

具有反馈信息的迭代学习控制律在 Lebesgue- p 范数意义下的收敛性

阮小娥¹ 连建帮¹ 吴慧卓¹

摘要 针对一类线性时不变系统, 提出了具有反馈信息的 PD-型 (Proportional-derivative-type) 迭代学习控制律, 利用卷积的推广的 Young 不等式, 分析了控制律在 Lebesgue- p 范数意义下的单调收敛性. 分析表明, 收敛性不但决定于系统的输入输出矩阵和控制律的微分学习增益, 而且依赖于系统的状态矩阵和控制律的比例学习增益; 进一步, 当适当选取反馈增益时, 反馈信息可加快典型的 PD-型迭代学习控制律的单调收敛性. 数值仿真验证了理论分析的正确性和控制律的有效性.

关键词 迭代学习控制, 反馈, Lebesgue- p 范数, 单调收敛

DOI 10.3724/SP.J.1004.2011.00513

Convergence of Iterative Learning Control with Feedback Information in the Sense of Lebesgue- p Norm

RUAN Xiao-E¹ LIAN Jian-Bang¹ WU Hui-Zhuo¹

Abstract This paper addresses a kind of proportional-derivative-type (PD-type) iterative learning control updating law with feedback information for a class of linear time-invariant systems. By taking advantage of the generalized Young inequality of convolution integral, monotone convergence of the updating law is analyzed in the sense of Lebesgue- p norm. The analysis indicates that the convergence is determined not only by the system input-output matrix and the derivative learning gain, but also by the system state matrix and the proportional learning gain. It is further shown that the feedback information may speed up the convergence of the typical PD-type rule when the feedback gains are properly chosen. Numerical simulation exhibits the validity and the effectiveness.

Key words Iterative learning control, feedback, Lebesgue- p norm, monotone convergence

上世纪 80 年代, Arimito 针对机器人手臂尝试多次重复跟踪某一理想轨线问题, 提出了迭代学习控制 (Iterative learning control) 方法^[1]. 其基本控制机理是利用系统当前运行时的跟踪误差信息, 修正其控制输入, 以得到系统下次运行时的控制输入. 随着系统运行次数的不断递增, 迭代学习控制单元将产生一递推型控制输入序列. 其控制目标是: 当该序列依次激励系统时, 系统的输出轨线越来越逼近理想轨线, 最终实现完全跟踪理想轨线. 由于构建迭代学习控制律不依赖于系统的动力学知识, 迭代学习控制方法和研究受到了众多学者的青睐, 已经发展为最主要的智能控制方法之一^[2-5].

在迭代学习控制研究中, 为了保证控制律的可靠性, 一个最基本的问题是理论分析学习控制律的收敛性. 在现有的迭代学习控制研究文献中, 绝大部分的研究采用了 λ -范数度量跟踪误差 (其定义见第 1 节). 可以看出, λ -范数是一种负指数函数加权型的上确界范数. 那么, 在系统运行过程中, 运行时刻越接近于运行区间的上界, 加权系数越小. 这时, 即使在某时刻的跟踪误差很大, 误差的 λ -范数值也不一定在该时刻取得. 因此, λ -范数在某种程度上不能客观地量化跟踪误差的本质特征. 而且, 在 λ -范数度量意义下的收敛性证明过程中, 当 λ 充分大时才能保证控制律的收敛性^[1-8]. 然而, Lee 和 Bien 已经观察到, 当参数 λ 的取值较大时, 尽管在理论上能保证学习控制律在 λ -范数意义下的单调收敛性, 但在系统的初始重复性运行阶段, 其暂态跟踪误差的上确界值会超出实际工程系统的误差容许范围, 从而导致系统瘫痪^[9]. 为了避免 λ -范数的这一缺陷, Park 和 Bien 研究了基于跟踪误差的典型的 PD-型 (Proportional-derivative-type) 迭代学习控制律在上确界范数意义下的收敛性^[10]. 分析表明, 在上确界范数意义下, 控制律的单调收敛性只能在某一子区间内得到保证, 该区间的上界由系统动力学和学习增益确定, 而在系统的整个运行区间上的收敛性态不得而知. 进一步, Park 和 Bien 研究了运行区间可调整的迭代学习控制机制和控制律可子区间化修正的迭代学习控制策略, 以保证学习控制律在上确界范数意义下的单调收敛性^[10-11]. 但其控制律算法结构非常复杂, 很难应用于实际工程系统. 从工程的可应用性角度讲, 只有结构简单, 而且在通常度量意义下, 如误差平方积分度量意义下, 单调收敛的学习控制律才是可执行的.

无论是在理论研究中还是在实际应用中, Lebesgue- p 范数是一个很好的度量方法. 它不但考虑了函数 f 在整个运行区间上的上确界值, 而且考虑了 f 在整个运行区间上各个运行时刻的函数值的 p 次方积分, 从而能更合理地量化和反映函数 f 的性态. 譬如, 在实际工程应用中, $p = 2$ 时的 Lebesgue-2 范数常常用来量化信号函数 f 的能量等. 目前为止, 只有极少数学者采用 Lebesgue- p 范数研究迭代学习控制的跟踪行为, 但未涉及算法的单调收敛性态^[12-13]. 而且, 最新的研究成果采用了 Lebesgue-2 范数评估迭代学习控制律跟踪性态^[14]. 但该控制律的算法结构、应用对象以及分析方法与本文相应的内容有所不同.

由于基于跟踪误差的典型的 PD-型迭代学习控制律的算法结构简单, 而且其比例和导数项有明确的物理意义, 因而受到许多学者的追捧. 但其收敛性分析中, 以上所述的不足使得其在实际工程中的可执行性受到质疑. 然而, 作者在多次数值仿真中观察到, 在典型的 PD-型迭代学习控制律中, 如果适当选取学习增益, 系统的跟踪误差在 Lebesgue- p 范数度量意义下是单调收敛的, 因而在实际应用中是可执行的; 而且, 在该控制律中, 引入系统运行中的反馈信息可加快学习过程的收敛性. 因此, 理论论证具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律在 Lebesgue- p 范数度量意义下的单调收敛性是至关重要的.

本文针对具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律, 利用卷积的推广的 Young 不等式分析其在 Lebesgue- p 范数意义下的单调收敛性. 同时, 讨论典型的 PD-型迭代学习控制律的单调收敛性, 确定学习增益和系统动力学对控制律的收敛性的主导作用.

收稿日期 2010-06-02 录用日期 2010-10-13
Manuscript received June 2, 2010; accepted October 13, 2010
国家自然科学基金 (F030114-60974140) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China (F030114-60974140)

1. 西安交通大学理学院数学系 西安 710049
1. Department of Mathematics, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049

1 具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律

我们考虑一类单输入单输出线性定常系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \quad t \in [0, T] \end{cases} \quad (1)$$

其中, $[0, T]$ 为系统运行区间, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为 n 维状态变量, $u(t) \in \mathbf{R}$ 和 $y(t) \in \mathbf{R}$ 分别为纯量控制输入和控制输出, A , B 和 C 为具有相应维数的矩阵, 而且假设 $CB \neq \mathbf{0}$. 不失一般性, 假设系统 (1) 的动力学不完全可知, 但系统 (1) 在区间 $[0, T]$ 上多次重复运行时的初始状态是可重置的, 且期望的理想轨线给定. 为了实现系统最终完全跟踪理想轨线, 我们构造具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律: 假设 $u_1(t)$, $t \in [0, T]$, 为任一初次运行时的控制输入, 利用 $u_1(t)$ 激励系统 (1) 时的跟踪误差和跟踪误差的变化率, 以修正系统当前运行的控制输入 $u_1(t)$, 产生系统下次运行的前馈控制输入, 该前馈控制输入和系统在下次运行时的反馈误差及误差的变化率叠加后, 构成系统下次运行的控制输入 $u_2(t)$. 依次类推, 可得到一递推型具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制输入序列, 其数学表达式如下:

- 1) $u_1(t)$, $t \in [0, T]$, 为任意初次控制输入;
- 2) 当 $k = 1, 2, \dots$ 时,

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_{p1}e_k(t) + \Gamma_{d1}\dot{e}_k(t) + \Gamma_{p0}e_{k+1}(t) + \Gamma_{d0}\dot{e}_{k+1}(t), \quad t \in [0, T] \quad (2)$$

其中, 下标 k 为迭代次数, Γ_{p1} 和 Γ_{d1} 分别为比例和微分学习增益, Γ_{p0} 和 Γ_{d0} 分别为比例和微分反馈增益. 这里, $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 为跟踪误差, 其中, $y_d(t)$ 为事先设定的理想轨线, $y_k(t)$ 为当控制律 (2) 表示的控制输入 $u_k(t)$ 激励系统 (1) 时的输出. 基于以上系统的初始状态的可重置性假设, 我们可以设定理想轨线, 使得理想的初始输出与系统的初始输出完全匹配, 即: $e_k(0) = y_d(0) - y_k(0) = 0$, $k = 1, 2, \dots$.

显然, 在上述控制律 (2) 中, 当反馈增益 Γ_{p0} 和 Γ_{d0} 为零时, 控制律退化为典型的 PD-型迭代学习控制律 (3) 如下:

- 1) $u_1(t)$, $t \in [0, T]$, 为任意初次控制输入;
- 2) 当 $k = 1, 2, \dots$ 时,

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_{p1}e_k(t) + \Gamma_{d1}\dot{e}_k(t), \quad t \in [0, T] \quad (3)$$

当系统 (1) 中的控制输入 $u(t)$ 由控制律 (2) 或 (3) 中的 $u_{k+1}(t)$ 替代时, 其相应的系统动力学为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) = A\mathbf{x}_{k+1}(t) + Bu_{k+1}(t) \\ y_{k+1}(t) = C\mathbf{x}_{k+1}(t) \\ \mathbf{x}_{k+1}(0) = \mathbf{0}, \quad t \in [0, T] \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{x}_{k+1}(t)$, $u_{k+1}(t)$ 和 $y_{k+1}(t)$ 分别为系统在第 $(k+1)$ 次运行时相应的状态变量, 控制输入和控制输出.

本文将采用 Lebesgue- p 范数论证算法的收敛性. 为了便于比较, λ -范数、上确界范数和 Lebesgue- p 范数的定义如下:

假设 $\mathbf{f}: [0, T] \rightarrow \mathbf{R}^m$, $\mathbf{f}(t) = [f^1(t), \dots, f^m(t)]^T$ 为向量值函数, λ 为一正实数, 那么向量值函数 \mathbf{f} 的 λ -范数可表示为^[1]

$$\|\mathbf{f}(\cdot)\|_\lambda = \sup_{0 \leq t \leq T} e^{-\lambda t} \left(\max_{1 \leq i \leq m} |f^i(t)| \right)$$

向量值函数 \mathbf{f} 的上确界范数^[9] 和 Lebesgue- p 范数^[15] 为

$$\begin{aligned} \|\mathbf{f}(\cdot)\|_{\sup} &= \sup_{0 \leq t \leq T} \left(\max_{1 \leq i \leq m} |f^i(t)| \right) \\ \|\mathbf{f}(\cdot)\|_p &= \left[\int_0^T \left(\max_{1 \leq i \leq m} |f^i(t)| \right)^p dt \right]^{\frac{1}{p}}, \quad 1 \leq p \leq \infty \end{aligned}$$

在文献 [15] 中, 一个重要的结论是: $\lim_{p \rightarrow \infty} \|\mathbf{f}(\cdot)\|_p = \|\mathbf{f}(\cdot)\|_\infty = \|\mathbf{f}(\cdot)\|_{\sup}$. 即上确界范数是 Lebesgue- p 范数的特例.

引理 1^[15]. 假设标量函数 $g, h: [0, T] \rightarrow \mathbf{R}$ 是 Lebesgue 可积的, 则推广的卷积的 Young 不等式为

$$\|(g * h)(\cdot)\|_r \leq \|g(\cdot)\|_q \|h(\cdot)\|_p$$

其中, $(g * h)(t) = \int_0^t g(t - \tau)h(\tau)d\tau$ 表示函数 g 和 h 的卷积, 参数 p, q, r 满足 $1 \leq p, q, r \leq +\infty$ 且 $\frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - 1$. 特别地, 当 $r = p$ 时, $q = 1$. 这时, 卷积不等式为

$$\|(g * h)(\cdot)\|_p \leq \|g(\cdot)\|_1 \|h(\cdot)\|_p$$

2 收敛性分析

定理 1. 当迭代学习控制律 (2) 施加于系统 (1) 时, 如果学习增益 Γ_{p1} , Γ_{d1} 和反馈增益 Γ_{p0} , Γ_{d0} 以及系统矩阵 A , B 和 C 满足下列条件:

- 1) $\rho_0 > 0$;
- 2) $\bar{\rho} = \rho_0\rho_1 < 1$,

其中, $\rho_0 = \|[1 + CB\Gamma_{d0}] - \|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d0} + B\Gamma_{p0})\|_1\|^{-1}$; $\rho_1 = \|1 - CB\Gamma_{d1}\| + \|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d1} + B\Gamma_{p1})\|_1$. 则当迭代次数 k 趋于无穷大时, 在 Lebesgue- p 范数意义下, 跟踪误差单调趋向于零. 即: $\|e_{k+1}(\cdot)\|_p < \|e_k(\cdot)\|_p$, $k = 1, 2, \dots$, 且 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_{k+1}(\cdot)\|_p = 0$.

证明. 由系统 (4) 的动力学和系统的初始状态的可重置性可知:

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= y_d(t) - y_{k+1}(t) = [y_d(t) - y_k(t)] - [y_{k+1}(t) - y_k(t)] = e_k(t) - C \exp(At)(\mathbf{x}_{k+1}(0) - \mathbf{x}_k(0)) - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))B(u_{k+1}(\tau) - u_k(\tau))d\tau = \\ &e_k(t) - C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))B\Gamma_{d1}\dot{e}_k(\tau)d\tau - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))B\Gamma_{d0}\dot{e}_{k+1}(\tau)d\tau - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))B(\Gamma_{p1}e_k(\tau) + \Gamma_{p0}e_{k+1}(\tau))d\tau = \\ &e_k(t) - C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))Bd(\Gamma_{d1}e_k(\tau) + \\ &\Gamma_{d0}e_{k+1}(\tau)) - C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))B(\Gamma_{p1}e_k(\tau) + \\ &\Gamma_{p0}e_{k+1}(\tau))d\tau \end{aligned}$$

对上式右边的第 2 项采用分部积分法可得:

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= e_k(t) - C \exp(A \cdot (t - \tau))B\Gamma_{d1}e_k(\tau)|_{\tau=0}^{\tau=t} - \\ &C \exp(A \cdot (t - \tau))B\Gamma_{d0}e_{k+1}(\tau)|_{\tau=0}^{\tau=t} - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))AB(\Gamma_{d1}e_k(\tau) + \Gamma_{d0}e_{k+1}(\tau))d\tau - \end{aligned}$$

$$C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau)) B (\Gamma_{p1} e_k(\tau) + \Gamma_{p0} e_{k+1}(\tau)) d\tau \quad (5)$$

由于 $e_k(0) = y_d(0) - y_k(0)$, 则式 (5) 可化为

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= (1 - CB\Gamma_{d1})e_k(t) - CB\Gamma_{d0}e_{k+1}(t) - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))(AB\Gamma_{d1} + B\Gamma_{p1})e_k(\tau)d\tau - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))(AB\Gamma_{d0} + B\Gamma_{p0})e_{k+1}(\tau)d\tau \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} (1 + CB\Gamma_{d0})e_{k+1}(t) &= (1 - CB\Gamma_{d1})e_k(t) - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))(AB\Gamma_{d1} + B\Gamma_{p1})e_k(\tau)d\tau - \\ &C \int_0^t \exp(A \cdot (t - \tau))(AB\Gamma_{d0} + B\Gamma_{p0})e_{k+1}(\tau)d\tau \quad (6) \end{aligned}$$

对式 (6) 两边同时取 Lebesgue- p 范数, 并应用卷积的推广的 Young 不等式, 可得:

$$\begin{aligned} |1 + CB\Gamma_{d0}| \|e_{k+1}(\cdot)\|_p &\leq |1 - CB\Gamma_{d1}| \|e_k(\cdot)\|_p + \\ &\|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d1} + B\Gamma_{p1})\|_1 \|e_k(\cdot)\|_p + \\ &\|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d0} + B\Gamma_{p0})\|_1 \|e_{k+1}(\cdot)\|_p \end{aligned}$$

整理得:

$$\begin{aligned} (|1 + CB\Gamma_{d0}| - \|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d0} + \\ B\Gamma_{p0})\|_1) \|e_{k+1}(\cdot)\|_p &\leq (|1 - CB\Gamma_{d1}| + \\ \|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d1} + B\Gamma_{p1})\|_1) \|e_k(\cdot)\|_p \quad (7) \end{aligned}$$

即

$$\|e_{k+1}(\cdot)\|_p \leq \bar{\rho} \|e_k(\cdot)\|_p$$

由条件 2) 中的假设 $\bar{\rho} < 1$ 可得: $\|e_{k+1}(\cdot)\|_p < \|e_k(\cdot)\|_p, k = 1, 2, \dots$, 且

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_{k+1}(\cdot)\|_p = 0$$

这表明, 当迭代次数 k 趋于无穷大时, 在 Lebesgue- p 范数意义下, 跟踪误差单调趋向于零。□

说明。

1) 当 $\Gamma_{p0} = \Gamma_{d0} = 0$ 时, 控制律 (2) 退化为典型的 PD-型迭代学习控制律 (3), 则控制律 (3) 的收敛性条件为 $\rho_1 = |1 - CB\Gamma_{d1}| + \|C \exp(A \cdot (\cdot))(AB\Gamma_{d1} + B\Gamma_{p1})\|_1 < 1$. 表明, 在 Lebesgue- p 范数意义下, 典型的 PD-型迭代学习控制律 (3) 的收敛性不但取决于系统的输入输出矩阵 CB 和微分学习增益 Γ_{d1} 的取值, 而且依赖于系统状态矩阵 A 和比例学习增益 Γ_{p1} 的取值. 尽管该收敛条件相对于 λ -范数意义下的收敛性条件 $\rho^* = |1 - CB\Gamma_{d1}| < 1$ 保守, 但本文中的误差度量 and 收敛性分析不依赖于参数 λ 的选取, 而且收敛性条件 $\rho_1 < 1$ 从本质上刻画了系统的动力学和控制律中的学习增益决定收敛性的主导作用.

2) 从收敛性分析中可以看到, $\bar{\rho}$ 的大小决定了跟踪误差趋向于零的快慢程度. 即: $\bar{\rho}$ ($\bar{\rho} < 1$) 越小, 跟踪误差趋向于零的速度越快. 因此, 我们可将 $\bar{\rho}$ ($\bar{\rho} < 1$) 称为收敛因子. 由定理 1 的收敛性条件 $\bar{\rho} = \rho_1 \rho_0 < 1$ 可以看出, 当 $\rho_1 < 1$ 时, 如果适当选取反馈比例和微分增益 Γ_{p0} 和 Γ_{d0} 使得 $\rho_0 < 1$, 则 $\bar{\rho} = \rho_1 \rho_0 < \rho_1$. 表明, 反馈信息可加快典型的 PD-型迭代

学习控制律 (3) 的收敛性. 进一步, 定理 1 的收敛性条件 $\bar{\rho} = \rho_1 \rho_0 < 1$ 不要求 $\rho_1 < 1$ 或 $\rho_0 < 1$ 必须成立, 因此具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律 (2) 中的学习增益和反馈增益在选取时有更大的自由度.

3) 本文是针对单输入单输出系统展开讨论的. 一般地, 基于推广的卷积的 Young 不等式对于向量值函数也成立, 那么, 在定义了如本文所述的向量值函数的 Lebesgue- p 范数情形下, 本文所得的结论对于多输入多输出系统也成立. 其论证过程只需将本文论证过程中单输入单输出标量用相应的多维向量代替并遵循向量运算法则进行推演即可, 故不赘述.

3 数值仿真

考虑线性系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \quad t \in [0, 1] \end{cases}$$

理想轨线选取为: $y_d(t) = 12t^2(1 - t), t \in [0, 1]$. 在控制律 (2) 中, 选取 $\Gamma_{p1} = 1.7, \Gamma_{d1} = 0.6, \Gamma_{p0} = 2.5, \Gamma_{d0} = 0.3$. 可以算出 $\rho_1 = 0.6277, 0 < \rho_0 = 1.5071$. 即定理 1 的收敛性条件 $\bar{\rho} = \rho_0 \rho_1 = 0.9461 < 1$ 成立. 图 1 所示为控制律 (2) 的跟踪误差, 在 Lebesgue-2 范数和上确界范数意义下是单调收敛的. 另外, 令 $\Gamma_{p1} = 1.7, \Gamma_{d1} = 0.6, \Gamma_{p0} = 1.0, \Gamma_{d0} = 0.3$, 则 $\rho_1 = 0.6277 < 1, \rho_0 = 0.8783 < 1$. 表明, 典型的 PD-型迭代学习控制律 (3) 和具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律 (2) 都是单调收敛的, 而且具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律 (2) 比典型的 PD-型迭代学习控制律 (3) 收敛地快. 由图 2 可以看出: 具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律 (2) 的跟踪误差和典型的 PD-型迭代学习控制律 (3) 的跟踪误差, 在 Lebesgue-2 范数意义下, 都单调趋于零; 而且, 具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律 (2) 的跟踪误差比典型的 PD-型迭代学习控制律 (3) 的跟踪误差小.

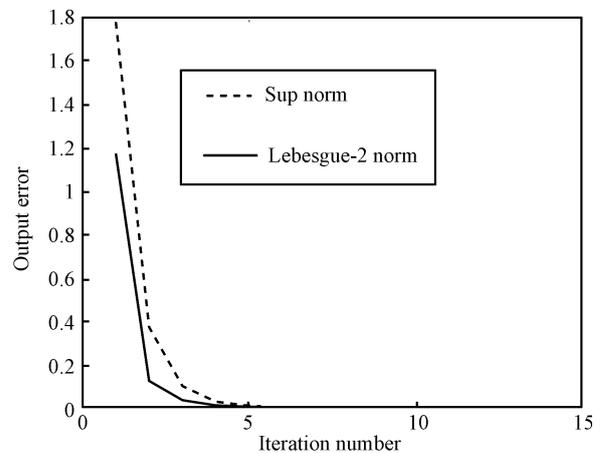


图 1 控制律 (2) 的跟踪误差变化趋势

Fig. 1 Tendency of tracking errors produced by law (2)

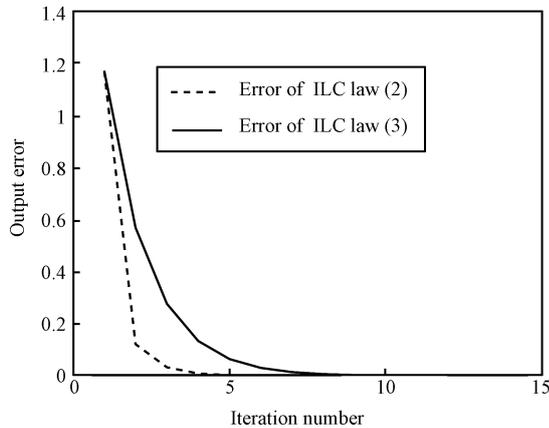


图 2 控制律 (2) 和 (3) 的跟踪误差比较

Fig. 2 Comparison of tracking errors made by ILC law (2) and ILC law (3)

4 结论

本文研究了一类具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律在 Lebesgue- p 范数意义下的单调收敛性态. 在本文的 Lebesgue- p 范数意义下的误差分析中, 我们可根据实际问题需要选取适当的 p 值. 如 $p = 2$ 可表示误差的能量, $p = 1$ 可表示误差积累等. 因此, 本文采用 Lebesgue- p 范数度量跟踪误差更符合实际工程需要. 同时, 如果我们适当选取初次控制输入使得系统运行状况良好, 那么, 控制律的单调收敛性保证了当控制律施加于实际系统时, 随着迭代次数的不断增加, Lebesgue- p 范数意义下的跟踪误差越来越小; 在有限次迭代后, 如果跟踪误差递减至工程误差允许范围内, 则我们可用当前的控制输入来替代理想控制输入. 因此, 本文的研究不但从理论上论证了系统的动力学和控制律的学习增益和反馈增益对收敛性的决定性作用, 而且也从理论上保证了本文所研究的具有反馈信息的 PD-型迭代学习控制律的实际可执行性. 基于本文的研究方法, 可研究高阶 PD-型迭代学习控制律的收敛性和收敛速度, 也可将控制律应用于非线性系统或时变系统等.

References

- 1 Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems*, 1984, **1**(2): 123–140
- 2 Xu Jian-Xin, Hou Zhong-Sheng. A survey of iterative learning control: a learning-based method for high-performance tracking control. *Acta Automatica Sinica*, 2005, **31**(6): 943–955
(许建新, 侯忠生. 学习控制的现状与展望. *自动化学报*, 2005, **31**(6): 943–955)
- 3 Bristow D A, Tharayil M, Alleyne A G. A survey of iterative learning control. *IEEE Control Systems Magazine*, 2006, **26**(3): 96–114
- 4 Ahn H S, Chen Y Q, Moore K L. Iterative learning control: brief survey and categorization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2007, **37**(6): 1099–1121
- 5 Xie Sheng-Li, Tian Sen-Ping, Xie Zhen-Dong. *Iterative Learning Control Theory and Applications*. Beijing: Science Press, 2005

(谢胜利, 田森平, 谢振东. 迭代学习控制的理论与应用. 北京: 科学出版社, 2005)

- 6 Andres D, Pandit M. Convergence and robustness of iterative learning control for strongly positive systems. *Asian Journal of Control*, 2002, **4**(1): 1–10
- 7 Muhammad A, Tadashi I, Hikaru I. Iterative learning control using information database (ILCID). *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 1999, **25**(1): 27–41
- 8 Hou Zhong-Sheng, Xu Jian-Xin. A new feedback-feedforward configuration for the iterative learning control of a class of discrete-time system. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(3): 323–326
- 9 Lee H S, Bien Z. A note on convergence property of iterative learning controller with respect to sup norm. *Automatica*, 1997, **33**(8): 1591–1593
- 10 Park K H, Bien Z. A study on iterative learning control with adjustment of learning interval for monotone convergence in the sense of sup-norm. *Asian Journal of Control*, 2002, **4**(1): 111–118
- 11 Park K H, Bien Z. Intervalized iterative learning control for monotonic convergence in the sense of sup-norm. *International Journal of Control*, 2005, **78**(15): 1218–1227
- 12 Choi J Y, Lee J S. Adaptive iterative learning control of uncertain robotic systems. *IEEE Proceedings of Control Theory and Applications*, 2000, **147**(2): 217–223
- 13 Ruan X, Bien Z, Park K H. Decentralized iterative learning control to large-scale industrial processes for nonrepetitive trajectory tracking. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 2008, **38**(1): 238–252
- 14 Meng De-Yuan, Jia Ying-Min, Du Jun-Ping, Yu Fa-Shan. Stability analysis of continuous-time iterative learning control systems with multiple state delays. *Acta Automatica Sinica*, 2010, **36**(5): 696–703
- 15 Pinsky M A. *Introduction to Fourier Analysis and Wavelets*. California: Brooks/Cole, 2002

阮小娥 西安交通大学理学院数学系教授. 主要研究方向为迭代学习控制和大系统稳态递阶优化控制. 本文通信作者.

E-mail: wruanxe@xjtu.edu.cn

(RUAN Xiao-E Professor in the Department of Mathematics, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University. Her research interest covers iterative learning control and hierarchical steady-state optimizing control of large-scale systems. Corresponding author of this paper.)

连建帮 西安交通大学理学院硕士研究生. 主要研究方向为迭代学习控制理论与金融数学.

E-mail: lian.jianbang@stu.xjtu.edu.cn

(LIAN Jian-Bang Master student in the Department of Mathematics, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers iterative learning control and financial mathematics.)

吴慧卓 西安交通大学理学院数学系副教授, 博士. 主要研究方向为最优化算法和迭代学习控制. E-mail: wuhz@mail.xjtu.edu.cn

(WU Hui-Zhuo Ph.D., associate professor in the Department of Mathematics, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University. Her research interest covers optimization algorithm and iterative learning control.)