

一种应用于目标宽带 RCS 快速计算的高效预处理技术

赵克明* 孙玉发

(安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室 合肥 230039)

摘 要: 矩量法常与渐近波形估计技术结合用于目标宽带雷达散射截面的快速计算,然而当目标为电大尺寸时,此种方法仍然十分耗时。该文使用一种基于可变内外迭代技术的 Krylov 子空间迭代法 FBICGSTAB 求解由电场积分方程离散得到的大型稠密矩阵方程。同时近场矩阵预处理技术将与双阈值不完全 LU 分解预处理技术结合用于降低 FBICGSTAB 的迭代求解次数。数值计算表明:在不影响精度的前提下,该文方法可以大大提高目标宽带雷达散射截面的计算效率。

关键词: 矩量法; 渐近波形估计; 可变内外迭代法; 近场矩阵预处理

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)-04-0992-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00756

A High Efficient Preconditioning Technique Applied to the Fast Calculation of Wide-band RCS of Objects

Zhao Ke-ming Sun Yu-fa

(Key Lab. of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry Education, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: The Asymptotic Waveform Evaluation (AWE) technique combined with the Method of Moments (MoM) is often applied to accelerate the calculation of the wide-band Radar Cross Section (RCS) of the target. However, when the object is electrically large, the method is still quite time-consuming. Hence, in this paper, a new type of Krylov subspace iterative methods based on flexible inner-outer iterative technique is adopted to solve the large dense matrix equation arising from the discretization of the Electric Field Integral Equation (EFIE). Near-field matrix preconditioning technique combined with the dual threshold incomplete LU factorization preconditioning technique will be applied to the reduction of the iterative number of FBICGSTAB. The numerical results show that the computational efficiency of the wide-band RCS for electrically large objects is improved significantly by using the method presented in this paper without sacrificing much accuracy.

Key words: Method of Moments (MoM); Asymptotic Waveform Evaluation (AWE); Flexible inner-outer iterative method; Near field matrix preconditioning

1 引言

积分方程法作为计算电磁学中的一种重要方法,可分为电场积分方程(EFIE)法、磁场积分方程(MFIE)法、混合场积分方程(CFIE)法。就性能而言 CFIE 最好, MFIE 其次, 而 EFIE 最差。然而 MFIE 和 CFIE 只适用于闭合目标如导体球, 不适用于开放目标如导体平板。EFIE 则适用于任何目标, 因此具有通用性。EFIE 是第一类弗雷德霍姆积分方程, 因此应用矩量法^[1]对其离散得到的阻抗矩阵的条件数将很大, 此时使用迭代法对离散得到的矩阵方程

进行求解时, 将导致收敛很慢, 甚至发散。当目标为电大尺寸时, 更是如此。因此预处理技术的引入显得尤为必要, 通过对原矩阵方程进行预处理, 可大大加快迭代求解的收敛速度。

一些常用的预处理技术, 如对称超松弛(SSOR)预处理^[2]、不完全 LU 分解(ILU)预处理^[3,4]、稀疏近似逆(SAI)预处理^[5,6], 以及最近发展的谱预处理技术^[7]已被用于计算电磁学领域, 且取得了一定的效果。本文利用基于内外迭代技术的 FBICGSTAB^[8]来求解稠密线性系统, 并直接利用近场矩阵^[8]作为预处理器对其进行加速。该方法与渐近波形估计^[9](AWE)技术结合可以实现目标宽带 RCS 的快速计算。通过对理想导体平板、立方体以及球的宽带 RCS 计算验证了本文方法的高效性。

2010-07-19 收到, 2010-12-01 改回

国家自然科学基金(60771034), 安徽省教育厅自然科学研究重点项目(KJ2010A020)和安徽大学“211 工程”学术创新团队基金资助课题

*通信作者: 赵克明 zhm.92@163.com

2 理论

2.1 渐近波形估计技术

对入射场 \mathbf{E}^i 照射下理想导体目标的电磁散射问题,可利用矩量法并采用 RWG^[10]基函数和伽略金法将电场积分方程离散成如下矩阵方程

$$\mathbf{Z}(k)\mathbf{I}(k) = \mathbf{V}(k) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{I}(k)$ 为待求的等效电流系数向量, $\mathbf{Z}(k)$ 为阻抗矩阵, $\mathbf{V}(k)$ 为激励向量。阻抗矩阵元素 Z_{mn} 和激励向量元素 V_m 的计算公式如下

$$Z_{mn} = \frac{jk\eta_0}{4\pi} \int_{S_m} ds \int_{S_n} \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \frac{\exp(-jkR_{mn})}{R_{mn}} ds' - \frac{j\eta_0}{4\pi k} \int_{S_m} ds \int_{S_n} \nabla \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \frac{\exp(-jkR_{mn})}{R_{mn}} ds' \quad (2)$$

$$V_m = \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) ds \quad (3)$$

式中 $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ 为自由空间波数, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ 为自由空间波阻抗, R_{mn} 为场点与源点之间的距离。当场点与源点重合时会产生奇异,式(2)的计算需做特殊处理,具体可参考文献[11],场点与源点不重合时式(3)采用高斯积分法进行计算。传统 MoM 通过对式(1)在给定频带内的频率点进行重复求解得到不同频率下的电流系数向量,进而得到给定频带内的 RCS。当目标为电大尺寸时,阻抗矩阵的填充以及式(1)的求解都将十分耗时,此时大量的重复计算显然不可取。然而渐近波形估计(AWE)技术的引入可有效解决此问题,有关 AWE 技术的详细内容可参见文献[9]。

本文研究的核心问题是 AWE 技术中 $L + M + 1$ 个矩阵方程的快速求解,其中 L 和 M 分别为 Padé 逼近分子多项式和分母多项式的阶数。展开系数向量 \mathbf{m} 的具体计算如下

$$\mathbf{Z}(k_0)\mathbf{m}_0 = \mathbf{V}(k_0) \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}(k_0)\mathbf{m}_n = \left[\frac{\mathbf{V}^{(n)}(k_0)}{n!} - \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{Z}^{(i)}(k_0)\mathbf{m}_{n-i}}{i!} \right], \quad n = 1, \dots, L + M \quad (5)$$

式(5)中 $\mathbf{Z}^{(i)}$ 表示 $\mathbf{Z}(k)$ 的 i 阶导数, $\mathbf{V}^{(n)}$ 表示 $\mathbf{V}(k)$ 的 n 阶导数。

由于本文使用的是电场积分方程,因此 \mathbf{Z} 的条件数将很大,当目标为电大尺寸时更是如此,此时采用迭代法求解时,需要大量迭代步数后才会收敛,甚至出现发散情况。因此需要对式(4)和式(5)进行预处理,加快迭代收敛速度。

2.2 FBICGSTAB

BICGSTAB 即稳定的双共轭梯度法,具有收敛

曲线相对平滑且收敛快的优点。因此常用于求解大型稀疏线性系统。FBICGSTAB 为 BICGSTAB 的一种变形,对于一般的矩阵方程 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$,带左预处理的 FBICGSTAB 具体算法如下:

设定 \mathbf{x}_0 初始值, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{Ax}_0$, $\beta = \|\mathbf{r}_0\|_2$, 选择 $\hat{\mathbf{r}}$, 使 $\langle \hat{\mathbf{r}}, \mathbf{r}_0 \rangle \neq 0$

For $i = 1, 2, \dots$

$$\rho_{i-1} = \langle \hat{\mathbf{r}}, \mathbf{r}_{i-1} \rangle$$

If $\rho_{i-1} = 0$, 则方法失效

If $i = 1$

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{r}_0$$

else

$$\beta_{i-1} = (\rho_{i-1} / \rho_{i-2})(\alpha_{i-1} / \omega_{i-1})$$

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{r}_{i-1} + \beta_{i-1}(\mathbf{p}_{i-1} - \omega_{i-1}\mathbf{v}_{i-1})$$

endif

$$\mathbf{M}_i\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_i$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A}\hat{\mathbf{p}}$$

$$\alpha_i = \rho_{i-1} / \langle \hat{\mathbf{r}}, \mathbf{v}_i \rangle$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{r}_{i-1} - \alpha_i\mathbf{v}_i$$

检验 \mathbf{s} 的范数,假如足够小,则设 $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \alpha_i\hat{\mathbf{p}}$, 且停止迭代

$$\mathbf{M}_i\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{s}}$$

$$\omega_i = \langle \mathbf{t}, \mathbf{s} \rangle / \langle \mathbf{t}, \mathbf{t} \rangle$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{i-1} + \alpha_i\hat{\mathbf{p}} + \omega_i\hat{\mathbf{s}}$$

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{s} - \omega_i\mathbf{t}$$

If $\|\mathbf{r}_i\|_2 < \varepsilon\|\mathbf{b}\|_2$, 则停止迭代

end

观察算法可以发现,与 BICGSTAB 的区别在于 $\mathbf{M}_i\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_i$ 和 $\mathbf{M}_i\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{s}$, 即预处理部分不同,此时预处理器为可变的矩阵 \mathbf{M}_i , 而不是传统的固定预处理器 \mathbf{M}^{-1} 。

2.3 近场矩阵预处理

观察式(2)可以发现, Z_{mn} 的大小与 R_{mn} 的取值密切相关,即随着 R_{mn} 值的增加, Z_{mn} 的值相应减小。因此可根据 R_{mn} 的取值范围确定近场矩阵 \mathbf{Z}_N , 即阻抗矩阵 \mathbf{Z} 中相互作用最强的部分。本文按下式确定近场矩阵元素

$$Z_{Nmn} = \begin{cases} Z_{mn}, & R_{mn} < \varepsilon\lambda \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad m, n = 1, \dots, N \quad (6)$$

ε 为一个取值范围在 0~1 之间的控制参数, λ 表示入射平面波的波长。由此可见, \mathbf{Z}_N 为一个高度稀疏化的矩阵,为降低内存需求,可采用按行压缩存储(CRS)法对其进行稀疏存储。

传统的预处理技术大致可分为隐式预处理技术

和显式预处理技术两种^[6]。隐式预处理技术中最具代表性的便是不完全LU(ILU)分解预处理^[3,4]。通过 Z_N 的ILU分解得到预处理器 $M = LU \approx Z_N$ ，以 $M_i \hat{p} = p_i$ 为例，令 $M_i = LU$ ，预处理过程如下

$$LU\hat{p} = p_i \quad (7)$$

令

$$U\hat{p} = y \quad (8)$$

则

$$Ly = p_i \quad (9)$$

求解式(11)得到 y ，将 y 代入式(10)便可求解得到 \hat{p} 。

显式预处理技术中最具代表性的便是稀疏近似逆^[5](SAI)预处理。通过直接计算 Z_N 的稀疏近似逆，即 $M^{-1} \approx Z_N^{-1}$ ，并作为矩阵方程的预处理器。以 $M_i \hat{p} = p_i$ 为例，令 $M_i^{-1} = M^{-1}$ ，这样可通过直接计算如下形式矩阵向量乘完成预处理

$$\hat{p} = M^{-1}p_i \quad (10)$$

由于 Z_N 为 Z 的近场作用部分，只是 Z 的一个粗略近似，而上述方法中 M 和 M^{-1} 又分别是 Z_N 和 Z_N^{-1} 的近似，这样多级近似势必会影响预处理效果。因此可以考虑直接利用 Z_N 作为预处理，并记此预处理方法为NFP。以 $M_i \hat{p} = p_i$ 预处理过程为例，具体实施过程如下：

(1)在 $M_i \hat{p} = p_i$ 中令 $M_i = Z_N$ ，则 $M_i \hat{p} = p_i$ 可写成

$$Z_N \hat{p} = p_i \quad (11)$$

(2)使用BICGSTAB或GMRES对式(13)进行迭代求解。其中GMRES^[12]即广义最小余量法，也是一种重要的Krylov子空间迭代法，由于在每次迭代过程中只需一次矩阵向量乘，因此具有求解快速的优点。由于 Z_N 的对角占优特性，其条件数相对 Z 来说将很低，且为高度稀疏矩阵，因此利用BICGSTAB或GMRES求解近场矩阵方程式(13)时将很快收敛，此即为内迭代过程。为进一步加快内迭代收敛速度，本文利用 Z_N 的双阈值不完全LU(ILUT)分解^[3]对式(13)进行预处理，即

$$MZ_N \hat{p} = Mp_i \quad (12)$$

由于 M 是由 Z_N 的一次近似分解所得，因此将大大加快内迭代收敛速度。实际操作中为控制内迭代计算量，采用了如下内迭代终止条件

- (a)归一化残差范数 <0.001 ;
- (b)迭代数超过8。

以上两个条件只要有一个条件满足，则内迭代终止。

通过直接采用 Z_N 作为外迭代FBICGSTAB的

预处理器，并通过内迭代具体完成预处理过程，可大大降低外迭代所需的迭代次数，由于内迭代耗时与外迭代耗时相比极小，因此大大提高了原始矩阵式(4)和式(5)的求解效率，进而实现目标宽带RCS的快速计算。

3 数值计算与结果

为验证本文方法的有效性，分别计算了3个不同理想导体目标的宽带RCS。在所有算例中，外迭代均采用FBICGSTAB迭代法，迭代终止条件为：归一化残差范数小于0.001或迭代步数超过1000。内迭代使用BICGSTAB和GMRES两种迭代法，迭代终止条件如上节所述。AWE技术中取 $L=4$ ， $M=3$ 。MoM计算频率间隔为1GHz，AWE为0.1GHz。本文所有计算均在酷睿双核CPU,2G内存的PC机上完成，程序使用Fortran90编写。

本文所取预处理方法包括3种：(1)直接采用双阈值不完全LU分解预处理，记为FBICGSTAB+ILUT；(2)采用近场矩阵预处理，且内迭代使用BICGSTAB，记为FBICGSTAB-BICGSTAB+NFP；(3)采用近场矩阵预处理，且内迭代使用GMRES，记为FBICGSTAB-GMRES+NFP。由于事先对求解精度做出相同规定，因此不同预处理方法改变的仅是矩阵方程的求解速度，而对其解几乎没有影响。因此所有图中仅作出一种预处理方法下的宽带RCS曲线，并记为PAWE。

首先计算了尺寸为 $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ 的理想导体平板的宽带RCS，入射平面波沿 $\theta_i = 90^\circ$ ， $\phi_i = 0^\circ$ 方向入射，计算带宽为12~28GHz，展开频率点为14GHz, 20GHz, 26GHz。未知变量数为5985。RCS频率响应如图1所示。由图1可见预处理结合AWE技术得到的宽带RCS与矩量法逐点计算结果吻合良好。

然后考虑半径为1cm的理想导体球，计算带宽为10~26GHz，展开频率点为17GHz, 24.5GHz，未知变量数为5070。RCS频率响应如图2所示。由图2可见预处理结合AWE技术得到的宽带RCS与MIE解析解结果吻合良好。

最后考虑尺寸为 $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ 的理想导体立方体。入射平面波沿 $\theta_i = 0^\circ$ ， $\phi_i = 0^\circ$ 方向入射，带宽为12~30GHz，展开频率点为20GHz，未知变量数为5832。RCS频率响应如图3所示。由图3可见预处理结合AWE技术得到的宽带RCS与矩量法逐点计算结果吻合良好。

同一算例的各展开频率点在不同预处理技术下式(4)的迭代求解次数和总的CPU时间如表1所示。由表1可见3个算例在未使用预处理技术时都需要

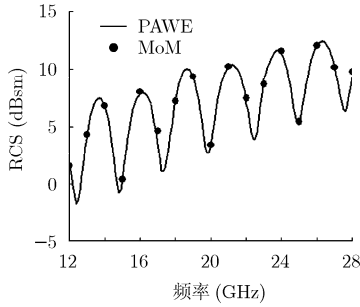


图 1 导体平板的宽带 RCS

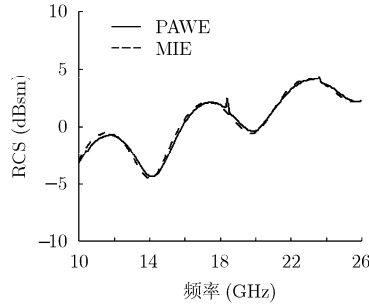


图 2 导体球的宽带 RCS

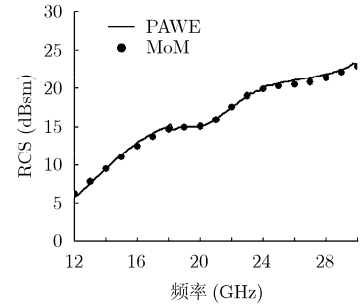


图 3 导体立方体的宽带 RCS

表 1 不同预处理技术下的迭代次数及 CPU 时间比较

算例	频率 (GHz)	无预处理		FBICGSTAB+ILUT		FBICGSTAB-BICGTAB+NFP			FBICGTAB-GMRES+NFP		
		迭代数	时间(s)	迭代数	时间(s)	内迭代数	外迭代数	时间(s)	内迭代数	外迭代数	时间(s)
平板	14	367	6191	20	695	144	9	565	144	9	563
	20	236	4918	11	552	68	9	542	114	9	548
	26	233	4464	13	577	71	11	563	112	11	576
球	17	170	2852	30	615	288	19	547	360	18	536
	24.5	171	2293	37	655	229	16	535	272	17	530
立方体	20	255	4666	28	770	200	14	679	224	14	667

大量迭代步数后才会收敛，而使用预处理技术后迭代步数都大大降低，且使用本文所述的近场矩阵预处理技术后，所需迭代步数最少，总的 CPU 时间也最节省，当采用 GMRES 对近场矩阵方程进行求解时在 CPU 时间方面总体上要优于 BICGSTAB，原因在于 GMRES 的每次迭代只需一次矩阵向量乘，而 BICGSTAB 的每次迭代则需要两次矩阵向量乘。同时可以看出利用近场预处理技术时尽管内迭代次数较多，然而其耗时相对于外迭代来说极小，而外迭代次数却显著减少，因此总的计算时间得到有效节省。

4 结论

本文利用 FBICGSTAB 对 EFIE 离散得到的大型稠密矩阵方程进行求解，同时通过使用 BICGSTAB 或 GMRES 对近场矩阵方程的快速近似求解来间接完成 FBICGSTAB 的预处理工作，大大降低了其迭代求解次数。该方法与 AWE 技术结合对不同目标的宽带 RCS 进行了计算。数值结果表明：相对于传统的双阈值不完全 LU 分解预处理技术相比，本文所述方法更具有优势，可以更加快速地实现目标宽带 RCS 的计算。

参考文献

[1] Harrington R F. Field Computation by Moment Method [M]. New York: Macmillan, 1968: 22-57.

[2] Ding D Z, Chen R S, and Fan Z H. SSOR preconditioned inner-outer flexible GMRES method for MLFMM analysis of scattering of open objects [J]. *Progress In Electromagnetics Research*, 2009, 89(1): 339-357.

[3] Lee J, Zhang Jun, and Lu Cai-Cheng. Incomplete LU preconditioning for large scale dense complex linear systems from electromagnetic wave scattering problems [J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 185(1): 158-175.

[4] Malas T and Gürel L. Incomplete LU preconditioning with the multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2007, 29(4): 1476-1494.

[5] Malas T and Gürel L. Accelerating the multilevel fast multipole algorithm with the sparse- approximate-inverse (SAI) preconditioning [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2009, 31(3): 1968-1984.

[6] Bruno Carpentieri. Algebraic preconditioners for the fast multipole method in electromagnetic scattering analysis from large structures: trends and problems [J]. *Electronic Journal of Boundary Elements*, 2009, 7(1): 13-49.

[7] Ding D Z, Chen R S, and Fan Z H. Application of two-step spectral preconditioning technique for electromagnetic scattering in half space [J]. *Progress In Electromagnetics Research*, 2009, 94(1): 383-402.

[8] Vogel J A. Flexible BICG and flexible Bi-CGSTAB for

- nonsymmetrical linear systems [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 188(1): 226–233.
- [9] Reddy C J, Deshpande M D, Cockrell C R, and Beck F B. Fast RCS computation over a frequency band using method of moments in conjunction with asymptotic waveform evaluation technique [J]. *IEEE Transactions Antennas and Propagation*, 1998, 46(8): 1229–1233.
- [10] Rao S M, Wilton D R, and Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape [J]. *IEEE Transactions Antennas and Propagation*, 1982, 30(3): 409–418.
- [11] Asvestas J S, Yankovich S P, and Allen O E. Calculation of the impedance matrix inner integral to prescribed precision [J]. *IEEE Transactions Antennas and Propagation*, 2010, 58(2): 479–487.
- [12] Saad Y and Schultz M H. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetrical linear systems [J]. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 1986, 7(3): 856–869.
- 赵克明: 男, 1987 年生, 硕士生, 研究方向为计算电磁学、并行计算.
- 孙玉发: 男, 1966 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为计算电磁学、电磁散射和天线理论与技术等.