

文章编号:1002-2082(2010)04-0641-07

Pound-Drever-Hall 稳频方法 的 Multisim 建模分析

桑 峰, 江月松, 辛 遥, 王林春

(北京航空航天大学 电子信息工程学院, 北京 100191)

摘 要: Pound-Drever-Hall (PDH) 稳频方法涉及光学和电学2个部分, 综合仿真较为困难。针对该问题, 设计了PDH的电路部分。根据器件的工作原理, 采用电路模型搭建光学元件。在此基础上进行了器件的单独仿真和开环PDH光、电综合仿真, 仿真使用长度为15 cm, 腔镜反射率为0.97的Fabry-Pérot腔(F-P腔), 并采用20 MHz的调制频率。仿真结果表明: 器件模型搭建合理; 激光器在无频率漂移时, 系统输出较小幅度的零漂移信号; 在频率漂移为5 MHz, 10 MHz, 15 MHz时, 系统输出较为理想的误差信号。最后对仿真结果进行了讨论, 并提出了改进方案。

关键词: 激光稳频; 建模分析; 光电仿真; Multisim

中图分类号: TN249; TP391.9

文献标志码: A

Modeling and analysis of Pound-Drever-Hall method using Multisim

SANG Feng, JIANG Yue-song, XIN Yao, WANG Lin-chun

(School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: Pound-Drever-Hall (PDH) stabilization involves both optics and electric parts, and it is difficult to simulate PDH method synthetically. This article is aimed at solving this problem. Firstly, the electrical part of PDH was designed. Then, the model of electric circuit was used to form the optical device after analyzing the operation principle. Based on these, independent tests of devices and a synthetic simulation were successfully carried out. The Fabry-Pérot cavity (F-P cavity) used in simulation has a length of 15 cm with a mirror reflectivity of 0.97. The simulation results prove that the model of the devices is reasonable. The system outputs a small zero-drift signal while the frequency shift is zero. At the frequency shift of 5 MHz, 10 MHz and 15 MHz, the system has satisfactory outputs respectively. Some discussion on synthetic simulation result and proposals for improvement are given.

Key words: laser stabilization; modeling; simulation; Multisim

引言

PDH 稳频方法的思想由 Pound^[1]于1946年提出, 并首先使用在微波上。后来 Drever 和 Hall^[2]将它成功应用到了激光稳频领域, 因此这种激光稳频方法叫做 PDH 稳频方法。相对于锁定^[3-4]的方法,

PDH 方法采用的调制频率可以比 F-P 腔的线宽大很多, 稳频的灵敏度也高很多, 因此该方法广泛用于对激光频率稳定度要求极高的场合。PDH 稳频方法中既有光学部分(可调激光器, 相位调制器), 也有电学部分(混频器, 环路滤波器, 低通滤波器)。

收稿日期: 2009-12-13; 修回日期: 2010-01-29

基金项目: 中国科学院知识创新项目(No. AA20090024)

作者简介: 桑峰(1986—), 男, 江苏如东人, 硕士研究生, 主要从事激光稳频和误差信号处理研究工作。

E-mail: sangfengbuaa@163.com

F-P 腔,探测光学和电学工作频率相差甚大(PHz 和 MHz 量级),对于 PHz 级的仿真,需要大量的采样点和计算,光、电综合仿真起来难度较大。James^[5]在 2007 年使用 Optisystem 软件对 PDH 进行了建模,并获得了一些结果。但 James 模型存在一些不足之处: 1) 对 F-P 腔的建模不够精确,仅使用光滤波器来代替 F-P 腔; 2) 电路中低通滤波器是理想的矩形滤波器。Elanor 等人^[6]在研究量子光学的 LQG 问题时使用 Simulink 作为仿真工具。结果表明: Simulink 在电路仿真方面能力不足,且仿真时对步长设置要求较高,很难选择一个合适的步长。为了解决上述问题,我们拟采取的方案: 1) 光学部分使用电学元件来搭建模型,并根据 F-P 腔的特性来降低激光器仿真时的频率; 2) 电学部分尽可能地使用实际元件,这样可以较好地模拟出实际电路的工作特性。Multisim 软件在电路仿真方面性能优越,且元件库中有众多的真实元件和虚拟元件可供选择。因此选择仿真软件 Multisim。

1 PDH 稳频的基本原理

PDH 稳频方法将进行相位调制后的激光入射到 F-P 腔中,并用光电探测器检测 F-P 腔反射信号的功率,功率信号经过混频后提取低频分量作为误差信号。误差信号经过环路滤波器处理后作为激光器的调整信号,其原理框图如图 1 所示。

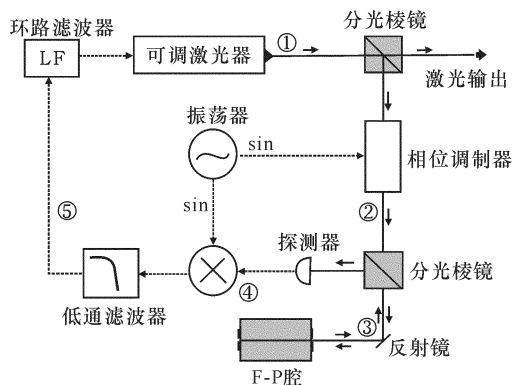


图 1 PDH 方法的原理框图

Fig. 1 Experimental scheme of PDH stabilization method

下面简单列出 PDH 稳频方法的基本原理^[7],为便于说明,图中的关键信号用①~⑤标识。①为激光器输出信号,设 E_0, ν 分别为激光信号的幅值和频率,则激光器的输出信号 $\dot{E}(t) = E_0 e^{j2\pi\nu t}$ 。该信号进入相位调制器调制,相位调制器的输出信号(②)为

$$\dot{E}_m(t) = E_0 e^{j[2\pi\nu t + \beta_m \sin(2\pi f_m t)]} =$$

$$E_0 e^{j2\pi\nu t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta_m) e^{j2\pi k f_m t} \quad (1)$$

式中: β_m 为调制深度; f_m 为调制频率; J_k 为第一类阶贝塞尔函数。

已调信号进入 F-P 腔,③为 F-P 腔的反射信号。根据(1)式,入射信号为若干不同频率信号的叠加。对于不同的频率,F-P 腔有着不同的反射系数。因此,F-P 腔反射信号也为不同频率反射信号的叠加,即

$$\dot{E}_r(t) = E_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta_m) G_r(\nu + k f_m) \quad (2)$$

式中 G_r 为 F-P 腔的反射系数。对于对称、无损腔镜组成的 F-P 腔,反射系数 G_r 和透射系数 G_t 的具体表达式为

$$\begin{cases} G_t = \frac{(1-R)\exp(-i\Psi/2)}{1-R\exp(-i\Psi)} \\ G_r = \frac{r[\exp(-i\Psi)-1]}{1-R\exp(-i\Psi)} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\Psi = \frac{2n_0 d}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{2n_0 d\nu}{c} \cdot 2\pi$ 表示在腔中光传输一个来回的相位延迟, n_0 为腔内填充介质的折射率; R 为腔镜的反射率; r 为腔镜的反射系数, $R=r^2$; c 为真空中的光速。

光电探测器的输出信号(④)体现的是信号③的功率,该式较为复杂,但由于在信号④之后要进行相干解调且要通过一个低通滤波器,因此信号④中只有频率为 f_m 的信号有用,该部分表达式为

$$P_r(\nu) = 2P_0 J_1(\beta_m) J_0(\beta_m) \{ \text{Re}[G_r(\nu) G_r^*(\nu + f_m) - G_r(\nu - f_m) G_r^*(\nu)] \cos(2\pi f_m t) + \text{Im}[G_r(\nu) G_r^*(\nu + f_m) - G_r(\nu - f_m) \cdot G_r^*(\nu)] \cdot \sin(2\pi f_m t) \} \quad (4)$$

信号⑤的信号即为驱动激光器调整频率的误差信号,由探测器探测的信号解调并通过低通滤波器获得,其表达式为

$$V_e(\nu) = 2\kappa P_0 J_1(\beta_m) J_0(\beta_m) \text{Im}[G_r(\nu) G_r^*(\nu + f_m) - G_r(\nu - f_m) G_r^*(\nu)] \quad (5)$$

式中 κ 为体现滤波器增益的参量。

对于长度为 10 cm,反射率为 0.999 的 F-P 腔,电光调制器调制频率为 20 MHz,当激光器的频率在 $4.739\ 9996 \times 10^{14}$ Hz 到 $4.740\ 000\ 4 \times 10^{14}$ Hz 之间变化时,(5)式所反映的误差信号如图 2 所示,图中的频率稳定点为 $4.740\ 000\ 0 \times 10^{14}$ Hz,横坐标是激光器频率和欲稳定频点的频率差,纵坐标为归一化误差信号强度。由图 2 可以看出,PDH 误差信号的灵敏度较高(斜率大),调节范围也比较宽。环

路滤波器对误差信号进一步加工, 使之更适宜于调整激光器输出频率。

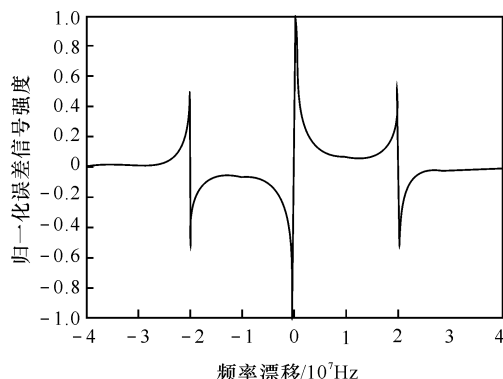


图2 PDH 误差信号示例

Fig. 2 An example of PDH error signal

2 元件的建模

根据图 1 中 PDH 稳频系统结构图, 以下就其中各功能部分在 Multisim 中进行等效建模。由于环路滤波器仅仅是对误差信号进行加工而不影响误差信号的性质, 因此在 Multisim 等效模型中暂不考虑。

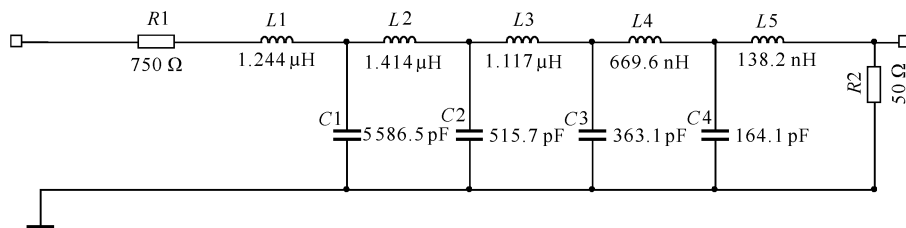


图3 低通滤波器的电路图

Fig. 3 Circuit diagram of low-pass filter

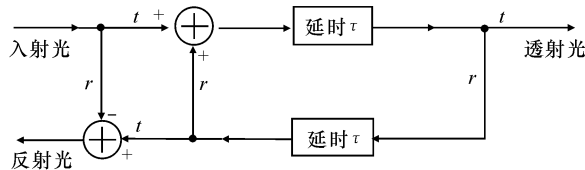


图4 F-P 腔的系统图

Fig. 4 System diagram of F-P cavity

对于对称、无损腔镜, 折射率 R 和透射率 T 满足:

$$R + T = 1 \quad (6)$$

也即

$$t^2 + r^2 = 1 \quad (7)$$

据此, 搭建的 F-P 腔的模型如图 5 所示。

图 5 和图 4 中的元件是一一对应的。图 5 中, 反射和透射分别体现在放大器上, 调整放大器的参数可以改变反射系数和透射系数。延时使用传输线来

2.1 低通滤波器、混频器和正弦振荡器

低通滤波器使用 Multisim 的“Filter Wizard”创建。低通滤波器截止频率约为 5 MHz, 其为 LC 无源滤波器, 电路图如图 3 所示。混频器和正弦振荡器分别采用乘法器和正弦信号发生器实现。

2.2 激光器和相位调制器

PDH 中使用的可调激光器的输出频率在一定范围内连续可调, 在实际应用中, 外腔式可调半导体激光器 (ECLD) 是一个不错的选择, 例如 Littman 构型^[8]的 ECLD。建模时将激光器和相位调制器一并使用正弦调频信号源来建模, 正弦调频信号源输出即为相位调制器的已调信号。

2.3 F-P 腔

F-P 腔为端面高度平行的圆柱形腔 (实物图位于图 1 下方)。入射光在 2 个腔镜上不断地来回反射和透射, 最后形成稳定的反射光和透射光。根据 F-P 腔的原理^[8], 并假定 2 个腔镜完全一样并且折射率均匀, 腔内填充物质为均匀介质, 其折射率小于腔镜介质的折射率, 则可以绘出如图 4 所示的 F-P 腔的系统图。图中入射光、反射光和透射光均以电场来表示, t, r 分别表示透射系数和反射系数。

实现, 通过设置传输线的参数可以实现延时的调整。

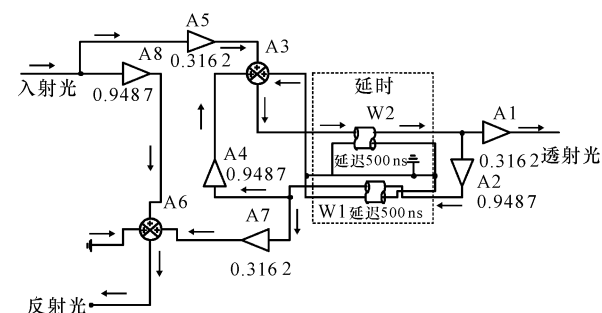


图5 使用 Multisim 搭建的 F-P 腔模型

Fig. 5 A model of F-P cavity using Multisim

2.4 光电探测器

光电探测器探测入射光信号的功率, 相当于对入射信号平方进行积分并作时间平均^[9]。设入射信号为 $f(t)$, 则光电探测器的输出 $e(t)$ 为

$$e(t) \propto \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f^2(t') dt' \quad (8)$$

式中 T 是反映探测器带宽的性能参量。在 PDH 稳频方法中,待探测的信号是若干正弦信号的叠加

((2) 式),也即:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (9)$$

设探测器的增益为 k ,则探测器的输出为

$$\begin{aligned} e(t) &= k \frac{1}{T} \int_{t-T}^t f^2(t') dt' = k \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \left[\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin(\omega_n t' + \varphi_n) \right]^2 dt' = \\ &k \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_i a_j \sin(\omega_i t' + \varphi_i) \sin(\omega_j t' + \varphi_j) dt' = \\ &-\frac{1}{2} \cdot k \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_i a_j [\cos(\omega_i t' + \omega_j t' + \varphi_i + \varphi_j) - \cos(\omega_i t' - \omega_j t' + \varphi_i - \varphi_j)] dt' = \\ &-\frac{1}{2} \cdot k \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \int_{t-T}^t a_i a_j [\cos(\omega_i t' + \omega_j t' + \varphi_i + \varphi_j) - \cos(\omega_i t' - \omega_j t' + \varphi_i - \varphi_j)] dt' \quad (10) \end{aligned}$$

可见,PDH 中光电探测器探测信号的过程最终可以化成对单一正弦信号积分并求和的过程。

(10) 式中的被积分项 $\sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} a_i a_j [\cos(\omega_i t' + \omega_j t' + \varphi_i + \varphi_j) - \cos(\omega_i t' - \omega_j t' + \varphi_i - \varphi_j)]$ 可以分成 2 个部分: 高频分量 $\sum_{k=0}^{\infty} A_{Hk} \cos \omega_{Hk} t$ 和低频分量 $\sum_{k=0}^{\infty} A_{Lk} \cos \omega_{Lk} t$ 。对于高频分量,由于该部分中每个 $A_{Hk} \cos \omega_{Hk} t$ 的周期远小于积分时间 T ,因此积分出来是 0; 对于低频分量,由于该部分中每个 $A_{Lk} \cos \omega_{Lk} t$ 的周期远大于积分时间 T ,在整个积分时间内该部分可以看成是不变的,也即:

$$\frac{1}{T} \int_{t-T}^t \sum_{k=0}^{\infty} A_{Lk} \cos \omega_{Lk} t' dt' \approx \sum_{k=0}^{\infty} A_{Lk} \cos \omega_{Lk} t \quad (11)$$

因此,最终探测器的输出信号如(11)式所示。在 PDH 方法中,探测器输出的信号中只有频率与相位调制器调制信号频率 f_m 相同的项是有用的,其他的项应予以滤除。因此,可以采用乘法器和滤波器来模拟探测器,如图 6 所示。输入信号经过相乘后,通过带通滤波器滤除高频和低频信号,保留

所需要的频率分量,即可认为是探测器的输出信号。

3 测试和综合仿真

3.1 PDH 的 Multisim 模型

在建立好各个器件的模型后,整合而成 PDH 的模型如下图 7 所示。

图 7 中,V1 输出的信号是激光器的已调信号,该信号进入 F-P 腔,反射信号经过光电探测器,然后和 V4 混频,并经过低通滤波器,输出误差信号。图中 X2 和 X3 为滤波器,X2 为低通滤波器,X3 为带通滤波器。

为了补偿由于滤波器等引起的损耗,在乘法器中设置了一定的增益值。系统采用的是开环控制,直接由示波器观测误差信号。

3.2 参数设置

3.2.1 频率的选择

激光器的频率在 10^{14} Hz 量级,例如波长为 633 nm 的激光,其频率为 4.74×10^{14} Hz,这么高的频率需要大量的采样点,仿真起来比较困难。而且 PDH 方法中除激光器以外的部分工作频率相对都比较低,因此激光器频率是影响系统仿真时间的“瓶颈”。

对 F-P 腔的频率特性分析^[9]发现,F-P 腔的频谱具有周期性,周期为 F-P 腔的自由频率范围 $\Delta\nu_{fsr}$,其与腔长 d 、腔内介质的折射率 n_0 及真空中光速 c 的关系为

$$\Delta\nu_{fsr} = \frac{c}{2n_0 d} \quad (12)$$

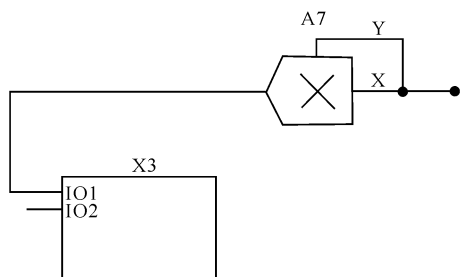


图 6 探测器的模型

Fig. 6 A model of detector

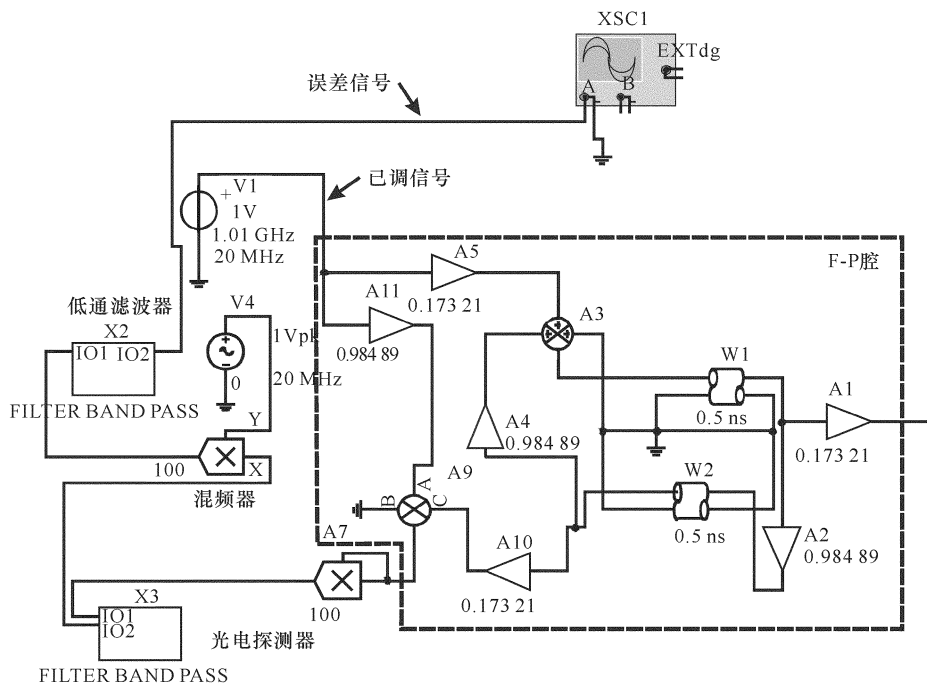


图7 PDH 的 Multisim 模型

Fig. 7 Multisim model of PDH

对于长15 cm 填充介质为空气的腔,其 $\Delta\nu_{\text{fsr}} \approx 1.0 \times 10^9$ Hz。PDH 稳频方法采用F-P 腔的反射信号,由于F-P 腔频谱的周期性,频率间隔为 $\Delta\nu_{\text{fsr}}$ 整数倍的激光进入F-P 腔的反射信号都是一样的。基于这一点,在仿真时,激光器的频率就不需要选择为 10^{14} Hz 量级了,而只要选择 $\Delta\nu_{\text{fsr}}$ 的整数倍就可以满足要求。在仿真时,选取激光器频率为1个 $\Delta\nu_{\text{fsr}}$ 。

3.2.2 F-P 腔

选取的F-P 腔长 $d = 15$ cm,反射率为 $R = 0.97$ 。其他的参数则可以据此计算出来,具体为:反射系数 $r = 0.98489$,透射系数 $t = 0.17321$,自由频谱范围 $\Delta\nu_{\text{fsr}} = 1 \times 10^9$ Hz,单程延迟 $\tau = d/c = 5 \times 10^{-10}$ s。

3.2.3 调制频率和调制深度

选取的调制频率为20 MHz。文献[7]给出了PDH 误差信号灵敏度的表达式:

$$\sigma = 8\kappa P_0 J_0(\beta_m) J_1(\beta_m) / \Delta\nu_{\text{res}} \quad (13)$$

式中: κ 和 P_0 一般变化不大; $\Delta\nu_{\text{res}}$ 为F-P 腔的线宽。为了获取较大的灵敏度,需选择较大的 $J_0(\beta_m) \cdot J_1(\beta_m)$ 值。文献[10]给出 $J_0(\beta_m) J_1(\beta_m)$ 的图形,发现在 $\beta_m = 1.082$ 时能取到最大值。为了简化设置,仿真时将调制深度 β_m 设为1。

根据调相信号的一般表达式 $x(t) = A \sin[2\pi f_0 t + \beta_m \sin(2\pi f_m t)]$,可以得出信号的瞬时频率为

$$f(t) = f_0 + f_m \beta_m \cos(2\pi f_m t) \quad (14)$$

最大频偏为 $f_m \beta_m = f_m = 20$ MHz。

3.2.4 滤波器带宽设置

由于调制信号的频率为20 MHz,要求探测器输出信号中只能包含20 MHz 的信号,因此选择探测器的参数时将其中的带通滤波器截止频率设为10 MHz 和30 MHz。低通滤波器截止频率选择约为5 MHz。

3.3 F-P 腔和光电探测器的测试

图8 和图9 分别为F-P 腔和光电探测器的测试结果。

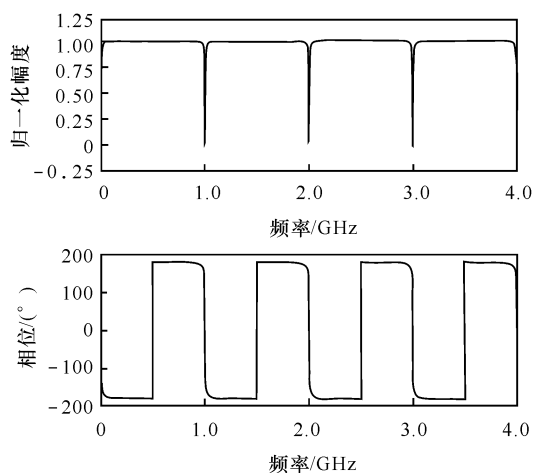


图8 F-P 腔的反射信号频谱特性

Fig. 8 Spectrum characteristic of F-P cavity reflection signal

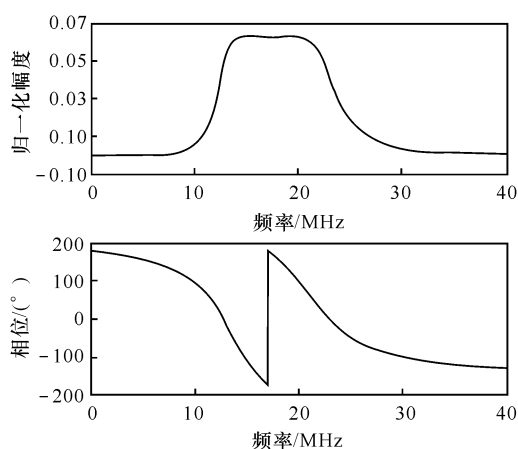


图9 探测器中带通滤波器波特图

Fig. 9 Bode diagram of band-pass filter in the detector

图8中, F-P腔反射信号的频谱特性和理论推导结果^[9]相一致。图9中, 探测器的带宽范围合理, 可以保留20 MHz信号而对频率 ≥ 30 MHz或

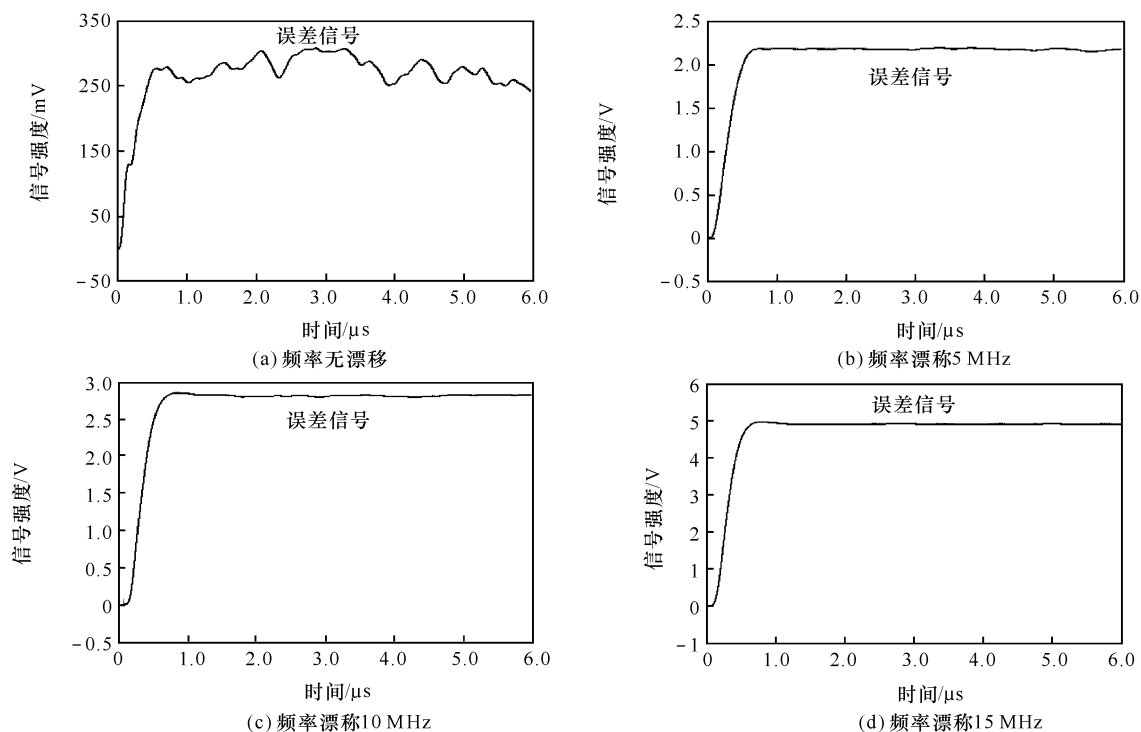


图10 综合仿真结果

Fig. 10 The result of synthetic simulation

3.5 闭环仿真方案及改进思路

在进行设计时, 曾考虑过采用闭环的形式, 可调谐激光器采用压控振荡器来实现, 使用误差信号控制压控振荡器的振荡频率, 实现闭环控制。在进行仿真时, 得到的结果并不理想。使用示波器观察压控振荡器的输出时, 发现其输出波形畸变较大, 可能是模型不够精细所致。文献[11]提出一种用真实元件搭建压控振荡器的方法, 使用该方法搭建的

≤ 10 MHz的信号起到滤除作用。可见, F-P腔和光电探测器模型是合理的。

3.4 综合仿真和分析

使用开环仿真并使用瞬态分析直接观测误差信号。在激光器频率为1 GHz(频率无漂移)、1.005 GHz(频率漂移5 MHz)、1.010 GHz(频率漂移10 MHz)和1.015 GHz(频率漂移15 MHz) 4种情况下分别记录输出的误差信号随时间变化的情况, 如图10所示。

由图10可以看出, 在没有频率漂移时, 低通滤波器输出约为250 mV的零漂移信号, 在误差为5 MHz, 10 MHz和15 MHz时, 低通滤波器输出的误差信号约为2.2 V, 2.8 V和5 V, 该误差信号可以用于稳频控制。系统响应较快, 在1 μ s时就可以输出比较稳定的误差信号。误差信号的波动约为50 mV。

压控振荡器模型比较精细, 是解决该问题一种途径。为了更好的模拟实际电路的特性, 还可以将混频器、正弦波振荡器设计成实际电路的形式。

4 结论

使用Multisim搭建了开环的PDH, 并进行了仿真, 获得了较为理想的结果。在整个系统中, 光学器件是理想元件搭建的, 滤波器则采用实际元件搭

建的模型。改变元件的参数,获得了不同条件下的仿真结果。另外,文中搭建F-P腔的参数调整容易,对于分析F-P腔在一些条件下(诸如存在损耗,腔镜折射率变化等)的性能亦有一定的参考作用。在没有频率漂移时,低通滤波器的输出约为250 mV的零漂移信号,这可能是滤波器性能并非理想所致。频率误差为5 MHz,10 MHz和15 MHz时,低通滤波器均输出了合理的误差信号,该误差信号可以用于稳频控制。

参考文献:

- [1] POUND R V. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators[J]. The Review of Scientific Instruments, 1946,17(11):490-505.
- [2] DREVER R W P, HALL J L, KOWALSKI F V, et al. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator[J]. Applied Physics B, 1983, 31:97-105.
- [3] ZIMMERMANN E, SALVADE Y, DANDLIKER R. Stabilized three-wavelength source calibrated by electronic means for high-accuracy absolute distance measurement[J]. Optics Letters, 1996, 21(7):531-533.
- [4] 孙旭涛,陈卫标. 基于法珀标准具的激光稳频方法理论研究[J]. 光子学报, 2007, 36(12):2219-2222.
SUN Xu-tao, CHEN Wei-biao. Theoretical study on laser frequency stabilization in reference to Fabry-Perot cavity[J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(12): 2219-2222. (in Chinese with an English abstract)
- [5] CHAMBERS J P. High frequency pound-drever-hall optical ring resonator sensing[D]. Texas: Texas A & M University, 2007.
- [6] HUNTINGTON E H, JAMES M R, PETERSEN I R. Laser-cavity frequency locking using modern control [C]. Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans: [s. n.], 2007.
- [7] BLACK E D. An introduction to pound-drever-hall laser frequency stabilization[J]. American Association of Physics Teachers, 2001, 69(1):79-97.
- [8] New Focus Corporation. TLB-6900 vortex II series user's guide [M]. California: New Focus Corporation, 2008.
- [9] YARIV A. Optical electronic in modern communications[M]. 5th ed. 北京:电子工业出版社, 2002.
- [10] LALLY E M. A narrow-linewidth laser at 1 550 nm using the pound-drever-hall stabilization technique [D]. Virginia: Center for Photonics Technology of Virginia Tech, 2006.
- [11] 叶建波. 基于 Multisim 8 的压控振荡电路仿真分析[J]. 山西电子技术, 2005(4):25-26.
YE Jian-bo. Simulation and design of VCO circuits based on multisim 8 [J]. Shanxi Electronic Technology, 2005(4):25-26. (in Chinese with an English abstract)