵向量方程, 通过矩阵 QR 分解求解矩阵方程, 获取沿仰角高度向的目标散射分布函数, 实现对目标的高度向成像. QR 分解通过对运算矩阵进行正交三角化分解, 得到反演目标高度向散射函数的矩阵方程, 表示为

$$\Phi = QR, \mathbf{g} = QR\boldsymbol{\gamma}, \quad (13)$$

$Q$  为正交矩阵,  $R$  为上三角矩阵, 高度向图像的求解变为

$$R\boldsymbol{\gamma} = Q^H \mathbf{g}. \quad (14)$$

通过求解以上三角矩阵方程, 得到目标沿高度向的散射分布图像  $\boldsymbol{\gamma}$ . 结合每条轨道获取的目标场景

二维图像,得到了目标的三维分辨率图像.多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法处理流程如图 2 所示.

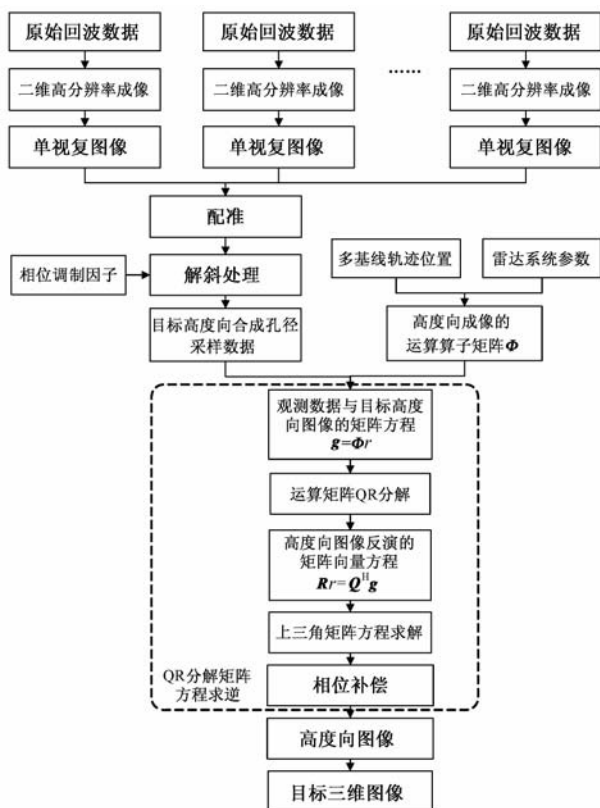


图 2 多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法

### 4 仿真实验

在仿真条件下采集多基线 SAR 数据,使用三维成像 QR 分解算法对目标进行三维成像实验.多基线 SAR 系统参数如表 1 所示,在 3000m 高度的机载 SAR 平台上共获取了 51 条轨迹的多基线数据,各轨迹按垂直高度方向等间隔排列.

表 1 多基线 SAR 三维成像仿真实验参数

参数	参数值	参数	参数值
波长	0.03m	脉冲带宽	50MHz
脉长时宽	5μs	采样频率	60MHz
参考视角	30°	天线长度	2m
飞行速度	100m/s	PRF	800Hz
轨迹数目	51	参考轨道飞行高度	3000m
轨迹间隔	2m	最大轨迹间隔	100m

观测目标为单个点目标时,分别使用波束形成算法和 QR 分解算法进行目标高度向成像,得到的目标高度向图像和仰角高度方向点扩展函数如图 3 所示,计算得到目标沿仰角高度方向的分辨率、峰值旁瓣比和积分旁瓣比,如表 2.在多基线 SAR 各条轨迹规则分布的情况下,波束形成算法和 QR 分解算法都完美的实现了对目标沿高度向的成像.

表 2 仰角高度方向的分辨率、峰值旁瓣比和积分旁瓣比

分辨率	峰值旁瓣比	积分旁瓣比
0.95m	-13.18dB	-9.04dB

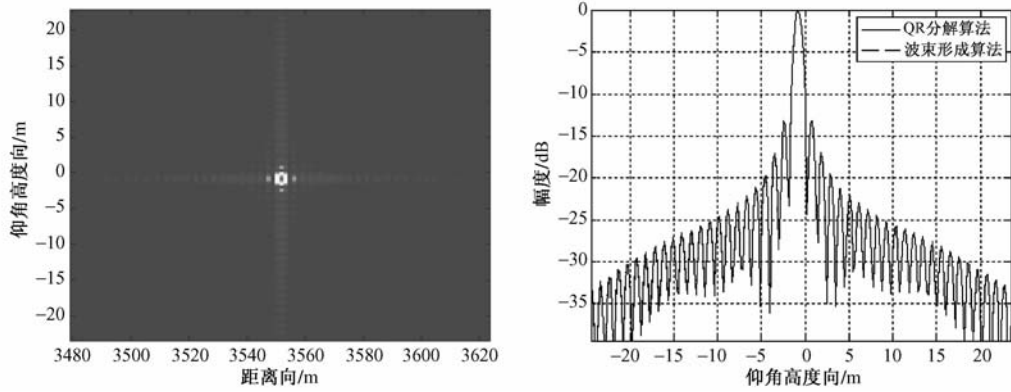


图 3 单个点目标的高度向成像结果

使用多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法,对沿仰角高度方向分布的 2 个点目标进行高度向分辨成像,2 个点目标相距 1.5m,所得到的目标高度向成像结果如图 4 所示,实现了对目标沿高度向的分辨.

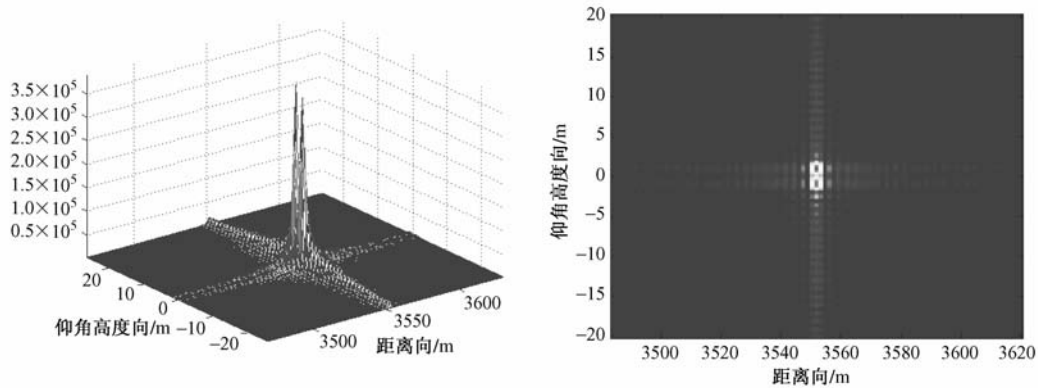


图 4 2 个点目标的高度向成像结果

观测场景为三维立体空间中分布的 10 个点目标,其空间分布位置如图 5 所示. 每条轨道所获取的目标场景单视复图像如图 6,在二维图像中只显示出 5 个目标,多个目标发生了叠掩,目标信息混叠在一起,在二维图像中无法分辨出来.

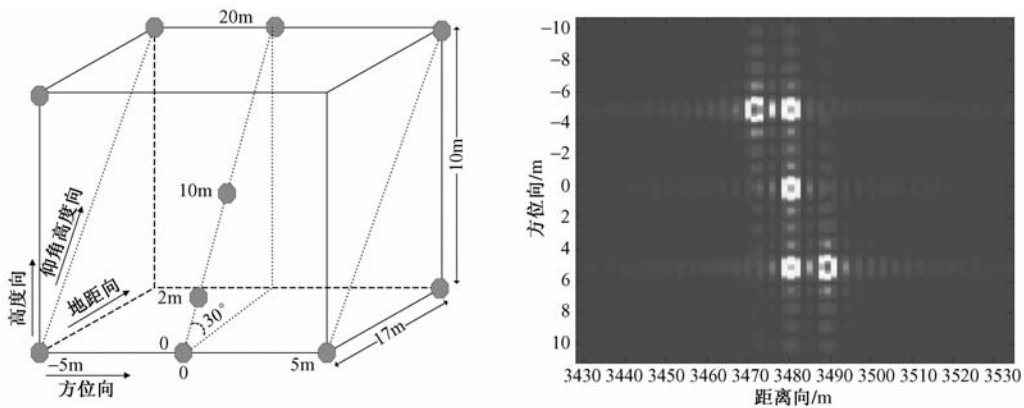


图 5 观测目标空间分布位置

图 6 每条轨道生成的二维图像

使用多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法对目标场景进行三维成像实验,得到的三维成像结果如图 7 和图 8,图 7 为沿仰角高度方向平面的目标成像结果,图 8 为经过坐标轴转换后得到的目标方位-地距-高度三维空间分布的图像. 在所得到的三维成像结果中,10 个点目标都被重建出来,与真实位置相

对应,并解决了二维成像中存在的叠掩问题,将发生叠掩的目标区分出来.

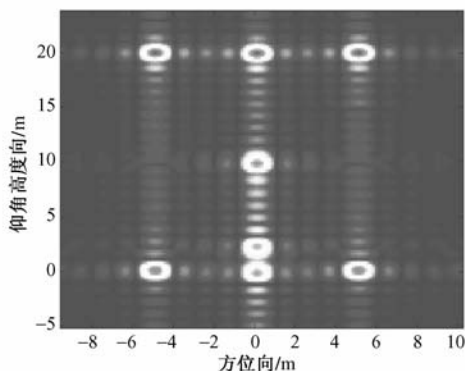


图 7 目标高度向层析图像

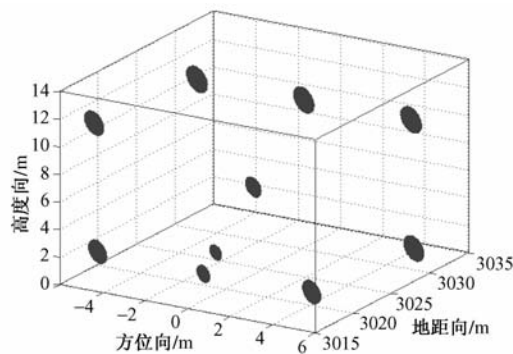


图 8 目标三维成像结果

## 5 结论

根据矩阵求逆的多基线 SAR 三维成像处理方法,本文研究了多基线 SAR 三维成像的 QR 分解算法,并在基线均匀分布情况下实现了对目标的三维成像.在多基线非均匀分布时,获取的高度向合成孔径观测数据是非均匀采样的.由于矩阵求逆技术具有求解非完整观测数据的矩阵方程的潜力,因此后续工作将研究 QR 分解算法对非均匀多基线 SAR 三维成像的处理.

### 参考文献

- [1] Reigber A, Moreira A. First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-band data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(5): 2142-2152.
- [2] Guillaso S, Reigber A. Scatterer characterisation using polarimetric SAR tomography[C]// IEEE Proceedings of IGARSS 2005, Seoul: IEEE, 2005: 2685-2688.
- [3] Lopez J, Fortuny J. 3-D radar imaging using range migration techniques[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2000, 48(5): 728-737.
- [4] Tan W X, Hong W, Wang Y P, et al. Synthetic aperture radar tomography sampling criteria and three-dimensional range migration algorithm with elevation digital spotlighting[J]. Science in China Series F-Information Sciences, 2009, 52(1): 100-114.
- [5] Fornaro G, Serafino F, Soldovieri F. Three-dimensional focusing with multipass SAR data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(3): 507-517.
- [6] Fornaro G, Paucullo. Three-dimensional multipass SAR focusing: experiments with long-term spaceborne data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(4): 702-714.
- [7] 邹谋炎. 反卷积和信号复原[M]. 北京:国防工业出版社, 2001.
- [8] Cumming I, Wong F. 合成孔径雷达成像——算法与实现[M]. 洪文,胡东辉,等译. 北京:电子工业出版社, 2007.
- [9] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.

## 3D imaging algorithm for multi-baseline SAR based on QR decomposition

WANG Bin<sup>1,2</sup>, WANG Yan-Ping<sup>1</sup>, HONG Wen<sup>1</sup>

(1 National Key Laboratory of Microwave Imaging Technology, Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;  
2 Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** Based on the signal model of multi-baseline synthetic aperture radar (MB-SAR), the matrix function between the observed samples and the image in the height direction is obtained, and QR decomposition is used to solve the matrix equation. The 3D imaging algorithm based on QR decomposition for MB-SAR is established, and the simulation results are presented.

**Key words** multi-baseline SAR, 3D imaging, QR decomposition