

Turbo-MIMO 系统中一种基于部分后验概率的软检测算法

尤明厚^{①②} 陶小峰^{①②} 崔琪楣^{①②} 张平^{①②}

^①(北京邮电大学无线新技术研究所 北京 100876)

^②(泛网无线通信教育部重点实验室(北京邮电大学) 北京 100876)

摘要: 迭代树搜索(ITS)是一种有效的基于 M-算法的软 MIMO 检测方案。然而 ITS 会遇到某些比特的对数似然比(LLR)无法确定的情况,虽可采用赋常数值方法(称为 clipping)解决,但这会影响系统性能。为此,该文提出一种新的基于 M-算法的软检测方案。该方案在树的每一级递推计算部分符号序列的后验概率,并基于此近似计算从第 1 级到该级的所有比特 LLR,再采用 M-算法保留部分符号序列延伸至下一级。该算法可确保每比特都可计算 LLR,且能得到可靠性高的 LLR 值。考虑到某些比特 LLR 会多次计算,文中给出了算法的低复杂度实现。另外,该文还给出了一种计算符号序列后验概率的简单方法。最后,仿真结果表明所提算法相比 ITS 具有更好的性能,并使性能与复杂度达到较好的折中。

关键词: MIMO; 软检测; M-算法; 后验概率; 比特对数似然比

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)07-1531-07

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2009.01037

Partial *a Posteriori* Probabilities Based Soft Detection for Turbo-MIMO Systems

You Ming-hou^{①②} Tao Xiao-feng^{①②} Cui Qi-mei^{①②} Zhang Ping^{①②}

^①(Wireless Technology Innovation Institute, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

^②(Key Laboratory of Universal Wireless Communications, (Beijing University of Posts and Telecommunications), Ministry of Education, Beijing 100876, China)

Abstract: Iterative Tree Search (ITS) is an efficient M-algorithm based soft MIMO detection scheme. However, ITS often faces the problem that Log-Likelihood Ratio (LLR) values of some detected bits can not be evaluated. Although it can be somewhat solved by setting the LLR magnitude for these bits to a constant value—LLR clipping, the system performance would be degraded. To overcome this problem, this paper presents a new M-algorithm based soft detection scheme. The scheme recursively calculates the *a posteriori* probabilities of partial symbol sequences at each stage of the tree, based on which the LLRs of those bits from the first stage to the current one are approximately computed, and then, by using M-algorithm, retains partial symbol sequences and extends them to the next stage. The scheme can ensure that the LLR of each bit can be calculated, and provide highly reliable LLRs. Considering that the LLRs of some bits may be evaluated several times, a reduced-complexity implementation method is given in the paper. In addition, the paper suggests a simple approach for calculating the *a posteriori* probabilities of symbol sequences. Finally, simulation results show that the proposed algorithm can obtain better performance than ITS and achieve good performance-complexity trade-off.

Key words: MIMO; Soft detection; M-algorithm; *A posteriori* probability; Bit Log-Likelihood Ratio (LLR)

1 引言

多入多出(MIMO)技术可显著提高无线通信系统的信道容量,已成为当前广泛认同的支持未来无线通信高速率需求的一项关键技术^[1]。但一个重要的问题是如何设计实际可行的发射与接收信号处理方

案以尽可能逼近理论容量。研究表明,采用基于空时比特交织编码调制(ST-BICM)和迭代接收机技术的 Turbo-MIMO 方案是一种有效逼近 MIMO 容量的可行方案^[2]。关于迭代接收机中的软检测算法,最优的最大后验概率(MAP)检测复杂度太高,难以应用,而最小均方误差(MMSE)结合软干扰消除^[3,4]虽然复杂度较低,但性能与 MAP 检测相比有一定差距。近来,基于树搜索的检测算法^[5-10]受到较多关注,如列表球检测^[5-7](LSD)、列表序列(LISS)检

2009-07-24 收到, 2009-11-23 改回

国家 973 计划项目(2009CB320406), 国家自然科学基金(60872048)和国家科技重大专项(2008ZX03003-004, 2009ZX03003-009)资助课题

通信作者: 尤明厚 mhyou@sohu.com

测^[8]、迭代树搜索(ITS)检测^[9]等。这些算法能逼近 MAP 的性能,且复杂度大大降低。其中,ITS 基于 M-算法,具有固定的复杂度,利于硬件实现,与 LSD 和 LISS 相比能达到更好的性能与复杂度的折衷^[2],因此相比其它算法更具吸引力。

然而上述基于树搜索的检测算法存在下述问题:因搜索得到的候补路径仅占树的全部路径的一部分,故会出现所有候补路径在同一比特位置均具有相同值的情况,这时该位置处的比特对数似然比(LLR)将无法计算。为解决此问题,文献[9]的 ITS 算法采用了 clipping 的方法(即给这些位置处的比特 LLR 赋以常数值)。该方法实现简单,但由于 clipping 值是人为赋值,可靠性不高,因此会影响系统性能。此外,文献[8]的 LISS 采用了路径放大的方法;文献[10]对 LSD 提出了重复执行树搜索及比特翻转的方法。这些方法相比 clipping 方法都可以在一定程度上提高性能,但都会增加较多的分支度量计算,复杂度较高。

本文针对 ITS 存在的问题,提出一种新的基于 M-算法的软检测方案。该方案在树的每一级递推计算部分符号序列的后验概率,并基于此近似计算从第 1 级到该级的所有比特 LLR,再采用 M-算法保留部分符号序列延伸至下一级。文中证明了符号序列的后验概率的对数与 ITS 中相应路径的分支度量等价。但所提算法与 ITS 不同。ITS 仅在最后一级由 M 个度量最大路径计算所有比特 LLR;而所提算法在树的各级要基于该级得到的所有符号序列的后验概率来计算从第 1 级到该级的所有比特 LLR。该算法可确保所有比特的 LLR 均通过计算得到,并能得到可靠性高的 LLR。注意到某些比特 LLR 会多次计算,文中给出了算法的低复杂度实现,可使每比特 LLR 只计算一次。文中也给出了采用无偏(unbiased)MMSE 预处理^[11]时的算法过程。另外,对采用规则高阶调制的 MIMO 系统,利用相邻星座点之间的关系,给出了一种计算符号序列后验概率的低复杂度方法。最后,仿真结果表明,所提算法性能优于 ITS,并能达到较好的性能与复杂度的折中。

2 系统描述

图 1 为采用 ST-BICM 与迭代接收机的 MIMO

系统框图。假定有 n_t 个发射天线, n_r 个接收天线,且 $n_r \geq n_t$, 一组信息比特经速率为 R 的编码器编码后交织,再串并变换复用为 n_t 个子流,每一子流分别映射成符号流,从各天线发射。设信道为平坦的瑞利衰落,在时刻 t ,接收信号可表为 $\mathbf{y}(t) = \sqrt{E_s(t)/n_t} \mathbf{H}(t)\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t)$, 其中 $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{s}(t)$ 与 $\mathbf{v}(t)$ 分别为接收到的信号向量、发射信号向量和噪声向量,且 $E(\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H) = \mathbf{I}_{n_t}$, $E(\mathbf{v}(t)\mathbf{v}(t)^H) = N_0 \mathbf{I}_{n_r}$; $E_s(t)$ 为每个接收天线接收的平均信号能量; $\mathbf{H}(t)$ 为信道矩阵,其每个元素均服从均值为零方差为 1 的复高斯分布且相互独立。为简化,将 $\sqrt{E_s(t)/n_t}$ 吸收到 $\mathbf{H}(t)$ 中,并省略 t , 即

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{v} \quad (1)$$

定义 $E_b/N_0 = E_s n_r / (N_0 n_t R M_c)$, 其中 M_c 为一个星座符号对应的比特个数。

设与发射符号向量 $\mathbf{s} = (s_1, \dots, s_{n_t})^T$ 相对应的码比特序列为 $\mathbf{x} = (x_{1,1}, \dots, x_{1,M_c}, x_{2,1}, \dots, x_{n_t, M_c})^T$ 。对于 MAP 检测, \mathbf{x} 的每比特的外 LLR 按下式计算^[9]:

$$L_e(x_{n,k}) = \ln \sum_{\mathbf{x}:x_{n,k}=1} \exp[u(\mathbf{s})] - \ln \sum_{\mathbf{x}:x_{n,k}=0} \exp[u(\mathbf{s})] - L_a(x_{n,k}) \quad (2)$$

其中 $L_a(x_{n,k})$ 表示比特 $x_{n,k}$ 的先验 LLR,且度量 $u(\mathbf{s})$ 由式(3)给出^[9]

$$u(\mathbf{s}) = -\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 / N_0 + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j:x_{i,j}=1} L_a(x_{i,j}) \quad (3)$$

显然 MAP 检测器的复杂度随 $n_t M_c$ 指数增长,难以应用。下面介绍复杂度较低的 ITS 算法。

3 ITS 检测原理

对式(1)采用迫零(ZF)滤波可得 \mathbf{s} 的初始估计 $\hat{\mathbf{s}} = (\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_{n_t})^T = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$, 则^[9]

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 = (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} (\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}) + \mathbf{y}^H (\mathbf{I} - \mathbf{H}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H) \mathbf{y} \quad (4)$$

式(4)右端第 2 项与 \mathbf{s} 无关,在度量计算时可忽略。

对 $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 做 Cholesky 分解(或等效为对 \mathbf{H} 做 QR 分解)有 $\mathbf{R}^H \mathbf{R} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$, 其中 $\mathbf{R} = (R_{i,j})_{n_t \times n_t}$ 为下三角阵,再由式(3)和式(4),度量 $u(\mathbf{s})$ 可写为^[9]

$$u(\mathbf{s}) = -\sum_{i=1}^{n_t} |R_{i,i}|^2 (s_i - \hat{s}_i)^2 + \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} (s_j - \hat{s}_j) / |R_{i,i}|^2 / N_0 + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j:x_{i,j}=1} L_a(x_{i,j}) \quad (5)$$

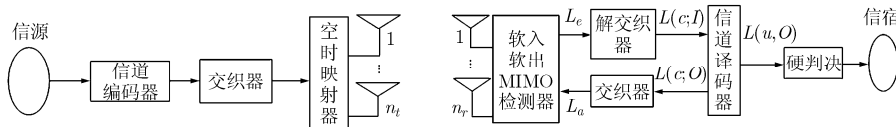


图 1 采用 ST-BICM 与迭代接收机的 MIMO 系统框图

定义 $\mathbf{s}_{[1,i]} = (s_1, \dots, s_i)^T$, $\mathbf{x}_{[1,i]} = (x_{1,1}, \dots, x_{1,M_c}, x_{2,1}, \dots, x_{i,M_c})^T$, 则式(5)可按下述方法递推计算^[9]:

$$u(\mathbf{s}_{[1,1]}) = -|R_{1,1}|^2 |s_1 - \hat{s}_1|^2 / N_0 + \sum_{j:x_{1,j}=1} L_a(x_{1,j}) \quad (6)$$

$$u(\mathbf{s}_{[1,i]}) = u(\mathbf{s}_{[1,i-1]}) - |R_{i,i}|^2 |(s_i - \hat{s}_i) + \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j}(s_j - \hat{s}_j) / R_{i,i}|^2 / N_0 + \sum_{j:x_{i,j}=1} L_a(x_{i,j}), \quad 2 \leq i \leq n_t \quad (7)$$

$$u(\mathbf{s}) = u(\mathbf{s}_{[1,n_t]})$$

根据文献[9], 所有可能的发射符号向量可表为一个深度为 n_t 的树, 树中每条路径与一个比特序列(或符号序列)及相应的度量对应。ITS 基于M-算法, 在树的每级保留 M 条度量最大的路径, 然后分别延伸至下一级产生 $M2^{M_c}$ 条新路径, 按式(7)更新各路径度量, 仍保留 M 条度量最大的路径。依次下去最终可得包含 M 个候选比特序列的集合 K 。最后将 \mathbf{x} 限制于 K 中来近似计算式(2), 得到比特 LLR。若 $\{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in K, x_{n,k} = 1\}$ 及 $\{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in K, x_{n,k} = 0\}$ 均非空, 则根据 max-log 方法有

$$L_e(x_{n,k}) \approx \max_{\mathbf{x} \in K, x_{n,k}=1} \{u(\mathbf{s})\} - \max_{\mathbf{x} \in K, x_{n,k}=0} \{u(\mathbf{s})\} - L_a(x_{n,k}) \quad (8)$$

若 $\{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in K, x_{n,k} = 1\}$ 或 $\{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in K, x_{n,k} = 0\}$ 为空集, 则 K 中的 M 个候选比特序列在比特 $x_{n,k}$ 处的值均相同, 对这类比特将无法用式(8)来计算其 LLR。虽然 ITS 给此类比特 LLR 赋常数 +3 或 -3(即 clipping 方法)可解决此问题, 但由于 clipping 值是人为赋值, 并非可靠的 LLR 值, 因此会影响系统性能, 特别当 M 较小时, 会出现较多的 clipping 值, 这些可靠性不高的 LLR 会造成信道译码性能下降, 导致系统性能不理想。下一节针对此问题提出一种新的算法。

4 本文提出的算法

4.1 算法描述

对 \mathbf{H} 做 QR 分解有 $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$, 其中 \mathbf{Q} 为 $n_r \times n_t$ 酉矩阵, $\mathbf{R} = (R_{i,j})_{n_r \times n_t}$ 为下三角阵(注: 此处 \mathbf{R} 与第 3 节的相同), 则式(1)两端同时左乘 \mathbf{Q}^H 得

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}\mathbf{s} + \mathbf{w} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{r} \triangleq \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$, $\mathbf{w} \triangleq \mathbf{Q}^H \mathbf{v}$ 。显然 $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^H] = N_0 \mathbf{I}_{n_t}$, 故 \mathbf{w} 为高斯白噪声向量。式(9)可写为

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_{n_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{1,1} & & & \\ R_{2,1} & R_{2,2} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ R_{n_t,1} & R_{n_t,2} & \dots & R_{n_t,n_t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{n_t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{n_t} \end{pmatrix} \quad (10)$$

定义 $\mathbf{r}_{[1,i]} = (r_1, \dots, r_i)^T$ 。利用 \mathbf{R} 的下三角结构, 可以递推计算各级的符号序列的后验概率。

为叙述方便, 不妨假定 $M \leq 2^{M_c}$ 。在树的第 1 级, 由式(10)第 1 行, 2^{M_c} 个符号的后验概率可写成下述形式:

$$P(\mathbf{s}_{[1,1]} | \mathbf{r}_{[1,1]}) \propto P(s_1) p(r_1 | s_1) \propto P(s_1) \cdot \exp[-|r_1 - R_{1,1}s_1|^2 / N_0] \quad (11)$$

其中 $P(s_1)$ 表示符号 s_1 的先验概率。在进入下一级前, 先基于这 2^{M_c} 个后验概率计算第 1 级对应的各比特 LLR。记第 1 级的所有路径的集合为 J_1 , 令 $L_e^{(1)}(x_{1,k})$ ($k = 1 \sim M_c$) 为在第 1 级计算的 $x_{1,k}$ 的外 LLR, 定义 $T_{1,1,k}^1 = \{x_{[1,1]} | x_{[1,1]} \in J_1, x_{1,k} = 1\}$ 及 $T_{1,1,k}^0 = \{x_{[1,1]} | x_{[1,1]} \in J_1, x_{1,k} = 0\}$, 则

$$L_e^{(1)}(x_{1,k}) = \ln \frac{\sum_{x_{[1,1]} \in T_{1,1,k}^1} P(\mathbf{s}_{[1,1]} | \mathbf{r}_{[1,1]})}{\sum_{x_{[1,1]} \in T_{1,1,k}^0} P(\mathbf{s}_{[1,1]} | \mathbf{r}_{[1,1]})} - L_a(x_{1,k})$$

$$\approx \max_{x_{[1,1]} \in T_{1,1,k}^1} \{\ln P(\mathbf{s}_{[1,1]} | \mathbf{r}_{[1,1]})\} - \max_{x_{[1,1]} \in T_{1,1,k}^0} \{\ln P(\mathbf{s}_{[1,1]} | \mathbf{r}_{[1,1]})\} - L_a(x_{1,k}) \quad (12)$$

因式(12)是根据第 1 级的所有符号的后验概率计算相应的比特 LLR, 故 $T_{1,1,k}^1$ 及 $T_{1,1,k}^0$ 均非空, 从而该级对应的各比特 LLR 皆可计算。然后, 将后验概率最大的 M 条路径的集合记为 K_1 , 其他的 $2^{M_c} - M$ 个路径的集合记为 D_1 , 并将 K_1 中的路径延伸至下一级产生 $M2^{M_c}$ 条路径。

假定已进入第 i ($2 \leq i \leq n_t$) 级, 在该级共得到 $M2^{M_c}$ 个符号序列, 由式(10)的第 i 行, 这些符号序列的后验概率可写成下述形式:

$$P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]}) = P(\mathbf{s}_{[1,i-1]}, s_i | \mathbf{r}_{[1,i-1]}, r_i)$$

$$= P(s_i | r_i, \mathbf{s}_{[1,i-1]}) P(\mathbf{s}_{[1,i-1]} | \mathbf{r}_{[1,i-1]})$$

$$\propto p(r_i | \mathbf{s}_{[1,i-1]}, s_i) P(s_i) P(\mathbf{s}_{[1,i-1]} | \mathbf{r}_{[1,i-1]})$$

$$\propto \exp\left[-|R_{i,i}|^2 \left|r_i / R_{i,i} - s_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j}s_j / R_{i,i}\right|^2 / N_0\right] \cdot P(\mathbf{s}_{[1,i-1]} | \mathbf{r}_{[1,i-1]}) \cdot P(s_i) \quad (13)$$

其中 $P(s_i)$ 为符号 s_i 的先验概率。在计算比特 LLR 前, 首先说明这些符号序列的后验概率的对数即为 ITS 中相应路径的分支度量。事实上, 由第 3 节, $\hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} = (\mathbf{R}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{Q} \mathbf{R})^{-1} \mathbf{R}^H \mathbf{Q}^H \mathbf{y} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}$, 解此方程有 $\hat{s}_i = \left(r_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} \hat{s}_j\right) / R_{i,i}$, 则

$$\begin{aligned}
& |R_{i,i}|^2 \left| (s_i - \hat{s}_i) + \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} (s_j - \hat{s}_j) / R_{i,i} \right|^2 / N_0 \\
&= |R_{i,i}|^2 \left| s_i - \left(r_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} \hat{s}_j \right) / R_{i,i} \right|^2 \\
&\quad + \sum_{j=1}^{i-1} \left| R_{i,j} (s_j - \hat{s}_j) / R_{i,i} \right|^2 / N_0 \\
&= |R_{i,i}|^2 \left| r_i / R_{i,i} - s_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} s_j / R_{i,i} \right|^2 / N_0 \quad (14)
\end{aligned}$$

再对式(13)两端分别取对数有

$$\begin{aligned}
\ln P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]}) &= \ln P(\mathbf{s}_{[1,i-1]} | \mathbf{r}_{[1,i-1]}) - |R_{i,i}|^2 \\
&\quad \left| r_i / R_{i,i} - s_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} s_j / R_{i,i} \right|^2 \\
&\quad / N_0 + \ln P(s_i) + C \quad (15)
\end{aligned}$$

其中 C 为一常数。将式(15)右端 $\ln P(s_i)$ 减掉常数 $\ln P(\tilde{s}_i)$, 其中 \tilde{s}_i 为第 i 级的一个星座符号, 其对应的比特序列 $(\tilde{x}_{i,1}, \dots, \tilde{x}_{i,M_c})$ 为零向量, 则

$$\begin{aligned}
\ln P(s_i) - \ln P(\tilde{s}_i) &= \sum_{j=1}^{M_c} [\ln P(x_{i,j}) - \ln P(\tilde{x}_{i,j})] \\
&= \sum_{j:x_{i,j}=1} \ln [P(x_{i,j}) / P(\tilde{x}_{i,j})] \\
&= \sum_{j:x_{i,j}=1} L_a(x_{i,j})
\end{aligned}$$

因将 $\ln P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]})$ 减掉同一常数不影响 LLR 的最后结果, 不妨将式(15)写为

$$\begin{aligned}
\ln P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]}) &= \ln P(\mathbf{s}_{[1,i-1]} | \mathbf{r}_{[1,i-1]}) - |R_{i,i}|^2 \\
&\quad \left| r_i / R_{i,i} - s_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} s_j / R_{i,i} \right|^2 \\
&\quad / N_0 + \sum_{j:x_{i,j}=1} L_a(x_{i,j}) \quad (16)
\end{aligned}$$

对第 1 级采用上述同样的方法可得

$$\begin{aligned}
\ln P(\mathbf{s}_{[1,1]} | \mathbf{r}_{[1,1]}) &= - |R_{1,1}|^2 |r_1 / R_{1,1} - s_1|^2 \\
&\quad / N_0 + \sum_{j:x_{1,j}=1} L_a(x_{1,j}) \quad (17)
\end{aligned}$$

结合式(14), 可知式(16)与式(7)一致, 式(17)与式(6)一致, 这表明 ITS 中的分支度量即为当前符号序列的后验概率的对数。但写成后验概率形式, 就可以在树的各级都能计算比特 LLR。

现在根据该级的 $M2^{M_c}$ 个后验概率近似计算比特 LLR。记第 i 级产生的 $M2^{M_c}$ 个路径的集合为 J_i , 令 $L_e^{(i)}(x_{n,k})$ 为在第 i 级计算的比特 $x_{n,k}$ ($1 \leq n \leq i$, $k = 1 \sim M_c$) 的外 LLR, 定义 $T_{i,n,k}^1 = \{x_{[1,i]} | x_{[1,i]} \in J_i, x_{n,k} = 1\}$ 及 $T_{i,n,k}^0 = \{x_{[1,i]} | x_{[1,i]} \in J_i, x_{n,k} = 0\}$, 若 $T_{i,n,k}^1$ 及 $T_{i,n,k}^0$ 均非空, 则

$$\begin{aligned}
L_e^{(i)}(x_{n,k}) &\approx \ln \frac{\sum_{\mathbf{x}_{[1,i]} \in T_{i,n,k}^1} P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]})}{\sum_{\mathbf{x}_{[1,i]} \in T_{i,n,k}^0} P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]})} - L_a(x_{n,k}) \\
&\approx \max_{\mathbf{x}_{[1,i]} \in T_{i,n,k}^1} \{\ln P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]})\} \\
&\quad - \max_{\mathbf{x}_{[1,i]} \in T_{i,n,k}^0} \{\ln P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \mathbf{r}_{[1,i]})\} - L_a(x_{n,k}) \quad (18)
\end{aligned}$$

当 $T_{i,n,k}^1$ 或 $T_{i,n,k}^0$ 为空集时, 式(18)无法计算, 则令

$L_e^{(i)}(x_{n,k}) = L_e^{(i-1)}(x_{n,k})$, 即取上一级计算得到的 LLR 值。由于该算法是基于当前的 $M2^{M_c}$ 个后验概率值来计算 LLR, 故 $T_{i,i,k}^1$ 及 $T_{i,i,k}^0$ 均非空, 从而可保证第 i 级的符号 s_i 所对应的比特 $x_{i,k}$ ($k = 1 \sim M_c$) 的 LLR 都可计算, 依次下去一定能保证所有比特皆可计算 LLR, 而不必 clipping。另外, 该算法在每级都要更新前面各级的比特 LLR, 这是为了得到可靠性更高的 LLR。

随后, 将后验概率最大的 M 条路径的集合记为 K_i , 其他的 $M(2^{M_c} - 1)$ 个路径的集合记为 D_i , 并将 K_i 中的路径延伸至下一级。依此递推最终可得结果 $L_e(x_{n,k}) = L_e^{(n_t)}(x_{n,k})$ 。

可以看出, 虽然符号序列的后验概率的对数与 ITS 中相应路径的分支度量等价, 但所提算法与 ITS 不同。ITS 仅在最后一级由 M 个度量最大路径计算所有比特的 LLR, 而所提算法在树的各级都要基于该级得到的所有符号序列的后验概率来计算从第 1 级到该级的所有比特的 LLR。因此, 所提算法对每个比特的 LLR 均可通过计算得到, 与 clipping 方法相比, 能得到可靠性更高的比特 LLR, 进而提高系统性能。

上述算法在每级都要计算前面各级比特的 LLR, 会有较多比特的 LLR 多次计算。下面给出一种实现方法, 可使每比特 LLR 仅计算一次, 从而降低复杂度。

假设比特 $x_{n,k}$ 的 LLR 在第 m 级可按式(18)或式(12)计算, 但到下一级无法按式(18)计算, 显然在这种情况下只需在第 m 级计算一次 $x_{n,k}$ 的 LLR, 以后不必再计算, 此时有: $T_{m,n,k}^1$ 与 $T_{m,n,k}^0$ 均非空, 而 $T_{m+1,n,k}^1$ 与 $T_{m+1,n,k}^0$ 有且只有一个为空集, 且 $L_e(x_{n,k}) = L_e^{(m)}(x_{n,k})$ 。不妨假定 $T_{m+1,n,k}^0$ 为空集, 这说明在第 m 级比特 $x_{n,k}$ 为零的符号序列没能继续延伸至下一级, 即这些序列都在 D_m 中, 而 K_m 中的序列在该比特位置的值全相同且为 1。我们只需在各级搜索满足这些条件的序列然后计算 LLR 即可。具体实现方法如下: 在第 m ($1 \leq m \leq n_t$) 级, 定义 $\hat{\mathbf{x}}_{[1,m]} = \arg \max_{\mathbf{x}_{[1,m]} \in J_m} \{\ln P(\mathbf{s}_{[1,m]} | \mathbf{r}_{[1,m]})\}$, 将 $\hat{\mathbf{x}}_{[1,m]}$ 与 K_m 中的其他

序列逐比特比较, 看是否存在某些比特位置, 满足 K_m 的所有序列都与 $\hat{\mathbf{x}}_{[1,m]}$ 在这些位置的值相同。(1) 若存在, 则对每个这样的位置, 在 D_m 中找出所有与 $\hat{\mathbf{x}}_{[1,m]}$ 在这些位置值不同的路径, 并分别取相应后验概率的对数最大的路径, 代入式(18)或式(12)即可计算这些比特位置的 LLR, 然后进入下一级。在下一级不必再对这些位置的比特作比较和计算 LLR。(2) 若不存在, 直接进入树的下一级。

综上所述, 可得算法步骤如下:

(1)对 \mathbf{H} 做 QR 分解并得式(10);

(2)假设已进入第 i 级, 在该级根据式(17)或式(16)递推计算符号序列后验概率的对数;

(3)对集合 J_i 的元素按 heapsort 方法^[9]排序, 并得集合 K_i 及 D_i ;

(4)按上段所述低复杂度方法计算比特 LLR;

(5)若 $i < n_t$, 将 K_i 中序列延伸至 $i+1$ 级, 取 $i \leftarrow i+1$, 返回步骤(2); 若 $i = n_t$, 算法结束。

4.2 无偏 MMSE 预处理

对 ITS, 文献[11]提出采用无偏(unbiased) MMSE 预处理, 性能比 ZF 预处理有较大提高。对本文算法, 也可采用类似方法, 此时算法过程与 4.1 节有所不同, 下面详细介绍。

根据信号模型式(1), 采用 MMSE 滤波方法易得发射信号向量的初始估计为 $\tilde{\mathbf{s}} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_{n_t})^T = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + N_0 \mathbf{I}_{n_t})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$ 。记 $\tilde{\mathbf{s}} - \mathbf{s}$ 为 \mathbf{f} , 则 $\mathbf{s} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + N_0 \mathbf{I}_{n_t})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} - \mathbf{f}$, 其中 \mathbf{f} 可近似为零均值高斯分布^[12], 且其协方差矩阵为 $E(\mathbf{f}\mathbf{f}^H) = E((\tilde{\mathbf{s}} - \mathbf{s})(\tilde{\mathbf{s}} - \mathbf{s})^H) = N_0(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + N_0 \mathbf{I}_{n_t})^{-1}$ 。显然 \mathbf{f} 不是白的, 下面将 \mathbf{f} 白化。

记 $\underline{\mathbf{H}} = (\mathbf{H}^H \sqrt{N_0} \mathbf{I}_{n_t})^H$, 则 $\underline{\mathbf{H}}^H \underline{\mathbf{H}} = \mathbf{H}^H \mathbf{H} + N_0 \mathbf{I}_{n_t}$, 对 $\underline{\mathbf{H}}$ 做 QR 分解有

$$\underline{\mathbf{H}} = (\mathbf{H}^H \sqrt{N_0} \mathbf{I}_{n_t})^H = \underline{\mathbf{Q}} \underline{\mathbf{R}} = (\mathbf{Q}_1^H \quad \mathbf{Q}_2^H)^H \underline{\mathbf{R}}$$

这里 $\underline{\mathbf{Q}}$ 为 $(n_t + n_r) \times n_t$ 酉阵, \mathbf{Q}_1 为 $n_r \times n_t$ 阵, \mathbf{Q}_2 为 n_t 维方阵, $\underline{\mathbf{R}} = (R_{i,j})_{n_t \times n_t}$ 为下三角阵。显然 $\underline{\mathbf{H}}^H \underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{R}}^H \underline{\mathbf{R}}$, $\underline{\mathbf{H}} = \underline{\mathbf{Q}}_1 \underline{\mathbf{R}}$ 且 $\underline{\mathbf{Q}}_2 \underline{\mathbf{R}} = \sqrt{N_0} \mathbf{I}_{n_t}$, 故 $\underline{\mathbf{Q}}_2 = \sqrt{N_0} \underline{\mathbf{R}}^{-1}$ 。则

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= (\underline{\mathbf{H}}^H \underline{\mathbf{H}})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} - \mathbf{f} = (\underline{\mathbf{R}}^H \underline{\mathbf{R}})^{-1} \underline{\mathbf{R}}^H \mathbf{Q}_1^H \mathbf{y} - \mathbf{f} \\ &= \underline{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{Q}_1^H \mathbf{y} - \mathbf{f} \end{aligned}$$

对上式两边同时左乘 $\underline{\mathbf{R}}$ 并移项得

$$\underline{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{R}} \mathbf{s} + \underline{\mathbf{w}} \quad (19)$$

其中 $\underline{\mathbf{r}} \triangleq \mathbf{Q}_1^H \mathbf{y} = (r_1, \dots, r_{n_t})^T$, $\underline{\mathbf{w}} \triangleq \underline{\mathbf{R}} \mathbf{f}$, 且

$$\begin{aligned} E(\underline{\mathbf{w}} \underline{\mathbf{w}}^H) &= E((\underline{\mathbf{R}} \mathbf{f})(\underline{\mathbf{R}} \mathbf{f})^H) = \underline{\mathbf{R}} E(\mathbf{f} \mathbf{f}^H) \underline{\mathbf{R}}^H \\ &= N_0 \underline{\mathbf{R}} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \underline{\mathbf{R}}^H = N_0 \underline{\mathbf{R}} (\underline{\mathbf{R}}^H \underline{\mathbf{R}})^{-1} \underline{\mathbf{R}}^H \\ &= N_0 \mathbf{I}_{n_t} \end{aligned}$$

即 \mathbf{f} 被白化, 从而式(19)与式(9)形式相同。又由文献[11]有

$$\begin{aligned} \|\underline{\mathbf{r}} - \underline{\mathbf{R}} \mathbf{s}\|^2 &= \|\mathbf{Q}_1^H \mathbf{y} - \underline{\mathbf{R}} \mathbf{s}\|^2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{s}\|^2 + N_0 \|\mathbf{s}\|^2 \\ &= \|\mathbf{r} - \mathbf{R} \mathbf{s}\|^2 + N_0 \|\mathbf{s}\|^2 \end{aligned} \quad (20)$$

所以

$$\begin{aligned} u(\mathbf{s}) &= -\sum_{i=1}^{n_t} |R_{i,i}|^2 |s_i - \tilde{s}_i| \\ &\quad + \sum_{j=1}^{i-1} |R_{i,j}|^2 |s_j - \tilde{s}_j| / |R_{i,i}|^2 / N_0 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n_t} \sum_{j: x_{i,j}=1} L_a(x_{i,j}) + \|\mathbf{s}\|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

定义 $\underline{\mathbf{r}}_{[1,i]} = (r_1, \dots, r_i)^T$, 则由 4.1 节分支度量与后验概率对数的等价性可得

$$\ln P(\mathbf{s}_{[1,n_t]} | \mathbf{r}_{[1,n_t]}) = \ln P(\mathbf{s}_{[1,n_t]} | \underline{\mathbf{r}}_{[1,n_t]}) + \|\mathbf{s}_{[1,n_t]}\|^2 \quad (22)$$

文献[11]对 ITS 采用无偏 MMSE 方法, 在前 $n_t - 1$ 级的算法过程与 ZF 预处理时相同, 而在 n_t 级, 根据式(21)将分支度量计算的结果再加上相应的 $\|\mathbf{s}\|^2$ 得最终度量值。本文采用类似方法。因式(19)与式(9)形式相同, 故在前 $n_t - 1$ 级按 4.1 节方法计算 $\ln P(\mathbf{s}_{[1,i]} | \underline{\mathbf{r}}_{[1,i]})$ 及比特 LLR; 而在最后一级, 同 4.1 节方法先得到 $\ln P(\mathbf{s}_{[1,n_t]} | \underline{\mathbf{r}}_{[1,n_t]})$, 再根据式(22)加上相应的 $\|\mathbf{s}_{[1,n_t]}\|^2$ 得 $\ln P(\mathbf{s}_{[1,n_t]} | \mathbf{r}_{[1,n_t]})$, 然后排序并计算 LLR。

4.3 复杂度分析

由于所提算法计算符号后验概率的过程与 ITS 计算分支度量相同, 故相对 ITS 不需要增加任何分支度量的计算, 仅在步骤(4)增加一些比较运算。考虑一个符号周期(即 $n_t M_c$ 个比特)且迭代一次增加的复杂度。不妨假设 $M \leq 2^{M_c}$, 首先, 考虑步骤(4)中 $\hat{\mathbf{x}}_{[1,m]}$ 与 K_m ($1 \leq m \leq n_t$) 中的其他序列逐比特比较增加的复杂度。因 ITS 在第 n_t 级对 M 个符号序列也要逐比特比较, 故比较次数最多增加 $(M-1)M_c n_t (n_t - 1)/2$; 其次, 考虑步骤(4)中 D_m ($1 \leq m \leq n_t$) 所涉及的比较运算(包括求最大值)增加的复杂度。因 M 个保留的符号序列至少在 $\lceil \log_2 M \rceil$ 个位置处的比特值不全相同, 可得比较次数最多增加 $(n_t M_c - \lceil \log_2 M \rceil)(2M(2^{M_c} - 1) - 1)$ 。上述得到的是增加的复杂度上界, 其平均复杂度更低。

4.4 后验概率对数的简化计算

当采用高阶调制时, 文献[9]采用多级比特映射的方法来降低分支度量计算的复杂度。但该方法是一种近似计算方法, 并需要星座点满足多级比特映射的特性, 实现时要分成多级并采用串行的方式计算, 不利于硬件实现。这里给出另一种计算方法, 可用于规则的星座调制方式, 复杂度较低且不必近似。

不妨以规则的方形 16-QAM 调制为例, 在第 i 级(这里假设 $i > 1$, 当 $i=1$ 时方法类似), 根据式(16), 主要是计算 $|r_i / R_{i,i} - s_i - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} s_j / R_{i,i}|^2$, 记 $\tilde{r}_i = r_i / R_{i,i} - \sum_{j=1}^{i-1} R_{i,j} s_j / R_{i,i}$, 则此式变为 $|\tilde{r}_i -$

s_i 的取值, 对每个符号序列 $s_{[1,i-1]}$ 将分别得到 16 个后验概率, 若每个星座符号都计算一次, 会导致大量乘法运算。利用相邻星座符号间的关系可降低计算复杂度。设 $a_m (m=1, \dots, 16)$ 为星座点, $a_1 = 1/\sqrt{10}(-3+3j)$ (j 为虚数单位), a_1 相邻的两个星座点分别为 $a_2 = 1/\sqrt{10}(-1+3j)$, $a_3 = 1/\sqrt{10}(-3+j)$, 记 $b=1/\sqrt{10}$ 。显然, $\tilde{r}_i - a_1$ 与 $\tilde{r}_i - a_2$ 的虚部相同, 实部相差 $2b$; $\tilde{r}_i - a_1$ 与 $\tilde{r}_i - a_3$ 的实部相同, 虚部相差 $2b$ 。其他相邻星座点间也有类似关系。对 a_1 , 先求出实部 $\text{Re}(\tilde{r}_i - a_1)$ 和虚部 $\text{Im}(\tilde{r}_i - a_1)$, 再求平方和即得 $|\tilde{r}_i - a_1|^2$ 。则

$$\begin{aligned} |\tilde{r}_i - a_2|^2 &= |\tilde{r}_i - (a_1 + 2b)|^2 \\ &= [\text{Re}(\tilde{r}_i - a_1) - 2b]^2 + [\text{Im}(\tilde{r}_i - a_1)]^2 \\ &= |\tilde{r}_i - a_1|^2 + 4b^2 - 4b \text{Re}(\tilde{r}_i - a_1) \end{aligned}$$

类似可得

$$|\tilde{r}_i - a_3|^2 = |\tilde{r}_i - a_1|^2 + 4b^2 + 4b \text{Im}(\tilde{r}_i - a_1)$$

依据上述关系可类似递推计算其余的 $|\tilde{r}_i - a_m|^2$, 进而可得 16 个后验概率的对数。

该方法可大大减少乘法运算次数, 降低计算复杂度, 且不必近似。对于其他规则的高阶 QAM 调制, 也可利用相邻星座点实部与虚部的关系, 采用上述类似方法递推计算。

5 仿真结果与讨论

本节给出所提算法的仿真结果并与 ITS 算法作比较。假定信道为平坦、遍历的瑞利衰落, 信道矩阵的每个元素均服从独立复高斯分布, 接收端已知信道信息。一个数据块长为 800 个信息比特(含尾比特), 经 $1/2$ 码率递归系统卷积码(生成多项式用八进制表示为 $(1,171/133)_8$)编码为 1600 个码比特, 随机交织后串并变换, 然后各子流分别调制并从各天线发射。一个数据帧由一个编码块构成, 随机交织器的大小为 1600 bit。信道译码采用 Max-Log-Map

算法。因由文献[11]知, 无偏 MMSE 预处理性能优于 ZF 预处理, 故 MIMO 检测时均采用无偏 MMSE 预处理。

图 2 给出了 8 发 8 收 4-QAM 调制时本文算法与 ITS 性能比较, 其中 M 均取 2、4 和 8, 检测器与信道译码器之间均迭代 4 次。可以看到本文算法在 M 相同时性能均优于 ITS, 而且 $M=2$ 时的性能优于 ITS $M=4$ 时的性能, $M=4$ 时的性能略优于 ITS $M=8$ 时的性能。图 3 给出了 4 发 4 收 16-QAM 调制时本文算法与 ITS 性能比较, 其中 M 均取 2、4 和 8, 检测器与信道译码器之间均迭代 6 次。可以看出本文算法在 M 相同时性能均优于 ITS, 而且 $M=2$ 时的性能与 ITS $M=4$ 性能相近, $M=4$ 时的性能与 ITS $M=8$ 时相近。这些仿真结果表明在 M 相同情况下本文算法性能优于 ITS, 而且本文算法可以在 M 较小的情况下达到 ITS M 较大时的性能。新算法性能提高的原因是其检测器输出比特 LLR 更加可靠, 使信道译码性能提高。

下面对 8 发 8 收 4-QAM 调制下新算法 $M=4$ 时与 ITS $M=8$ 时的复杂度(考虑 1 次迭代 1 个符号周期)作简单比较和分析。由 ITS 排序的比较次数近似计算公式 $[4(M2^{M_c} - 1) + (M - 3)\log_2(M2^{M_c})]n_t$ [9], ITS $M=8$ 时相对 ITS $M=4$ 时增加比较次数约 680 次; 同时分支度量运算增加 96 次。根据 4.3 节的分析, 新算法 $M=4$ 时相对 ITS $M=4$ 时最多增加 490 次比较计算, 不增加分支度量运算。显然新算法 $M=4$ 时的计算复杂度低于 ITS $M=8$ 时的复杂度, 而且可节省约一半的存储量。这表明本文算法能以更低的复杂度达到与 ITS 相同的性能。其他情况可类似分析并能得出同样的结论, 这里不再详述。

6 结束语

本文提出了一种新颖的基于 M-算法的检测方

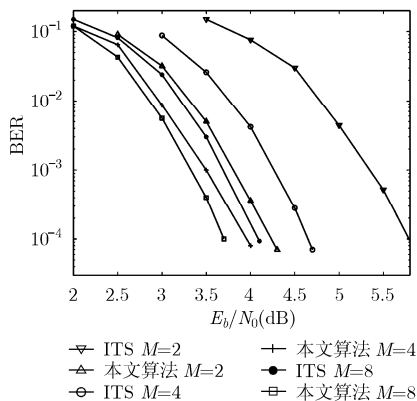


图 2 4-QAM 调制下本文算法与 ITS BER 性能比较

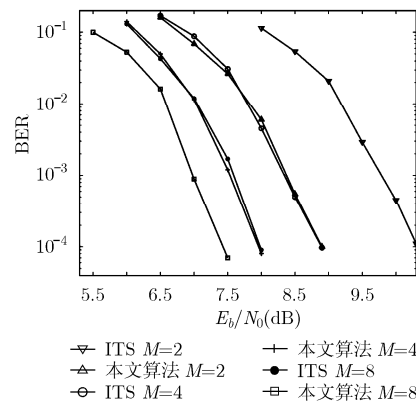


图 3 16-QAM 调制下本文算法与 ITS BER 性能比较

案。该方案可确保每比特都可计算 LLR 而不必 clipping, 且能得到可靠性高的 LLR 值, 从而提高系统性能。文中进一步给出了算法的低复杂度实现, 可对每比特 LLR 仅计算一次。另外, 本文给出了采用无偏 MMSE 预处理时的算法过程, 并给出了一种规则的高阶调制系统中计算符号序列后验概率的简单方法。仿真结果表明本文算法相比 ITS 具有更好的性能, 并使性能与复杂度达到较好的折中。

参考文献

- [1] Zhang Ping, Tao Xiaofeng, and Zhang Jianhua, *et al.* The vision from FuTURE beyond 3G TDD[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2005, 43(1): 38-44.
 - [2] Haykin S, Sellathurai M, and de Jong Y, *et al.* Turbo-MIMO for wireless communications[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2004, 42(10): 48-53.
 - [3] 尤明厚, 陶小峰, 张平, 等. 一种新颖的低复杂度 MIMO-BICM 迭代接收机设计[J]. 电子学报, 2007, 35(6A): 127-130.
You Ming-hou, Tao Xiao-feng, and Zhang Ping, *et al.* Novel low-complexity iterative receiver for MIMO-BICM systems[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(6A): 127-130.
 - [4] 王军, 李少谦. 非理想信道估计条件下的软输出 MMSE V-BLAST 算法[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(5): 1225-1228.
Wang J and Li Shao-qian. Soft-output MMSE V-BLAST detector under imperfect channel estimation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(5): 1225-1228.
 - [5] Studer C, Burg A, and Boleskei H. Soft-output sphere decoding: algorithms and VLSI implementation [J]. *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, 2008, 26(2): 290-300.
 - [6] Barbero L G and Thompson J S. Extending a fixed-complexity sphere decoder to obtain likelihood information for Turbo-MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2008, 57(5): 2804-2813.
 - [7] Wang L, Xu L, and Chen S, *et al.* MMSE soft-interference-cancellation aided iterative center-shifting K-best sphere detection for MIMO channels[C]. Proceedings of IEEE ICC, Beijing, China, May, 2008: 3819-3823.
 - [8] Hagenauer J and Kuhn C. The list-sequential(LISS) algorithm and its application [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2007, 55(5): 918-928.
 - [9] de Jong Y and Willink T J. Iterative tree search detection for MIMO wireless systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2005, 53(6): 930-935.
 - [10] Wang R and Giannakis G B. Approaching MIMO channel capacity with soft detection based on hard sphere decoding[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2006, 54(4): 587-590.
 - [11] Zimmermann E and Fettweis G. Unbiased MMSE tree search MIMO detection[C]. Proceedings of International Symposium WPMC, San Diego, USA, September, 2006: 17-20.
 - [12] Poor H V and Verdú S. Probability of error in MMSE multiuser detection[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1997, 43(3): 858-871.
- 尤明厚: 男, 1974年生, 博士生, 研究方向包括 MIMO、信道编码、迭代接收机技术等。
- 陶小峰: 男, 1970年生, 教授, 博士生导师, 泛网无线通信教育部重点实验室副主任, 从事宽带无线通信基础理论和关键技术的研究。