

改进小波空域相关滤波的脉冲星微弱信号降噪

苏哲¹, 许录平¹, 王勇¹, 谢振华², 罗楠¹

(1. 西安电子科技大学电子工程学院, 陕西 西安 710071;

2. 青岛大学自动化工程学院, 山东 青岛 266071)

摘要: 脉冲星信号具有极低信噪比, 传统降噪算法难以在抑制噪声的同时保留微脉冲等细节信息。为此, 提出一种基于改进小波空域相关滤波的脉冲星极弱信号降噪算法。从小波阈值和空域相关算法在极弱信号降噪中的缺陷出发, 以保留细节信息和提高信噪比为目标, 结合脉冲星辐射信号的严格周期性、相邻周期间的相关性、极低信噪比和窗口辐射等特性, 改进了小波空域相关滤波算法。采用 Parks 射电天文台和罗希(Rossi)X 射线时变探测器的脉冲星观测数据进行实验。结果表明, 改进小波空域相关滤波算法可以保留更多微脉冲等细节信息, 在提高信号的信噪比方面优于现有算法。

关键词: 脉冲星; 降噪; 小波空域相关滤波; 微脉冲

中图分类号: TN 911

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2010.12.02

Pulsar weak signal denoising based on improved wavelet spatial correlation filtering

SU Zhe¹, XU Lu-ping¹, WANG Yong¹, XIE Zhen-hua², LUO Nan¹

(1. School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;

2. School of Automation Engineering, Qingdao Univ., Qingdao 266071, China)

Abstract: Because of the extremely low signal-to-noise ratio (SNR) of pulsar signals, it is difficult for the traditional denoise algorithms to suppress noise while preserving details such as micro-pulses. Therefore a new denoising algorithm which is based on the improved wavelet spatial correlation filtering is proposed. Firstly, the defects of the wavelet threshold and spatial correlation denoising algorithms in the extremely weak pulsar signals' processing are analysed. Then, the wavelet spatial correlation filtering algorithm is improved according to the characteristics of pulsar signals, such as strict periodicity, correlation of adjacent periods, low SNR, radiation in the window and so on. Finally, the experiments are made with the pulsar signal observed by the Parks observatory and Rossi X-ray timing explorer. The results show that the proposed algorithm can preserve more details and provide a notable improvement in SNR.

Keywords: pulsar; denoise; wavelet spatial correlation filtering; micro-pulse

0 引言

脉冲星是一种具有超高压、超强磁场、超强辐射、超高温、高自转速度及超高稳定周期的中子星^[1], 被誉为极端条件下的太空实验室、自然界最稳定的时钟。在脉冲星发现后的半个世纪中, 其研究主要集中在天文和物理等科研领域, 并取得了极大成功。近几年来, 随着航天技术的发展, 脉冲星在精确定时和深空导航中的应用研究逐渐受到关注^[2-3]。但是, 脉冲星距离地球遥远, 在传播过程中受到色

散延迟、散射、相对论效应、地球运动及其他未知因素的影响^[4], 在太阳系中接收到的信号非常微弱且淹没在噪声中。因此, 脉冲星信号降噪算法的研究对于脉冲星后续的科研、应用研究都具有极其重要的意义。

脉冲星信号降噪的目的有两点:(1) 提高脉冲轮廓的精度, 保留微脉冲等细节信息。累积脉冲轮廓是脉冲星极冠区的辐射窗口^[5]。因此, 在多个频段获取精确的脉冲轮廓对研究脉冲星特定高度上的物理辐射机制具有重要意义;(2) 提高信噪比。脉冲到达时间 (time of arrival,

收稿日期:2009-10-19; 修回日期:2010-01-04。

基金项目:国家自然科学基金(60772139);国家高技术研究发展计划(863计划)(2007AA12Z323);中国科学院精密导航定位与定时技术重点实验室开放基金(2009PNTT09)资助课题

作者简介:苏哲(1983-),男,博士研究生,主要研究方向为脉冲星微弱信号处理、脉冲星导航。E-mail:suzhe@mail.xidian.edu.cn

TOA) 的测量精度正比于信噪比^[2]。因此,提高信噪比对于脉冲星自身物理特征研究、引力波辐射的检测、脉冲星定时、导航等依赖于 TOA 精确测量的科研和应用领域具有重要意义。

文献[6]将小波引入脉冲星信号预处理领域,并研究了小波分解尺度对降噪效果的影响。在此基础上,文献[7]从小波基、阈值估计子两方面对阈值降噪的效果进行对比实验,给出了小波基的选取和估计子的确定方法。但是,小波阈值去噪算法不能解决抑制噪声和保留脉冲细节之间的矛盾。如:通用阈值可以大幅度提高信噪比,但其重构波形过于平滑,微脉冲等细节有较大损失;Stein 无偏风险阈值可以保留部分细节,但却削弱了对噪声的抑制作用。为此,文献[8]将模糊理论引入小波阈值降噪算法,是一种对上述两种算法进行折中的算法。该算法在小波分解大尺度上可以有效分离信号和噪声,但在小尺度上难以完全抑制噪声,因而重构信号保留了过多的“毛刺”。

为了在抑制噪声的同时,保留细节信息,在深入分析小波阈值和空域相关降噪算法缺陷的基础上,结合脉冲星信号的严格周期性、窗口辐射等特点,改进了空域相关滤波算法。利用两个连续单周期脉冲星信号的小波分解系数在相同尺度、相同位置上的相关性,使小尺度上淹没在噪声中的真实信号的小波系数得以凸显,从而实现了真实信号与噪声的分离,取得了良好的降噪效果。同时,结合脉冲星的窗口辐射特性,利用占整个周期 90% 以上的辐射窗口外部信号计算噪声功率,提高了计算精度。

1 小波阈值和空域相关算法缺陷分析

小波变换能够刻画信号的奇异性。脉冲星信号与噪声有不同的 Lipschitz 指数,反映到小波域,表现为信号的小波系数随尺度的增大而增大,噪声的小波系数随尺度的增大而迅速衰减。在第 5 尺度上真实脉冲星信号的小波系数占主要部分,而噪声基本为零(见图 1)。此时,只需要设定适当的阈值,即可将噪声全部滤除,并很好地保留信号细节。由于脉冲星信号信噪比极低,随着分解尺度的减小,噪声系数的幅度迅速增加,在第 1 尺度上噪声幅度约为信号幅度的 40 倍(见图 2)。显然,在小尺度上难以通过单纯地设定阈值达到滤除噪声并保留细节的目的。设定较大的阈值,能够有效滤除噪声,但细节信息同样被滤除;设定较小阈值,能够保留部分细节信息,但也保留了部分噪声。因此,在小尺度上,必须寻找一种可分离噪声和信号的方法。

信号的小波系数在相邻尺度上有较强的相关性,尤其在信号的脉冲附近,其相关性更加明显^[9];而噪声对应的小波系数在相邻尺度间却没有这种明显的相关性。因此,根据该特性,取相邻尺度的小波系数进行相关运算^[10],可根据相关性大小区分小尺度上的噪声和信号。

设观测信号为

$$p(t) = s(t) + v(t) \quad (1)$$

式中, $s(t)$ 为脉冲星标准轮廓; $v(t)$ 为噪声,服从高斯分布^[11]。

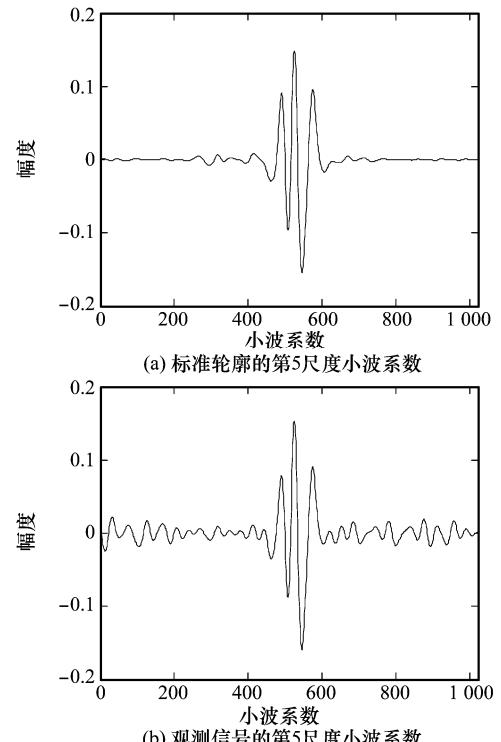


图 1 标准轮廓和观测信号的第 5 尺度小波系数对比

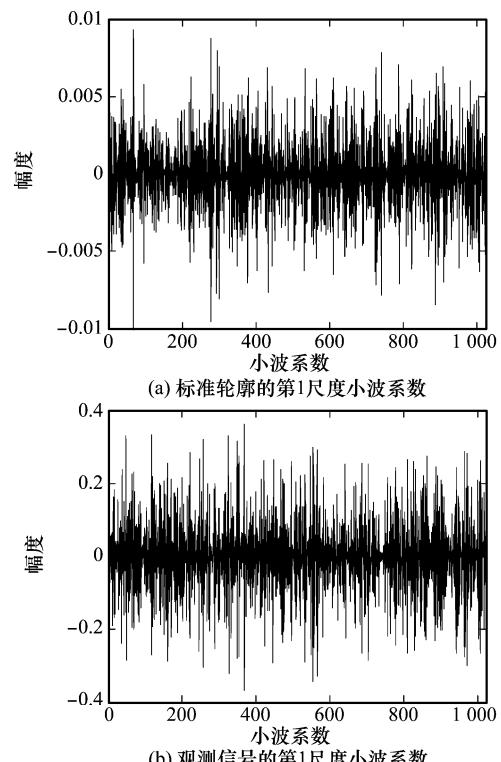


图 2 标准轮廓和观测信号的第 1 尺度小波系数对比

$p(t)$ 的二进小波变换为

$$d(j, k) = 2^{\frac{j}{2}} \int_R p(t) \phi(2^j t - k) dt \quad (2)$$

式中, ϕ 为小波基。

相邻尺度的相关系数^[12] 定义为

$$\text{Corr}_j(k, \tau_{j,k}) = d(j, k) \times d(j+1, k + \tau_{j,k}) \quad (3)$$

其中, $\tau_{j,k}$ 满足

$$R_j(k, \tau_{j,k}) = E[\text{Corr}_j(k, \tau_{j,k})] = \max \quad (4)$$

即, $\tau_{j,k}$ 可使相邻尺度上的小波系数的相关性最强。

对比图 1~图 3 可以看出, 大尺度上的相关系数基本完全滤除了噪声; 小尺度上信号的相关系数, 并没有被噪声淹没, 反而更加突出, 真实的细节信息更容易辨识。

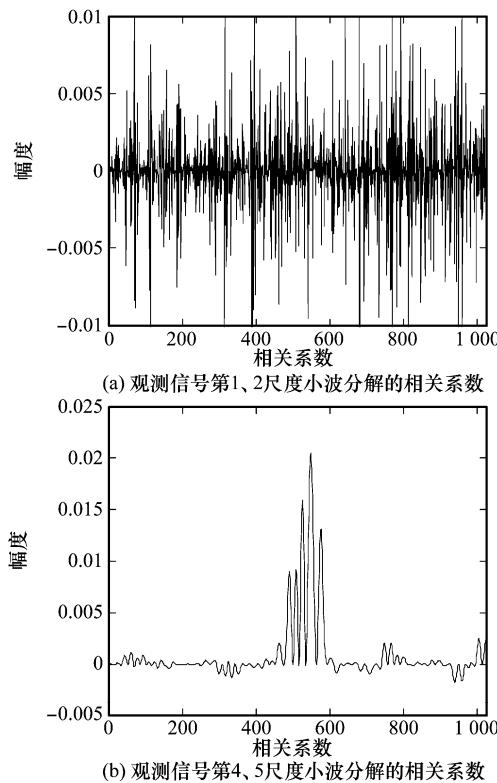


图 3 观测信号相邻尺度小波分解的相关系数

但是, 在处理脉冲星极弱信号时, 小波空域相关滤波算法仍有如下缺陷:

(1) $\tau_{j,k}$ 值难以确定。在空域相关滤波中, $\tau_{j,k}$ 的确定非常重要。当脉冲星信号的信噪比极低时, 采用式(4)不能在小尺度上得到正确的 $\tau_{j,k}$ 。因此, 必须寻找一种能够准确确定 $\tau_{j,k}$ 的方法。

(2) 极低信噪比信号在小尺度上的去噪方法。文献[10]中, 空域相关系数仍然用于计算阈值, 然后通过阈值判断小波系数是信号还是噪声。由上面分析可知, 当信号信噪比极低时, 在小尺度上, 阈值方法会过多地保留由噪声引起的突变点, 从而使重构信号会有很多“毛刺”。因此, 在小尺度上必须寻找一种新的降噪方法。

(3) 噪声功率估计。小波空域相关滤波算法中, 涉及

噪声功率估计。现有噪声功率计算方法假定信号小波分解第一尺度系数完全由噪声产生, 通过计算第一尺度上小波系数的功率间接得到噪声功率^[10]。该方法是一种未知有用信号先验知识时的方法, 计算复杂且估计误差较大。

2 改进小波空域相关滤波算法

针对上述缺陷, 结合脉冲星辐射特性, 对小波空域相关滤波算法进行改进。

2.1 $\tau_{j,k}$ 值的确定

当信号信噪比极低时, $\tau_{j,k}$ 值难以确定。为此, 结合脉冲星信号的严格周期性和噪声的不相关性, 改进算法采用两个连续单周期脉冲星信号 $p_1(n)$ 和 $p_2(n)$ 的小波系数在相同尺度、相同位置处进行相关运算。

设两个周期的噪声互不相关, 且均和信号不相关。由式(3)和式(4)得

$$\begin{aligned} R_j(k, \tau_{j,k}) &= E[d_{p_1}(j, k) \times d_{p_2}(j, k + \tau_{j,k})] = \\ &E[(d_{s1}(j, k) + d_{n1}(j, k)) \times (d_{s2}(j, k + \tau_{j,k}) + \\ &d_{n2}(j, k + \tau_{j,k}))] = E[d_{s1}(j, k)d_{s2}(j, k + \tau_{j,k})] + \\ &E[d_{s1}(j, k)d_{n2}(j, k + \tau_{j,k})] + \\ &E[d_{n1}(j, k)d_{s2}(j, k + \tau_{j,k})] + \\ &E[d_{n1}(j, k)d_{n2}(j, k + \tau_{j,k})] = \\ R_{s,j}(\tau_{j,k}) &\leqslant R_{s,j}(0) \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $d_{p_1}(j, k)$ 和 $d_{p_2}(j, k)$ 分别为 $p_1(n)$ 和 $p_2(n)$ 在尺度 j 和位置 k 处的小波系数。

由式(5)可看出, 相邻两单周期的脉冲星信号在小波分解的相同尺度上进行相关运算, 当 $\tau_{j,k} = 0$ 时, 相关性达最大值。相同尺度的相关系数可定义为

$$\text{Corr}(j, k) = d_{p_1}(j, k) \times d_{p_2}(j, k) \quad (6)$$

比较图 3 和图 4 可看出, 两个周期的小波系数在相同尺度上的相关性比一个周期的小波系数在相邻尺度上的相关性更强。因此, $p_1(n)$ 和 $p_2(n)$ 的小波分解系数在相同尺度、相同位置处进行相关运算, 可更好地提取信号细节并抑制噪声。

2.2 极低信噪比的信号在小尺度上的降噪方法

由第 1 节的分析可知, 对于极低信噪比的脉冲星信号, 在小尺度上, 难以通过阈值分离信号与噪声。因此, 在小尺度, 改进算法采用式(7)所示的方法, 用归一化相关系数代替含噪信号的小波系数。

$$\hat{d}(j, k) = \text{sgn}[d(j, k)] \cdot \text{NewCorr}(j, k) \quad (7)$$

$$\text{sgn}[x] = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$\text{NewCorr}(j, k)$ 为归一化相关系数。其计算方法为

$$\text{NewCorr}(j, k) = \text{Corr}(j, k) \times \sqrt{P_{w1}(j) / P_{corr}(j)} \quad (9)$$

其中

$$P_{w1}(j) = \sum_{k=1}^N [d_{p_1}(j, k)]^2 \quad (10)$$

$$P_{corr}(j) = \sum_{k=1}^N [Corr(j, k)]^2 \quad (11)$$

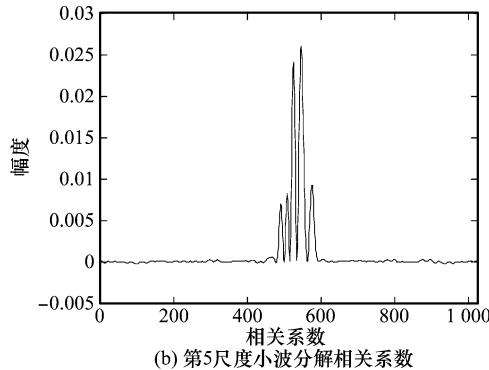
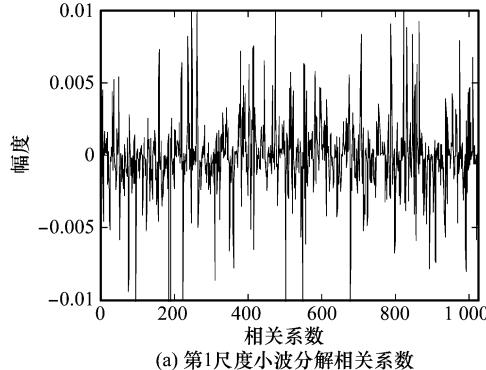


图 4 连续两单周期脉冲信号第 1、5 尺度小波分解相关系数

由式(7)~式(11)可得

$$\begin{aligned} \hat{d}_{s1}(j, k) &= \text{sgn}[d_{s1}(j, k)] |NewCorr(j, k)| = \\ &= \text{sgn}[d_{s1}(j, k)] |Corr(j, k) \sqrt{P_{wl}(j)/P_{corr}(j)}| = \\ &= \text{sgn}[d_{s1}(j, k)] \left| \frac{E \left[[d_{s1}(j, k) + d_{n1}(j, k)] \right]}{\left[[d_{s2}(j, k) + d_{n2}(j, k)] \right]} \right| = \\ &= \text{sgn}[d_{s1}(j, k)] \left| \frac{d_{s1}(j, k) d_{s2}(j, k)}{\sqrt{P_{wl}(j)/P_{corr}(j)}} \right| = \\ &= \text{sgn}[d_{s1}(j, k)] d_{s1}^2(j, k) \sqrt{P_{wl}(j)/P_{corr}(j)} \end{aligned} \quad (12)$$

由此可知,在小尺度上,由式(7)确定的小波系数不仅可以抑制噪声,而且可以加强原始信号。

2.3 噪声阈值的自适应确定

结合脉冲星窗口辐射模型,提出一种脉冲星信号噪声功率自适应的计算方法,通过脉冲星辐射窗口外部的信号计算噪声功率。

脉冲星平均脉冲轮廓形状极其稳定,是脉冲星极冠区辐射窗口,约占整个脉冲周期的 3%~5% (见图 5)。窗口内部的脉冲信号主要取决于视线扫过辐射锥的部位;窗口外部的信号主要由噪声组成。由于脉冲星信号周期为 1.3 ms~8 s,且脉冲星信号中的噪声是短期平稳的,可以通过研究辐射窗口外部信号获取噪声统计特性。设脉冲星辐射窗口外部的信号的范围为 $M_1 \sim M_2$ 。通过下式获得噪声平均功率。

$$\sigma^2 = \frac{1}{M_2 - M_1 + 1} \sum_{n=M_1}^{M_2} p_1^2(n) \quad (13)$$

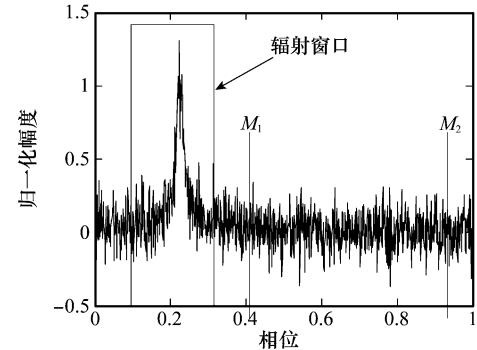


图 5 辐射窗口示意图

由小波变换的塔式分解结构,易知各尺度噪声功率的计算方法为

$$\sigma_j^2 = \sigma^2 \times \| h_0 * h_1 * \dots * h_{j-2} * g_{j-1} \|^2 \quad (14)$$

式中, $\| \cdot \|^2$ 表示 l^2 范数; h_j 和 g_j 为小波的低通滤波器和带通滤波器的单位冲击响应; $*$ 为卷积运算。

2.4 改进空域相关滤波降噪算法实现步骤

结合上述改进措施,基于改进小波空域相关滤波的脉冲星极弱信号降噪算法的实现步骤总结如下:

(1) 根据式(13)和式(14)求得各尺度上噪声功率 σ_j^2 。

(2) 对 $p_1(n)$ 、 $p_2(n)$ 分别进行 L 尺度小波分解,分别得到小波系数 $d_{p1}(j, k)$ 和 $d_{p2}(j, k)$ 。

(3) 根据式(6)求得各尺度、位置上的相关系数 $Corr(j, k)$ 。

(4) 利用式(9)~式(11),将 $Corr(j, k)$ 归一化到 $d_{p1}(j, k)$ 的能量上去,得到归一化的相关系数 $NewCorr(j, k)$ 。

(5) 在小于等于 $[L/2]$ 的尺度上,采用式(7)进行滤波。

(6) 在大于 $[L/2]$ 的尺度上,通过比较 $NewCorr(j, k)$ 和 $d_{p1}(j, k)$ 来鉴别真实信号的边缘信息。若 $|NewCorr(j, k)| \geq |d_{p1}(j, k)|$,则认为 $d_{p1}(j, k)$ 是由信号产生的,将 $d_{p1}(j, k)$ 赋予 $\hat{d}_{p1}(j, k)$ 的相应位置,并将 $d_{p1}(j, k)$ 置零。否则,认为 $d_{p1}(j, k)$ 是由噪声产生的,在 $d_{p1}(j, k)$ 中保留。重复步骤(3)、步骤(4)、步骤(6),直到 $d_{p1}(j, k)$ 小于该尺度上的噪声门限 σ_j^2 。即式(15)成立

$$P_{wl}(j) \leq \sigma_j^2 \quad (15)$$

这时, $\hat{d}_{p1}(j, k)$ 中保留了降噪后的小波系数。

(7) 对 $\hat{d}_{p1}(j, k)$ 进行小波重构,得到降噪后的脉冲星信号 $\hat{p}_1(n)$ 。

3 实验与结果分析

实验中用到的脉冲星特征参数取自澳大利亚国家望远镜(Australia telescope national facility, ATNF)脉冲星特征参数数据库。射电脉冲星标准轮廓取自欧洲脉冲星网络(European pulsar network, EPN)数据库,射电脉冲星观测数据取自澳大利亚 Parks 天文台进行巡天观测时获得的脉

冲观测数据库。X 射线脉冲星观测数据取自美国高能天文数据中心 (high energy astrophysics science archive research center, HEASARC), 由罗希 X 射线时变探测器 (Rossi X-ray timing explorer, RXTE) 观测得到。X 射线观测数据的初步处理采用 HEASARC 提供的 FTOOLS 工具包, 其他实验工作在 Matlab7.04 环境下进行。

文献 [6~7] 的实验结果表明: 不同小波基对降噪效果影响不大; 小波分解层数较少时, 降噪效果随层数的增加迅速提高, 当分解层数高于 5 层后, 分解层数继续增大对降噪效果的改善不明显。因此, 以下降噪算法均采用 Coiflet 小波, 分解层数为 5 层。文献 [8] 的实验结果表明: 升岭型隶属度函数确定模糊阈值降噪方法可以得到更高的信噪比, 故模糊阈值降噪算法采用该方法确定阈值。

在某个射电频段获取精确的累积脉冲轮廓, 保留其中的微脉冲等细节信息, 对研究脉冲星特定高度上的物理辐射机制具有重要意义。为研究各种降噪算法在去除噪声的同时保留细节信息的能力, 对脉冲星 J0437-4715 (观测频带为 1 517.75 MHz~1 773.75 MHz) 的射电观测信号进行 20 次周期累加, 得到其累积脉冲轮廓, 信噪比为 21.7 dB, 如图 6 所示。其中, 横坐标为脉冲星的自转相位, 纵坐标为归一化幅度。采用上述各种算法对该累积脉冲轮廓进行降噪。降噪后的结果如图 7 所示, 表 1 为去噪前后信噪比对比。

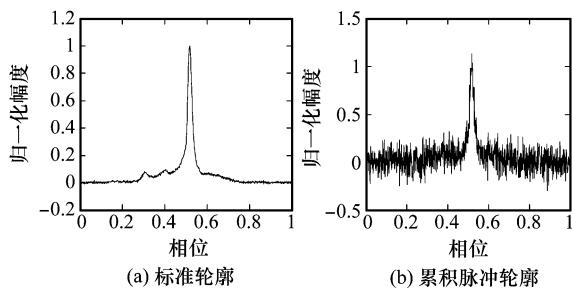


图 6 脉冲星 J0437-4715 的标准轮廓和累积脉冲轮廓

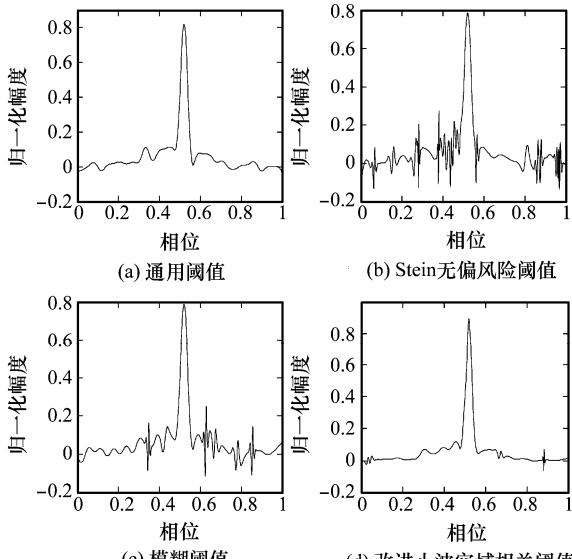


图 7 各种算法对脉冲星 J0437-4715 的降噪结果对比

表 1 各种算法去噪前后射电脉冲星累积脉冲轮廓信噪比比较

脉冲星	累积 次数	去噪前 信噪比/dB	去噪后信噪比/dB		
			通用	Stein	模糊
J0437-4715	20	21.7	28.1	24.3	26.9
J2145-0750	300	18.5	22.1	24.6	25.3

对脉冲星 J2145-0750 的观测信号进行 300 次周期累加, 得到累积脉冲轮廓信噪比为 18.5 dB, 如图 8 所示。采用四种算法对其进行降噪处理, 去噪后的累积脉冲轮廓如图 9 所示, 信噪比如表 1 所示。

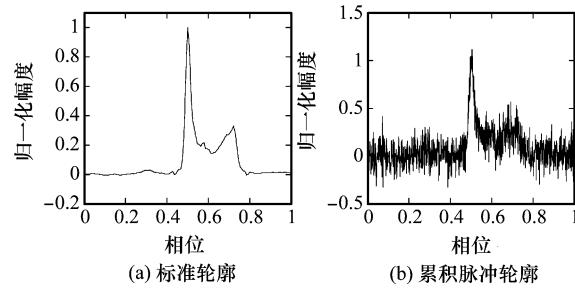


图 8 脉冲星 J2145-0750 的标准轮廓和累积脉冲轮廓

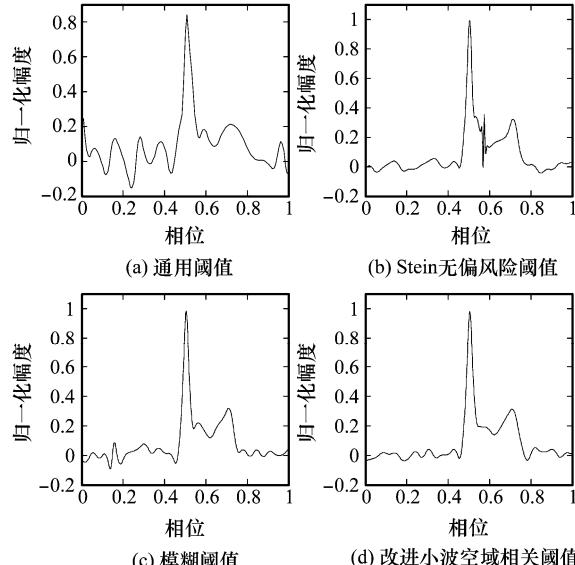


图 9 各种算法对脉冲星 J2145-0750 的降噪结果对比

由图 6~图 9 和表 1 可看出, 通用阈值降噪算法虽可滤除大部分噪声, 但信号高频部分和大部分细节信息也被滤除, 导致降噪后波形过于平滑; Stein 无偏风险阈值和模糊阈值降噪算法可保留微脉冲等细节信息, 但均无法滤除全部噪声, 残留了较多的“毛刺”; 改进空域相关滤波算法采用的相关性判别方法可以在小尺度上很好的区分细节信息和噪声, 因此滤除大部分噪声的同时, 能够很好地保留微脉冲等细节信息, 为进行脉冲星辐射机制的研究创造了良好条件。各算法优缺点如表 2 所示。

表 2 各降噪算法的优缺点

算法	优点	缺点
通用阈值	滤除大部分噪声	丢失微脉冲和高频信息
Stein 无偏风险阈值	保留微脉冲	残留很多噪声毛刺很多
模糊阈值	保留微脉冲	残留部分噪声毛刺很多
改进小波空域相关	保留微脉冲 滤除大部分噪声	略有毛刺

提高累积脉冲轮廓的信噪比对于利用 X 射线脉冲星定时、导航等依赖于 TOA 精确测量的应用领域具有重要意义。为考察各降噪算法提高 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓信噪比的能力,选取 RXTE 观测过的,适于 X 射线脉冲星定时和导航(具有较高的品质因数^[2])的四颗脉冲星作为实验对象。对 X 射线脉冲星数据进行周期累加,分别采用四种现有算法对累积脉冲轮廓进行降噪。处理前后信噪比如表 3 所示。其中,计算信噪比时所需的 X 射线脉冲星标准轮廓由 X 射线观测信号长时间累积得到。

表 3 各算法去噪前后 X 射线脉冲星累积脉冲轮廓信噪比比较

脉冲星	累积次数	去噪前信噪比/dB	去噪后信噪比/dB			
			通用	Stein	模糊	相关
B0531+21	290	11.2	17.3	14.5	16.2	17.9
B1509-58	6 320	10.5	16.5	13.1	15.8	17.1
B0540-69	33 350	14.3	19.9	16.8	17.1	19.6
B0205+6 449	35 380	9.7	15.0	12.1	13.9	15.7

由表 3 可以看出,Stein 无偏风险阈值和模糊阈值降噪算法只能滤除部分噪声,降噪后的信噪比提高幅度不大;通用阈值算法可滤除大部分噪声,信噪比提高幅度较大;本文算法不仅可滤除大部分噪声,而且能够保留部分高频细节信息,利用本文算法降噪后,信噪比的提高幅度略高于通用阈值算法。

4 结 论

脉冲星具有极高的科研、应用价值,但其信号非常微弱且淹没在噪声中,需进行降噪处理。针对小波空域相关滤波算法的缺陷,结合脉冲星信号的严格周期性、极低信噪比和窗口辐射等特点,改进了小波空域相关滤波算法。实验

结果表明,该算法可保留信号的微脉冲等细节信息,同时可大幅度提高脉冲星信号的信噪比,为利用脉冲星进行基础物理研究和定时、导航等方面的应用研究奠定了基础。

参 考 文 献 :

- [1] Lyne A, Graham S F. *Pulsar Astronomy* [M]. London: Cambridge University Press, 2006.
- [2] Sheikh S I. The use of variable celestial X-ray sources for space-craft navigation [D]. Maryland: Maryland University, 2005.
- [3] 兰盛昌,徐国栋,张锦绣. 基于脉冲星相关的编队航天器间相对距离的确定[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(3):650-654. (Lan Shengchang, Xu Guodong, Zhang Jinxiu. Interspacecraft ranging for formation flying based on correlation of pulsars [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010,32(3):650-654.)
- [4] Chukwude A E. A statistical analysis of radio pulsar timing noise [J]. *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics*, 2007, 7 (4): 521-530.
- [5] Wijnands R. An observational review of accretion-driven millisecond X-ray pulsars [J]. *Nuclear Physics B*, 2004,132(4):496-505.
- [6] 朱晓明,廖福成,唐远炎. 基于小波分析的脉冲星信号消噪处理[J]. 天文学报,2006,47(3):328-335.
- [7] 汪丽,柯熙政,倪广仁. 基于小波变换的脉冲星弱信号的去噪方法研究[J]. 天文研究与技术,2008,5(1):49-54.
- [8] 阎迪,许录平,谢振华. 脉冲星信号的模糊阈值小波降噪算法[J]. 西安交通大学学报,2007,41(10):1193-1196.
- [9] Xu Y, Weaver J B, Healy D M, et al. Wavelet transform domain filters: a spatially selective noise filtration technique [J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1994,3(6):747-758.
- [10] Zhang L, Bao P. Denoising by spatial correlation thresholding [J]. *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*, 2003,13(6):535-538.
- [11] Splaver E M. Long-term timing of millisecond pulsars [D]. Princeton: Princeton University, 2004.
- [12] 杨玉东,周书民. 基于对称小波变换的多层系数乘积去噪算法[J]. 系统工程与电子技术,2008,30(9):1632-1635. (Yang Yudong, Zhou Shumin. Denoising algorithm in multi-scale products based on symmetry wavelet transform [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008,30(9):1632-1635.)