

基于线性最小二乘方法的主动段目标初值估计

赵 砚^① 程洪玮^② 易东云^① 张 倩^③

^①(国防科技大学理学院数学与系统科学系 长沙 410073)

^②(北京跟踪与通信技术研究所 北京 100094)

^③(北京航天指挥控制中心 北京 100094)

摘 要: 主动段目标初值估计是导弹目标战术参数估计的重要内容,是监视系统进行实时跟踪的前提条件。在天基观测背景下,该问题是非线性最小二乘求解问题。该文建立了主动段 8 态重力转弯模型和天基测量模型,通过用常加速度线性模型来近似目标运动学参数,并对非线性测量进行伪线性化处理,将非线性最小二乘转化为线性最小二乘求解问题。特别地,给出了天基伪线性化测量及其统计特征的详尽推导,并进一步考察了测量伪线性化方法的适用范围。仿真实验中,通过与 CRLB 和传统的 Gauss-Newton 迭代方法比较,证明了该文方法在估计精度和运算效率上的优势。

关键词: 目标跟踪; 初值估计; 最小二乘问题; 重力转弯模型; 天基观测; 伪线性化测量

中图分类号: TP391; V412.4+1

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2010)12-2884-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00129

Initial State Estimation for Boost Phase Object Based on Linear Least Square Estimation

Zhao Yan^① Cheng Hong-wei^② Yi Dong-yun^① Zhang Qian^③

^①(School of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

^②(Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China)

^③(Beijing Aerospace Command and Control Center, Beijing 100094, China)

Abstract: The initial state estimation for boost phase object is an important issue to estimate the missile's tactical parameters, as well as the precondition for the surveillance system to perform the real-time tracking. In the condition of the space-based observations, the initial state estimation is the solution of the nonlinear LSE problem. Firstly, the 8-state gravity turn model for the boost phase object is established, and then the target's kinematic parameters are approximated by using the linear constant acceleration derivative model, and the nonlinear measurements are pseudo linearized. Therefore, the nonlinear LSE problem is translated into the linear LSE problem after the aforementioned steps. Specially, in this paper, the explicit derivation of the pseudo linearized space-based observation and its statistical moments are deduced, and its application conditions are illuminated. Finally, the advantage of the proposed method is illustrated in the aspects of precision and efficiency by comparing with the CRLB and classical Gauss-Newton iteration algorithm.

Key words: Object tracking; Initial state estimation; Least Square Estimation (LSE); Gravity turn model; Space-based observation; Pseudo linearized observation

1 引言

主动段目标初值估计是目标战术参数估计的重要内容^[1],并且作为跟踪初始化,是监视系统进行后续实时跟踪的前提条件^[2]。在天基红外观测背景下,主动段目标运动方程和测量方程都是非线性的,目标初值估计实质上是非线性最小二乘的求解问题。

该问题的解决,传统方法是 Gauss-Newton 迭代及其改进方法^[3-5],但依然面临着对迭代初值敏感以及容易收敛于局部而非全局最优等问题,且因效率低下有时不能满足系统的时效性要求。文献[6]在基于天基观测对主动段目标实时跟踪的背景下对非线性测量进行了伪线性化处理,但没有给出伪线性测量噪声及其统计特征的推导,且没有验证伪线性化方法的适用范围。

本文首先建立了主动段 8 态重力转弯模型^[7],相较于普通大线性 CA 模型^[8],该模型更加逼近实际的

2010-02-02 收到, 2010-06-09 改回

国家自然科学基金(60974124)资助课题

通信作者: 易东云 dongyun.yi@gmail.com

主动段运动特征; 而后在具体算法中, 用常加加速度线性模型近似目标的真实运动学参数, 并对非线性测量进行伪线性化处理, 从而将目标初值中位置和速度等运动学参数的非线性最小二乘问题转化为线性最小二乘问题, 可无需迭代而直接求解, 并进一步很容易地求取目标初值中的两个动力学参数, 从而最终实现目标初值的最大似然估计。特别地, 本文对伪线性化测量及其统计特征给出了详尽推导, 并得出了测量伪线性化对卫星至目标距离(以下简称星目距离)和传感器视线测量误差的适用范围, 在适用范围内, 伪线性测量噪声近似服从高斯分布, 而无需对伪线性测量的有偏性进行去偏修正^[9]。

仿真实验证明本文方法在估计精度和运行效率上优于 Gauss-Newton 迭代方法, 结束语中特别强调了本文方法的适用条件。

2 目标运动模型与传感器观测模型

2.1 主动段目标的 8 态重力转弯模型

主动段目标的 8 态重力转弯模型, 在惯性系 ECI 下刻画, 具体包含 6 态的运动学参数(位置和速度, 三维矢量)和 2 态的动力学参数(轴向加速度和相对质量损耗率, 标量)。重力转弯模型比较简单, 但又比普通大线性 CA 模型更准确地反映了火箭发动机第 1 级的运动特征。其基本假设为^[7]: 导弹在转弯瞄准(pitch-over)后, 在地固系 ECF 下, 其推力方向与速度矢量是一致的, 即攻角(angle of attack)为零, 随后弹道的弯曲完全是重力作用的结果; 轴向受力为常值, 不受侧向力; 导弹质量变化率为常值。同时, 考虑 J2 修正^[8]下的重力加速度 $\mathbf{a}_{\text{Gravity}} = (a_{G,x} \ a_{G,y} \ a_{G,z})^T$, 并注意到地固系下的速度在惯性系下的修正^[10]如下。

$$\mathbf{v}_{\text{ECF}} = \mathbf{v}_{\text{ECI}} + (-w_e y_{\text{ECI}} \ w_e x_{\text{ECI}} \ 0)^T \quad (1)$$

其中 $w_e = 7.292115e-5$ rad/s 为地球转动角速度。记 $\tilde{v} = |\mathbf{v}_{\text{ECF}}|$ 为地固系下的目标速度, $\mathbf{X} = (x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z \ a \ \beta)^T$ 为惯性系下目标状态, 其中, a , β 分别为轴向加速度和相对质量损耗率。最终得惯性系下导弹主动段运动的微分方程式(2)。至此, 给定目标初值 \mathbf{X}_1 , 由式(2)通过 Runge-Kutta 积分即可得到任意时刻的目标状态。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= v_x, \quad \dot{y} = v_y, \quad \dot{z} = v_z \\ \dot{v}_x &= \alpha \cdot (v_x - w_e y) / \tilde{v} + a_{\text{Gravity},x} \\ \dot{v}_y &= \alpha \cdot (v_y + w_e x) / \tilde{v} + a_{\text{Gravity},y} \\ \dot{v}_z &= \alpha \cdot v_z / \tilde{v} + a_{\text{Gravity},z} \\ \dot{\alpha} &= \alpha \cdot \beta, \quad \dot{\beta} = \beta^2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2.2 传感器观测模型

星载红外传感器通过主动段目标喷射的高温尾

焰, 得到目标相对于卫星的视线(Line Of Sight, LOS)测量信息^[11], 包括方位角 ψ 和俯仰角 γ 两个测元。在给定时刻, 由观测卫星状态矢量(位置和速度) \mathbf{X}_S 获得惯性坐标系到卫星轨道坐标系的旋转矩阵 $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{X}_S)$ ^[12], 记卫星和目标在惯性系的位置矢量分别为 \mathbf{r}_S 和 \mathbf{r} , 则目标在卫星轨道坐标系下的坐标为

$$\mathbf{L} \triangleq (l \ m \ n)^T \triangleq \mathbf{S} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_S) \quad (3)$$

见图 1, 定义测元

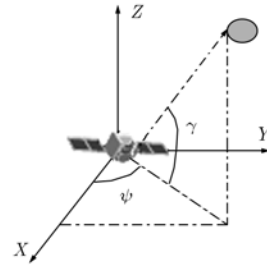


图 1 角度测元示意

$$\mathbf{z} \triangleq \begin{pmatrix} \psi \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{cases} \text{atan}(m/l) + \delta_\psi \\ \text{atan}(n/\sqrt{l^2 + m^2}) + \delta_\gamma \end{cases} \triangleq \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{X}_S) + \mathbf{v} \quad (4)$$

其中 ψ 的取值范围为 $(-\pi, \pi]$, 具体计算中要根据 m 和 l 的正负将 ψ 对应到相应的象限中; 测量噪声 $\mathbf{v} \triangleq (\delta_\psi, \delta_\gamma)^T \sim \mathbf{N}(0, \text{diag}(\sigma_{\text{LOS}}^2 / \cos^2 \gamma, \sigma_{\text{LOS}}^2))$, 而 σ_{LOS} 是服从高斯分布的视线测量误差的标准差。

3 目标初值的最大似然估计

考虑用测量集 $\mathbf{Z}^M = \{\mathbf{z}_k, k = 1, \dots, M\}$ 来估计确定性参数 \mathbf{X}_1 , 其中, k 为时刻, M 为当前测量集对应的时刻。记 \mathbf{H}_k 和 Φ_k 分别为当前测量对当前状态以及当前状态对初始状态的 Jacobian 阵。

在针对主动段目标的天基观测背景下, 目标的运动方程和测量方程均是非线性的, 这使得 Φ_k 依赖于初值 \mathbf{X}_1 、 \mathbf{H}_k 依赖于 \mathbf{X}_k 从而亦依赖于初值 \mathbf{X}_1 。由此, 目标初值估计是非线性最小二乘(以下简称 LSE)问题。对此, 经典处理手段是基于 Gauss-Newton 迭代(以下简称 GN 迭代)或其改进方法, 通过使测量残差 $J_M(\mathbf{X}_1)$ 不断变小而得到极值 $\hat{\mathbf{X}}_1$ 。一般而言, 经典方法为了更高精度而牺牲了效率。

事实上, 考虑到初值确定应在较短时间内完成, 而目标在较短时间内运动学轨迹可用多项式近似表示, 由此可实现目标运动学模型的线性化; 另一方面, 考虑到红外传感器的作用距离和较低的 LOS 误差, 可将非线性测量进行伪线性化。如此, 在运

动模型和测量模型均线性化之后, 当测量集 Z^M 满足可观性条件时, 目标初值中运动学参数的最大似然解就等价于线性最小二乘解, 可直接求得而不需迭代。同时, 需要说明两点: (1) 鉴于 LSE 问题的求解前提是测量噪声为高斯白噪声, 所以必须对伪线性测量噪声进行高斯白噪声的判断, 并基于此给出伪线性测量方法针对星目距离和 LOS 误差的适用条件; (2) 基于目标状态和测量线性化的方法只能得到目标的初始位置、速度、加速度等运动学参数, 对于轴向加速度 α 和相对质量损耗率 β 等动力学参数必须进一步求取。

4 线性LSE算法

4.1 运动学模型的线性化近似

考虑常加加速度的 3 阶多项式模型。记 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{v}_1 、 \mathbf{a}_1 、 \mathbf{b}_1 为惯性系下目标在初始 t_1 时刻的位置、速度、加速度和加加速度矢量, 则 t_k 时刻的目标位置矢量为

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_1 + \mathbf{v}_1 \cdot (t_k - t_1) + \mathbf{a}_1 \cdot (t_k - t_1)^2 / 2 + \mathbf{b}_1 \cdot (t_k - t_1)^3 / 6 \triangleq \mathbf{V}_k \cdot \mathbf{P}_1 \quad (5)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}_k &\triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3}(t_k - t_1) & \mathbf{I}_{3 \times 3}(t_k - t_1)^2 / 2 \\ & \mathbf{I}_{3 \times 3}(t_k - t_1)^3 / 6 \end{pmatrix}_{3 \times 12} \\ \mathbf{P}_1 &\triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^T & \mathbf{v}_1^T & \mathbf{a}_1^T & \mathbf{b}_1^T \end{pmatrix}_{12 \times 1}^T \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4.2 测量的伪线性化

给定目标在卫星轨道坐标系下的坐标 $(l, m, n)^T$, 记

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} &\triangleq \begin{cases} \text{atan}(m/l) \\ \text{atan}(n/\sqrt{l^2 + m^2}) \end{cases} \\ \mathbf{A}_0^T &\triangleq \begin{pmatrix} 0 & -\sin \gamma_0 & \cos \gamma_0 \sin \psi_0 \\ -\sin \gamma_0 & 0 & \cos \gamma_0 \cos \psi_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中前者为不受噪声干扰的精确测量, 则推导可得

$$\mathbf{A}_0^T \cdot (l \ m \ n)^T = \mathbf{0}_{2 \times 1} \quad (8)$$

从而, 由式(3)有

$$\mathbf{A}_0^T \cdot \mathbf{S} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) = \mathbf{0}_{2 \times 1} \quad (9)$$

以实际测量 (ψ, γ) 替换 \mathbf{A}_0 中的 (ψ_0, γ_0) , 记 \mathbf{A} , 则式(9)右边不再为零, 记为 $-\boldsymbol{\eta}$, 有

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{r}_s = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{r} + \boldsymbol{\eta} \quad (10)$$

记 $\mathbf{y} \triangleq \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{r}_s$ 为伪线性观测量, $\mathbf{K} \triangleq \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{S}$, 则有 2 维伪线性测量表达式及伪线性测量噪声

$$\mathbf{y} \triangleq \mathbf{K} \cdot \mathbf{r}_s, \quad \boldsymbol{\eta} = -\mathbf{A}^T \cdot (l \ m \ n)^T \triangleq (\eta_1 \ \eta_2)^T \quad (11)$$

以下来推导 $\boldsymbol{\eta}$ 的统计特性。首先, 得 $\boldsymbol{\eta}$ 的具体表达式为

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= m \sin \gamma - n \sin \psi \cos \gamma = \rho \{ \sin \gamma \cos(\gamma - \delta_\gamma) \\ &\quad \cdot \sin(\psi - \delta_\psi) - \cos \gamma \sin \psi \sin(\gamma - \delta_\gamma) \} \\ \eta_2 &= l \sin \gamma - n \cos \psi \cos \gamma = \rho \{ \sin \gamma \cos(\gamma - \delta_\gamma) \\ &\quad \cdot \cos(\psi - \delta_\psi) - \cos \gamma \cos \psi \sin(\gamma - \delta_\gamma) \} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中 ρ 为星目距离。进一步, 推导得

$$\left. \begin{aligned} E\eta_1 &= \frac{1}{2} \rho \left\{ \sin 2\gamma \sin \psi \left[e^{-(1/2)(\sigma_\gamma^2 + \sigma_\psi^2)} - e^{-(1/2)\sigma_\gamma^2} \right] \right\} \\ E\eta_2 &= \frac{1}{2} \rho \left\{ \sin 2\gamma \cos \psi \left[e^{-(1/2)(\sigma_\gamma^2 + \sigma_\psi^2)} - e^{-(1/2)\sigma_\gamma^2} \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

显见 $\boldsymbol{\eta}$ 有偏。进一步, 将 $\boldsymbol{\eta}$ 在精确测量 (ψ_0, γ_0) 处 Taylor 展开, 去掉二阶以上高阶项, 有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\eta}(\psi, \gamma) = \boldsymbol{\eta}(\psi_0 + \delta_\psi, \gamma_0 + \delta_\gamma) \approx \boldsymbol{\eta}(\psi_0, \gamma_0) \\ &\quad + \begin{pmatrix} \frac{\partial \eta_1}{\partial \psi} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \eta_2}{\partial \psi} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \gamma} \end{pmatrix}_{\psi=\psi_0, \gamma=\gamma_0} \cdot \begin{pmatrix} \delta_\psi \\ \delta_\gamma \end{pmatrix} \\ &\approx \begin{pmatrix} \frac{\partial \eta_1}{\partial \psi} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \eta_2}{\partial \psi} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \gamma} \end{pmatrix}_{\psi=\psi_0, \gamma=\gamma_0} \cdot \begin{pmatrix} \delta_\psi \\ \delta_\gamma \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -n \cos \psi \cos \gamma & n \sin \psi \sin \gamma + m \cos \gamma \\ n \sin \psi \cos \gamma & n \cos \psi \sin \gamma + l \cos \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta_\psi \\ \delta_\gamma \end{pmatrix} \\ &\triangleq \mathbf{G} \cdot \begin{pmatrix} \delta_\psi \\ \delta_\gamma \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

其中用到等式 $\boldsymbol{\eta}(\psi_0, \gamma_0) = \mathbf{0}$, 并进一步推导得

$$\mathbf{G} = \rho \begin{pmatrix} -\sin \gamma \cos \gamma \cos \psi & \sin \psi \\ \sin \gamma \cos \gamma \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \quad (15)$$

由式(14), 在一定程度的近似下, 作为原始测量噪声 $(\delta_\psi, \delta_\gamma)$ 的线性函数, $\boldsymbol{\eta}$ 是均值为 $\mathbf{0}$ 方差为 $\text{Cov}\boldsymbol{\eta}$ 的高斯白噪声, 其中

$$\text{Cov}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{G} \cdot \text{diag}(\sigma_\psi^2, \sigma_\gamma^2) \cdot \mathbf{G}^T \quad (16)$$

但是, 由式(13)-式(15)可见, 只有当星目距离 ρ 和 LOS 误差 σ_{LOS} 较小时, $\boldsymbol{\eta}$ 才可近似为高斯白噪声。以下考察由式(11)获得的随机变量 $\boldsymbol{\eta}$ 在何种范围内满足方差由式(16)界定的高斯分布。

记 η_i 为第 i 次伪线性测量噪声实现, 则 $\varepsilon_i = \boldsymbol{\eta}_i^T \cdot (\text{Cov}\boldsymbol{\eta}_i)^{-1} \cdot \boldsymbol{\eta}_i$ 即为标准化估计均方误差 (Normalized Estimation Error Squared, NEES), 服从 χ_2^2 分布。基于 N 次采样的平均 NEES 为 $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i$, 则 $N\bar{\varepsilon}$ 服从 χ_{2N}^2 分布。取 $N = 3000$, 算得 $N\bar{\varepsilon}$ 的置信度为 98% 的双边置信区间为 [2.0858, 1.9157]。

受限于星载红外传感器的实际作用距离, 星目距离一般不会大于 10000 km。因此, 我们可以在固定星目距离 10000 km 条件下(考察更大的星目距离没有意义), 变化 σ_{LOS} , 考察相应的 $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}(\sigma_{\text{LOS}}, N)$ 是否在 98% 的置信区间内。若在, 则说明在该条件下, 伪线性测量噪声可视为零均值高斯分布, 反之不然。图 2 是仿真结果。

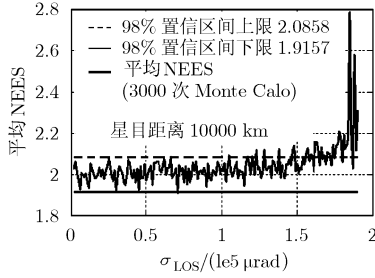


图 2 伪线性测量噪声高斯分布假设下 LOS 误差容忍范围

可见, 10000 km 的星目距离与 $1e5 \mu\text{rad}$ 的 LOS 误差(1σ 标准差)给出了伪线性测量噪声服从高斯分布的适用范围上限, 亦即, 当作用距离不大于 10000 km 且 LOS 误差不大于 $1e5 \mu\text{rad}$ 时, 伪线性测量噪声可视为服从高斯分布, 从而可直接应用线性最小二乘; 而不需像文献[9], 因伪线性测量噪声严重有偏以至不服从 0 均值高斯分布, 而必须首先进行去偏修正。

4.3 目标 8 态初值的最终确定

(1)初值位置和速度的求取 对 N 次观测, 记

$$\mathbf{Y}^{(N)} \triangleq (\mathbf{y}_1^T \cdots \mathbf{y}_N^T)_{2N \times 1}^T, \quad \Psi^{(N)} \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{V}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{K}_N \cdot \mathbf{V}_N \end{pmatrix}_{2N \times 12}, \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\eta} \triangleq (\boldsymbol{\eta}_1^T \cdots \boldsymbol{\eta}_N^T)_{2N \times 1}^T \quad (17)$$

则有

$$\mathbf{Y}^{(N)} = \Psi^{(N)} \cdot \mathbf{P}_1 + \boldsymbol{\eta} \quad (18)$$

其中 \mathbf{V}_1 、 \mathbf{P}_1 的定义同式(6)。最终得最小二乘解为及其估计协方差阵

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_1 &= \left((\Psi^{(N)})^T (\Psi^{(N)}) \right)^{-1} \Psi^{(N)} \mathbf{Y}^{(N)} \\ \text{Cov} &= \left((\Psi^{(N)})^T (\Psi^{(N)}) \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(2)轴向加速度和相对质量损耗率的求取 由式(19)得初值位置、速度和加速度矢量估计为 $\hat{\mathbf{r}}_1$ 、 $\hat{\mathbf{v}}_1$ 及 $\hat{\mathbf{a}}_1$, 进一步得重力加速度 $\mathbf{a}_g(\hat{\mathbf{r}}_1)$, 并得地固系下速度 $\hat{\mathbf{v}}_1 = \hat{\mathbf{v}}_1 + (-w_e \hat{y}_1 \ w_e \hat{x}_1 \ 0)^T$, 记 $\mathbf{M}_1 = \hat{\mathbf{v}}_1 / \hat{v}_1$ 为单位矢量, 则由目标运动微分方程式(2), 有

$$\hat{\mathbf{a}}_1 - \mathbf{a}_g(\hat{\mathbf{r}}_1) = \alpha_1 \mathbf{M}_1 \quad (20)$$

从而求得

$$\hat{\alpha}_1 = \mathbf{M}_1^T \cdot (\hat{\mathbf{a}}_1 - \mathbf{a}_g(\hat{\mathbf{r}}_1)) \quad (21)$$

由 $\hat{\mathbf{P}}_1$ 经多项式运动学模型得 $\hat{\mathbf{P}}_2$, 并再依上述得 $\hat{\alpha}_2$, 采样间隔记 τ , 则初始时刻的相对质量损耗率估计为

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\alpha}_1 / \hat{\alpha}_1 \approx (\hat{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_1) / (\tau \cdot \hat{\alpha}_1) \quad (22)$$

至此得最终初值估计 $\hat{\mathbf{X}}_1 = (\hat{\mathbf{r}}_1^T \ \hat{\mathbf{v}}_1^T \ \hat{\alpha}_1 \ \hat{\beta}_1)^T$ 。

5 仿真实验

假设单颗低轨卫星对主动段目标进行观测, 通过线性 LSE 和 GN 迭代方法来估计目标初值。同文献[13], 假设卫星是来自参数为 36/9/1/1237.5/77.5 (卫星总数 36, 轨道面数 9, 相位因子 1, 轨道高度 1237.5 km, 轨道倾角 77.5°) 的星座中的第 5 颗卫星。同文献[6], 假设传感器观测间隔均为 1 s, 视线测量误差 $\sigma_{\text{LOS}} = 100 \mu\text{rad}$ 。目标真实初值和 GN 迭代初值分别为

$$\mathbf{X}_1 = [-5180, 1870, 3250, 0.31, 0.15, 3.07, 0.0139, 0.004]$$

$$\hat{\mathbf{X}}_1 = [-5170, 1880, 3240, 0.24, 0.19, 2.97, 0.0120, 0.003]$$

首先考察目标初值在单星观测初期的可观测性^[14]。每一时刻由单星得 1 帧观测, 前 20 个时刻下 Fisher 信息(阵)^[15] \mathbf{J} 的条件数及相应的 CRLB^[16] 平方根如表 1。可见在积累 20 帧观测之前, FIM 条件数过高, 致使 CRLB 平方根过大, 此时目标初值不可估或可观测性极差。鉴于此, 在仿真中, 当积累了 20 帧数据量之后才应用线性 LSE 和 GN 迭代方法。

表 1 单星观测初期的目标初值可观测性

		8	12	16	20
\mathbf{J} 的条件数	观测时刻(s)	8	12	16	20
	数据量(帧)	8	12	16	20
CRLB 平方根	FIM 条件数 (数量级)	1×10^{23}	1×10^{20}	1×10^{16}	1×10^{10}
	位置(km)			1248	1.21
	速度(km/s)			229	15.02
	轴向加速度 (km/s ²)			654	0.13
	相对质量损耗率(1/s)			97	0.81

考察两种方法在不同数据量下的估计精度, 为此分别进行 100 次 Monte Calo 仿真, 相应的估计误差标准差以及 CRLB 的平方根之间的对比如图 3-图 6 所示。

由图 3-图 6 可见, 关于位置和速度, 两种方法在 30 帧数据量之后估计精度不分上下, 均接近满足 CRLB; 在 30 帧数据量之前, GN 迭代略微优于线性 LSE, 二者差别并不大。关于轴向加速度, 线

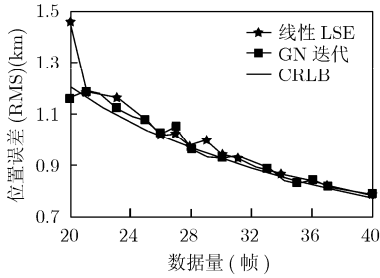


图 3 位置估计 RMS

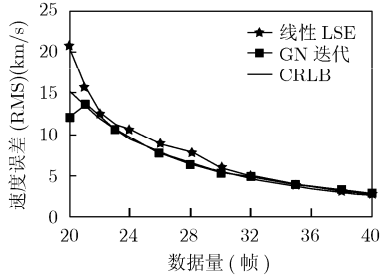


图 4 速度估计 RMS

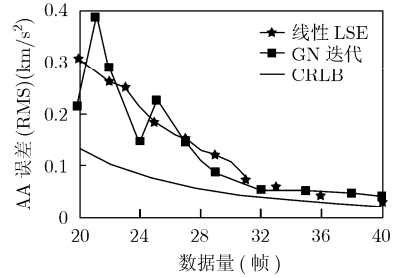


图 5 轴向加速度估计 RMS

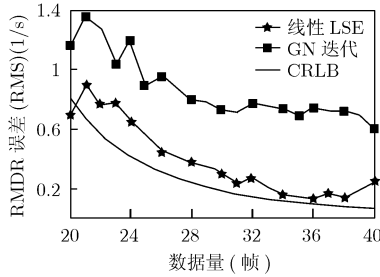


图 6 相对质量损耗率估计 RMS

性 LSE 在 32 帧数据量时即接近满足 CRLB, GN 迭代在 32 帧数据量之前稳健性不佳, 在之后估计精度仍然不如线性 LSE。关于相对质量损耗率, 线性 LSE 大大优于 GN 迭代; 线性 LSE 在 36 帧数据量之前接近满足 CRLB, 在 36 帧数据量时估计误差达到最低, 而后明显持续变大, 这是随着观测时段的延长, 目标运动学参数线性近似下相较于真值的误差也在不断积累, 最终抵消掉数据量的增加对估计精度的提升; 由目标运动微分方程可见, 位置、速度和轴向加速度取决于相对质量损耗率且前 3 项参数非线性化程度相对较弱, 是相对质量损耗率首先表现出前述特性的原因; 可以想见, 随着观测时段的延长, 线性 LSE 在位置、速度和轴向加速度上的估计精度亦将如此出现拐点并逐步降低。

在仿真计算机 CPU 为 Pentium (R)-1.80 GHz, 内存为 1G 的情况下, 使用 Matlab 工具, 两种方法的运算效率如表 2 所示。显然, 线性 LSE 的运行效率远高于 GN 迭代。

表 2 两种方法的运算效率对比

数据量(帧)		20	30	40
线性 LSE	1 次 Monte-Calo 时间(s)	0.031	0.047	0.056
	平均迭代次数	约 22 次		
GN 迭代	一次迭代时间(s)	0.41	2.89	7.82
	1 次 Monte-Calo 时间(s)	9.02	63.58	172.04

6 结束语

本文首先建立了主动段目标 8 态重力转弯模型和天基观测模型, 而后, 通过对非线性状态模型中运动学参数的线性近似和对非线性观测量的伪线性化处理, 将非线性 LSE 问题转化为线性 LSE 问题, 无需迭代而直接得到目标初值的运动学参数, 并很容易地进一步获得目标初值的两个动力学参数, 最终完成目标初值的最大似然估计。本文特别对伪线性化测量方法给出了详尽推导, 并得出了该方法在星目距离和视线测量误差上的适用范围, 在该范围内, 伪线性测量的有偏性不需进行去偏修正。

在低轨单星观测背景下, 本文对线性 LSE 方法和 GN 迭代方法进行了仿真对比。事实上, 从前述线性 LSE 方法的原理不难看出, 该方法同样适应于双星观测的情形。仿真实验表明, 在一定条件下, 线性 LSE 相较于 GN 迭代, 在估计精度和运算效率上有显著优势, 这是因为线性 LSE 方法避免了 GN 迭代过程中求取测量函数对初值的 Jacobian 阵等繁琐过程, 从而克服了对迭代初值敏感以及容易逼近局部而非全局极值等缺点。而所谓的“一定条件”具体包括: 可观测性条件得到满足, 具体表现为特定观测几何下的数据量上, 这是应用本文方法和传统方法的基本前提; 星目距离和视线测量误差在伪线性化测量方法的适用范围之内; 观测时段不能太长, 否则该方法将不能继续保持在估计精度上的优势。事实上, 观测时段太长也不符合初值估计的时效性要求, 其最优观测时段长度取决于传感器帧频和观测卫星数量等具体情形, 这也是可以继续研究的问题之一。

参考文献

- [1] Danis N J. Space-based tactical trajectory estimation with angle-only measurements[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(2): 412-424.
- [2] Gokhan H I. Sensor fusion for boost phase interception of ballistic missiles[D]. [MA. dissertation], Naval Postgraduate School, Monterey, California, September 2004.

- [3] Martin A and Bert J. Gauss-Newton-type techniques for robustly fitting implicitly defined curves and surfaces to unorganized data points[C]. Proceedings of IEEE international conference on shape modeling and applications, Stony Brook, New York, June 4-6, 2008: 121-130.
- [4] Yeddanapudi M, Bar-Shalom Y, and Pattipati K R. Ballistic missile track initiation from satellite observations [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, 31(3): 1054-1071.
- [5] Rudd J G, *et al.* Surveillance and tracking of ballistic missile launches[J]. *IBM Journal of Research and Development*, 1994, 38(2): 195-216.
- [6] 樊士伟, 张涛, 周伯昭. 伪线性主动段弹道估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2005, 27(9): 1503-1506.
Fan Shi-wei, Zhang Tao, and Zhou Bo-zhao. The trajectory estimation in boost-phase using pseudolinear estimator[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2005, 27(9): 1503-1506.
- [7] Farrell W J. Interacting multiple model filter for tactical ballistic missile tracking[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(2): 418-426.
- [8] Li X R and Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking—part one: dynamic models[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333-1363.
- [9] Kutluyil D. Relationship between geometric translations and TLS estimation bias in bearings-only target localization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(3): 1005-1017.
- [10] Li X R and Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking—part two: ballistic target models[C]. Proceedings of SPIE conference on signal and data processing of small targets, San Diego, CA, USA, July-August 2001: 1-23.
- [11] Smith M S. Military space programs: issues concerning DoD's SBIRS and STSS programs[R]. AD Report, March 17, 2005.
- [12] 李济生, 等. 航天器轨道确定[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003, 4: 66.
- [13] 谢恺, 薛模根, 周一宇, 等. 天基红外低轨星座对目标的跟踪算法研究[J]. *宇航学报*, 2007, 28(3): 694-701.
Xie Kai, Xue Mo-gen, and Zhou Yi-yu, *et al.* Comparison of ballistic target tracking filters in the space-based infrared LEO constellation[J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(3): 694-701.
- [14] Claude J. Observability and fisher information matrix in nonlinear regression[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(2): 756-759.
- [15] Wang Zhan and Gamini D. Observability analysis of SLAM using Fisher information matrix[C]. Proceedings of 10th international conference on control, automation, robotics and vision. Hanoi, Vietnam, December 17-20, 2008: 1242-1247.
- [16] Xu Zhi-gang, Sheng An-dong, and Li Yin-ya. Cramer-Rao lower bounds for bearings-only maneuvering target tracking with incomplete measurements[C]. Proceedings of 2009 Chinese control and decision conference (CCDC 2009), Guilin, 2009: 2201-2206.
- 赵 砚: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为目标跟踪与资源调度.
- 程洪玮: 男, 1964年生, 总工程师, 研究方向为航天系统工程总体、空间信息处理技术等.
- 易东云: 男, 1965年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为系统分析与集成.