

基于特征线方法的无源传输线模型

闫旭* 李玉山 高崧 曲咏哲 丁同浩
(西安电子科技大学电路CAD所 西安 710071)

摘要: 基于特征线方法的传输线模型只能保证模型的因果性,但是不能保证模型的无源性。针对上述问题,该文提出了一种无源性补偿方法来实现传输线宏模型的无源性。该方法扩展了现有的用于集总模型的无源性补偿算法,以等式约束的二次规划方法为基础,采用拉格朗日乘法进行优化。数值例子表明该方法在有限的仿真时间内产生了精确的无源宏模型。

关键词: 无源传输线; 特征线方法; 无源性; 二次规划

中图分类号: TN801

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)-04-0927-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2010.00685

A Passive Transmission-line Macromodel Based on the Method of Characteristics

Yan Xu Li Yu-shan Gao Song Qu Yong-zhe Ding Tong-hao
(Institute of Electronic CAD, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: Although the algorithms based on the Method of Characteristics (MoC) can ensure the transmission-line causality, there is no guarantee of passivity of the resulting macromodels. This paper proposes a new perturbation method for the passivity enforcement of MoC-based macromodels. The method generalizes the recently developed method that is introduced for lumped macromodels, which is based on quadratic programming with equality constraint. This associated optimization problem can be solved by the method of Lagrange multipliers. Numerical examples show that the presented method yields accurate passive macromodels in a limited simulation time.

Key words: Passive transmission line; Method of Characteristics (MoC); Passivity; Quadratic programming

1 引言

随着半导体工艺的不断提高,信号上升时间不断减小,延迟、衰减、反射、串扰等互连效应变成限制系统性能的主要因素。对互连精确地建模变得非常重要。随着频率的增加,传统的集总模型不能准确描述互连线的性能,必须使用分布式多导体传输线模型。基于MoC的宏模型是一种非常有效的建模方法^[1]。因此本文集中处理这类宏模型。

MoC宏模型为物理尺寸较长的传输线提供了一种快速求解的方法^[2]。基于MoC的宏模型虽然可以保证传输线的因果性,但是却不能保证模型的无源性^[3]。如果这些宏模型中存在非无源宏模型,那么系统仿真可能会出现不稳定的输出^[4]。为了使电子互连模型与实际电路一致,模型必须满足无源性。

宏模型的无源性问题已经越来越受关注。集总(无延迟)宏模型无源性的实现方法有很多,包括凸优化、二次规划(QP)、哈密顿方法。但是带延迟宏模型的无源性补偿算法相对较少^[5]。基于哈密顿的方法首先被引入到带延迟宏模型中。但是对于数值上病态的情况(频率相关的哈密顿矩阵的特征值分布很密集),算法将很难收敛。文献[6-8]提出了一种基于迭代采样和能量函数的方法,由于避免求解频率相关的哈密顿矩阵,因此克服了上述的数值问题。但是由于采用凸优化方法进行求解,所以仿真时间较长。本文所提出的方法扩展了现有的适用于集总模型的二次规划算法^[9,10]。该方法是一种利用纯代数实现宏模型无源性的方法。通过扰动多导体传输线特性导纳的留数矩阵来迭代补偿无源性违背^[6]。本文充分利用问题的稀疏性,不仅增加了模型的有效性,还降低了内存和仿真时间的需要。

2 MoC 宏模型

在这节,简短回顾基于MoC的传输线宏模型。多导体传输线用拉普拉斯域的电报方程^[11]可以表示为

2010-07-02收到, 2010-10-08改回

国家自然科学基金(60871072, 60672027)和国家教育部博士点基金(20050701002)资助课题

*通信作者: 闫旭 yanxu@mail.xidian.edu.cn

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{V}(z,s)}{\partial z} &= -(\mathbf{R}(s) + s\mathbf{L}(s))\mathbf{I}(z,s) \\ \frac{\partial \mathbf{I}(z,s)}{\partial z} &= -(\mathbf{G}(s) + s\mathbf{C}(s))\mathbf{V}(z,s) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{R}(s)$, $\mathbf{L}(s)$, $\mathbf{G}(s)$, $\mathbf{C}(s)$ 分别表示单位长度的电阻, 电感, 电导, 电容矩阵。 $\mathbf{V}(z,s)$, $\mathbf{I}(z,s)$ 分别表示传输线在任意位置 z 的电压和电流。使用 MoC 方法, 式(1)的解可以用终端电压和电流表示, 如下:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I}_1(s) &= \mathbf{Y}_c(s)\mathbf{V}_1(s) - \mathbf{Q}(s)[\mathbf{Y}_c(s)\mathbf{V}_2(s) + \mathbf{I}_2(s)] \\ \mathbf{I}_2(s) &= \mathbf{Y}_c(s)\mathbf{V}_2(s) - \mathbf{Q}(s)[\mathbf{Y}_c(s)\mathbf{V}_1(s) + \mathbf{I}_1(s)] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{Q}(s) = e^{-\Gamma(s)d} \quad (3)$$

$$\mathbf{\Gamma}(s) = \sqrt{(\mathbf{G}(s) + s\mathbf{L}(s))(\mathbf{R}(s) + s\mathbf{C}(s))} \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_c(s) = \mathbf{\Gamma}^{-1}(s)(\mathbf{G}(s) + s\mathbf{L}(s)) \quad (5)$$

d 为传输线的长度。由于 $\mathbf{Q}(s)$ 包含延迟和衰减元件, 为了与 SPICE 兼容, MoC 逼近无延迟的矩阵 $\mathbf{P}(s)$ 代替 $\mathbf{Q}(s)$ 。 $\mathbf{P}(s)$ 的定义如下:

$$\mathbf{P}(s) = e^{-s\mathbf{T}}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}(s)\mathbf{M} \quad (6)$$

其中 $e^{-s\mathbf{T}}$ 代表延迟项, 矩阵 \mathbf{T} 是一个对角矩阵, 它的对角元素是 $d\sqrt{\mathbf{C}_\infty\mathbf{L}_\infty}$ 的特征值, \mathbf{M} 是相应的特征向量矩阵, \mathbf{C}_∞ , \mathbf{L}_∞ 分别表示频率为 ∞ 时的单位长度电容和电感矩阵。

从式(2)-式(6)可以得到传输线的 MoC 宏模型。

$$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}(s) & \mathbf{W}_{12}(s) \\ \mathbf{W}_{12}(s) & \mathbf{W}_{11}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Y}}_c(s) \\ \tilde{\mathbf{Y}}_c(s) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{W}_{11}(s) &= \mathbf{W}_0^{-1}(s)\mathbf{W}_1(s) \\ \mathbf{W}_{12}(s) &= \mathbf{W}_0^{-1}(s)\mathbf{W}_2(s) \\ \mathbf{W}_0 &= \mathbf{I} - \mathbf{M}e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s)e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s)\mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{W}_1 &= \mathbf{I} + \mathbf{M}e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s)e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s)\mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{W}_2 &= -2\mathbf{M}e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s)\mathbf{M}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

\mathbf{I} 表示单位矩阵, $\tilde{\mathbf{P}}(s)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_c(s)$ 分别表示传输算子 $\mathbf{P}(s)$ 和特性导纳 $\mathbf{Y}_c(s)$ 的有理函数逼近。根据文献[10], 将它们写成状态方程的形式为

$$\tilde{\mathbf{Y}}_c(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I}_y - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}(s) = \tilde{\mathbf{C}}(s\mathbf{I}_p - \tilde{\mathbf{A}})^{-1}\tilde{\mathbf{B}} \quad (10)$$

其中 \mathbf{I}_y , \mathbf{I}_p 均表示单位矩阵。

利用相似变换将状态方程的复系数转化为实系数^[10], 可以提高计算速度。

3 无源性补偿

3.1 无源性检查

网络的无源性是指网络不会产生能量。对于导

纳矩阵, 无源性条件可以概括为

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{2}(\mathbf{Y}(s) + \mathbf{Y}^H(s)) \geq 0, \quad \forall s = j\omega \quad (11)$$

对于单端网络, 只要 $\mathbf{Y}(s)$ 的实部是非负的就能满足无源性条件; 对于多端网络, 只要保证所有频率下 $\mathbf{G}(s)$ 的特征值为非负即可。

上述条件可以等效为两个子系统

$$\mathbf{Y}_{1,2}(s) = \mathbf{W}_\pm(s)\mathbf{W}_\mp(s)\tilde{\mathbf{Y}}_c(s) \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{W}_\pm(s) = \mathbf{I} \pm \mathbf{M}e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{P}}(s)\mathbf{M}^{-1} \quad (13)$$

是正实的^[3], 即

$$\mathbf{G}_{1,2}(s) = \frac{1}{2}(\mathbf{Y}_{1,2}(s) + \mathbf{Y}_{1,2}^H(s)) \geq 0 \quad (14)$$

将式(10)代入式(13), 得

$$\mathbf{W}_\pm(s) = \pm\mathbf{C}_w(s\mathbf{I}_p - \mathbf{A}_w)\mathbf{B}_w^{-1} + \mathbf{D}_w \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_w &= \tilde{\mathbf{A}}, \quad \mathbf{B}_w = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{M}^{-1}, \quad \mathbf{C}_w = \mathbf{M}e^{-s\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{M}\mathbf{C}_T, \\ \mathbf{D}_w &= \mathbf{I}, \quad \mathbf{C}_T = \{\tilde{c}_{ij}^k e^{-sT_j}\} = [\tilde{\mathbf{C}}_1 e^{-sT_1}, \tilde{\mathbf{C}}_2 e^{-sT_2}, \dots, \\ &\quad \tilde{\mathbf{C}}_{N_c} e^{-sT_{N_c}}]. \end{aligned}$$

使用拉氏逆变换将式(15)转变为延时状态方程的形式为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_w\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_w\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \pm \sum_{k=1}^{N_c} \mathbf{C}_w^k \mathbf{x}(t - T_k) + \mathbf{D}_w\mathbf{u}(t) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{C}_w^k = [\dots, 0, \tilde{\mathbf{C}}_k, 0, \dots]$, T_k 表示延迟。

文献[3]中也证明了当且仅当没有纯虚数值满足以下的频率相关的特征值问题时系统是无源的。

$$s\xi = \mathbf{H}_{1,2}(s)\xi \quad (17)$$

其中 $\mathbf{H}_{1,2}(s)$ 是频率相关的哈密顿矩阵, 它的详细表达式可以从文献[3]中得到, 这里没有给出。

为了求出式(17)的纯虚数解, 本文采用文献[2]中提出的策略。首先, 找出 $\mathbf{H}_{1,2}(s)$ 的虚数特征值可能存在的地方。然后, 使用一个适当的切比雪夫多项式将式(17)转化成一个广义的多项式特征值问题, 它的解将为无源性违背区域提供精确边界。

在每个无源性违背的频带内, 找出无源性违背最大的频率, 加入到集合 \mathbf{S}_2 中。

3.2 无源性的补偿算法

本文采用等式约束的 QP 算法进行无源性补偿。下面对目标函数和约束函数分别进行分析。

3.2.1 建立约束函数 为了确保宏模型是无源的, 需要扰动宏模型的某些参数以使 $\mathbf{G}(s)$ 的所有特征值均为非负的。这里, 对特性导纳的留数矩阵 \mathbf{C} 施加一个扰动量 $\Delta\mathbf{C}$ 。相应地, 引入到导纳矩阵的扰动为

$$\Delta\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}(s) & \mathbf{W}_{12}(s) \\ \mathbf{W}_{12}(s) & \mathbf{W}_{11}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tilde{\mathbf{Y}}_c(s) \\ \Delta\tilde{\mathbf{Y}}_c(s) \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中 $\Delta \tilde{\mathbf{Y}}_c(s) = \Delta \mathbf{C}(s\mathbf{I}_y - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}$ 。

考虑单一频率 $\omega_k \in \mathcal{S}_2$, $\mathbf{G}(j\omega_k)$ 的一阶特征值扰动^[10]为

$$\tilde{\lambda}_k = \lambda_k + \mathbf{v}_k^H(\Delta \mathbf{G})\mathbf{v}_k \quad (19)$$

其中 \mathbf{v}_k 表示与负特征值 λ_k 相对应的归一化特征向量, $\tilde{\lambda}_k$ 表示扰动后的特征值。为了使 $\tilde{\lambda}_k \geq 0$, 扰动矩阵 $\Delta \mathbf{C}$ 应该满足 $\mathbf{z}_k \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) \geq -\lambda_k$, 写成等式的形式为

$$\mathbf{z}_k \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) = -\lambda_k + \tau \quad (20)$$

其中

$$\mathbf{z}_k = \text{Re}((\tilde{\mathbf{K}}_k \mathbf{v}_{1k})^T \otimes (\mathbf{v}_{1k}^H \mathbf{w}_{1k}) + (\tilde{\mathbf{K}}_k \mathbf{v}_{2k})^T \otimes (\mathbf{v}_{2k}^H \mathbf{w}_{2k})) \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_k = \text{diag}\{\mathbf{K}_k, \mathbf{K}_k\}, \quad \mathbf{K}_k = (s_k \mathbf{I}_y - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (22)$$

$$\mathbf{w}_{1k} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11}(s_k) \\ \mathbf{W}_{12}(s_k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_{2k} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{12}(s_k) \\ \mathbf{W}_{11}(s_k) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{v}_k = [\mathbf{v}_{1k}^T, \mathbf{v}_{2k}^T]^T \quad (24)$$

为了计算方便, 将 \mathbf{v}_k 分为两个大小相等的子向量。 $\text{vec}(\Delta \mathbf{C})$ 表示由 $\Delta \mathbf{C}$ 的列向量堆叠而成的矢量, τ 为预定义的容限函数, 实际上略大于 0, 本实验中取 $\tau = 1e-6$ 。

对 \mathcal{S}_2 中的每个频率抽样定义上述的线性约束, 将所有约束放在一起, 写成紧凑的矩阵形式为

$$\mathbf{Z} \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) = \mathbf{g} \quad (25)$$

3.2.2 建立目标函数 本文的目标函数基于最小二乘, 并且充分利用了矩阵的稀疏性。我们的目标是在最小均方误差意义下找到问题式(26)的解。

$$\mathbf{Y}_p(s_i) - \mathbf{Y}_r(s_i) \rightarrow 0, \quad \forall s_i \in \mathcal{S} \quad (26)$$

其中 $\mathbf{Y}_r(s_i)$ 为原始模型在 s_i 处的数据, $\mathbf{Y}_p(s_i)$ 为所求解的模型在 s_i 处的数据。

式(26)也可以表示为

$$\mathbf{H}_i \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) \rightarrow \text{vec}(\mathbf{R}_i) \quad (27)$$

其中 $\mathbf{H}_i = [(\mathbf{K}_i^T \otimes \mathbf{w}_{1i})^T, (\mathbf{K}_i^T \otimes \mathbf{w}_{2i})^T]^T$, $\mathbf{R}_i = \mathbf{Y}_r(s_i) - \mathbf{Y}_p(s_i)$, $\mathbf{Y}(s_i)$ 表示多导体传输线的 MoC 宏模型。在最小均方意义下, 目标函数表示为

$$\text{Min: } \frac{1}{2} \text{vec}(\Delta \mathbf{C})^T \mathbf{X} \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) - \mathbf{f}^T \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) \quad (28)$$

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^{N_s} (\text{Re}(\mathbf{H}_i^T) \text{Re}(\mathbf{H}_i) + \text{Im}(\mathbf{H}_i^T) \text{Im}(\mathbf{H}_i)) \quad (29)$$

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^{N_s} (\text{Re}(\mathbf{H}_i^T) \text{Re}(\text{vec}(\mathbf{R}_i)) + \text{Im}(\mathbf{H}_i^T) \text{Im}(\text{vec}(\mathbf{R}_i))) \quad (30)$$

其中 N_s 为采样频率的数目。

3.2.3 求解最小均方问题 在条件式(25)的约束下, 将目标函数式(28)最小化是一个标准的等式约束的

二次规划问题。根据拉格朗日乘法, 它的最优解必须满足以下条件:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Z}^T \\ \mathbf{Z} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{vec}(\Delta \mathbf{C}) \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \end{pmatrix} \quad (31)$$

其中 α 为拉格朗日乘数。方程式(31)可以写成以下的解析形式^[9]:

$$\alpha = (\mathbf{Z}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{Z}^T)^{-1} (\mathbf{Z}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{f} - \mathbf{g}) \quad (32)$$

$$\text{vec}(\Delta \mathbf{C}) = \mathbf{X}^{-1} (\mathbf{f} - \mathbf{Z}^T \alpha) \quad (33)$$

3.2.4 实现全局无源性补偿 由于本文提出的方法是在离散的频率点进行无源性补偿, 为了达到全局无源性, 需要进行迭代。因此, 我们将以上的算法嵌入到迭代程序中。整体算法如图 1 所示。

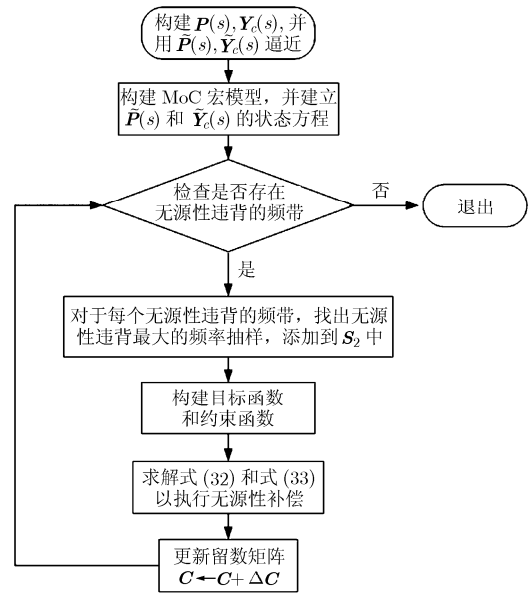


图 1 无源性补偿算法的流程

4 仿真与性能分析

本文所有的仿真均是在处理器为 Pentium IV, 主频为 2 GHz, 内存为 2 G 的主机上运行的。

考虑一个 4 cm 长的两导体传输线^[2], 它的单位长度参数给出如下: $R=0.014 \text{ k}\Omega/\text{m}$, $L=0.63 \text{ }\mu\text{H}/\text{m}$, $G=0.001 \text{ mS}/\text{m}$, $C=110 \text{ pF}/\text{m}$ 。

首先, 使用矢量拟合^[12,13]来逼近特性导纳 $\mathbf{Y}_c(s)$ 和无延迟的传输算子 $\mathbf{P}(s)$, 利用式(7)来构建初始宏模型。通过第 3 节的无源性检查程序, 可知该宏模型有两个纯虚数特征值: $s = j4.7555 \times 10^5$, $j8.3702 \times 10^6$ 。利用本文所提出的方法来实现宏模型的无源性。对于本实验, 所提算法只需要一次迭代就能完成无源性的补偿。图 2 比较了无源性补偿之前和之后的 MoC 宏模型, 两条曲线非常吻合。

为了进一步验证该方法的有效性, 基于迭代采

样和能量函数的方法^[7]也被给出(为了方便,称此方法为ISTP方法)。图3显示了特征值 $\lambda_1(j\omega)$ 在1-10 GHz的频率范围内的变化情况。为了更清楚地看到无源性补偿的效果,图4(a)和4(b)中分别给出了图3在低频和在高频时的放大图。这些图表明两种无源性补偿算法都达到了很好的效果。但是从表1可以看出本文所提出的算法在保留精度的情况下要远远快于ISTP方法。

表1 各种方法的比较

方法	本文方法	ISTP方法
迭代次数	1	4
总仿真时间(s)	0.07	1.99
平均仿真时间(s)	0.07	0.5
均方误差	2.4e-4	3.0e-4

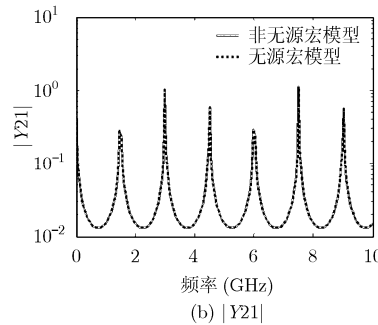
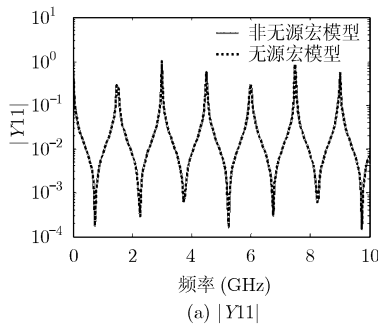


图2 对频率响应进行比较

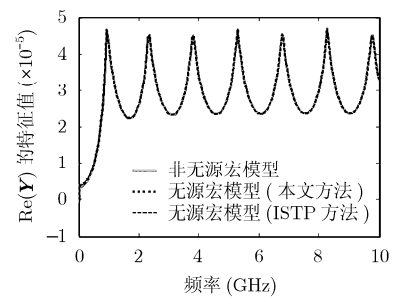
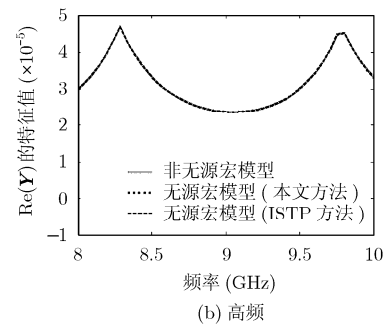
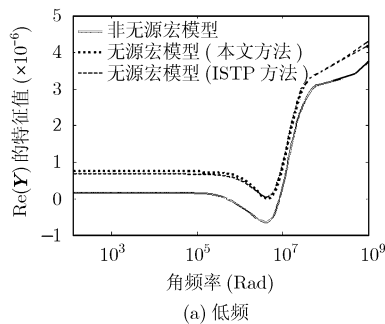


图3 对Re(Y)的特征频谱进行比较

图4 $\lambda_1(j\omega)$ 的放大图

5 结束语

本文提出了一种有效的算法来补偿多导体传输线的MoC宏模型的无源性。这种方法以等式约束的二次规划方法为基础,将复杂的数值优化求解问题转变为简单的线性方程组求解问题,提高了仿真效率。该算法是在离散的频率点进行无源性补偿,经过多次迭代达到全局无源性。通过实例仿真表明方法在有限的仿真时间内产生了精确的无源宏模型。

参考文献

- [1] Grivet-Talocia S, Huang H M, Ruehli A E, Canavero F, and Elfadel I M. Transient analysis of lossy transmission lines: an efficient approach based on the method of characteristics[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2004, 27(1): 45-56.
- [2] Gad E, Chen C, Nakhla M, and Achar R. Passivity verification in delay-based macromodels of electrical

interconnects[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, 2005, 52(10): 2173-2187.

- [3] Chen C, Gad E, Nakhla M, and Achar R. Passivity verification in delay-based macromodels of multiconductor electrical interconnects[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2007, 30(2): 246-256.
- [4] Triverio P, Grivet-Talocia S, and Nakhla M. Stability, causality, and passivity in electrical interconnect models[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2007, 3(4): 795-808.
- [5] China A, Triverio P, and Grivet-Talocia S. Delay-based macromodeling of long interconnects from frequency-domain terminal responses[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2010, 31(1): 246-256.
- [6] Chen C, Saraswat D, Achar R, Gad E, Nakhla M, and Yagoub M C. Passivity compensation algorithm for method-of-characteristics-based multiconductor transmission line interconnect macromodels[J]. *IEEE Transactions on Very*

- Large Scale Integration Systems*, 2009, 17(8): 1061-1071.
- [7] China A and Grivet-Talocia S. Perturbation schemes for passivity enforcement of delay-based transmission line macromodels[J]. *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, 2008, 31(3): 568-578.
- [8] Charest A, Nakhla M, Achar R, and Chen C. Passivity verification and enforcement of delayed rational function macromodels from networks characterized by tabulated data[C]. Proc. 13th Signal Propag. Interconnects Workshop, Strasbourg, France, 2009: 1-4.
- [9] Gao S, Li Y S, and Zhang M S. An efficient algebraic method for the passivity enforcement of macromodels[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2010, 58(7): 1830-1839.
- [10] 闫旭, 李玉山, 高崧, 丁同浩, 曲咏哲. 一种实现导纳矩阵宏模型无源性的快速方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2011, 38(1): 153-158.
- [11] Paul C R. Analysis of Multiconductor Transmission Line[M]. New York: Wiley, 1994, Chapter 2.
- [12] Gustavsen B and Semlyen A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1999, 14(3): 1052-1061.
- [13] Ramirez A. Vector fitting-based calculation of frequency-dependent network equivalents by frequency partitioning and model-order reduction[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009, 24(1): 410-415.
- 闫旭: 女, 1984年生, 博士生, 研究方向为高速互连设计与信号完整性分析、电源分配网络设计、宏模型提取与分析。
- 李玉山: 男, 1945年生, 博士生导师, 从事电子自动化设计、计算机视觉处理电路与系统设计、高速系统设计与信号完整性研究。