# 高能 CT 检测中图像重建算法的积分因子仿真计算

杨 杰,魏平刚,魏聪明

(第二炮兵工程学院,陕西西安 710025)

**摘要:**针对核装置的具体情况,设计一种提高其图像指标的算法。利用核装置的大量先验知识并结合蒙 特卡罗程序来修正 CT 检测中图像重建算法的积分因子,通过图像重建仿真实验验证了该算法可有效 抑制散射与串扰对图像重建的影响,大幅提高了检测结果的精度。 关键词:高能 CT;积分因子;仿真计算 中图分类号:TJ91;O57 文献标志码:A 文章编号:1000-6931(2011)06-0746-04

## Simulation Calculation of Integrating Factor for Image Reconstruction Algorithm in High Energy Computed Tomography Detection

YANG Jie, WEI Ping-gang, WEI Cong-ming

(The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China)

Abstract: A new algorithm was designed to improve the precision of reconstructing images for nuclear devices, according to its particular case. The integrating factor of image reconstructing algorithm was rectified for computer tomography (CT) scanning through using a large number of pre-knowledge of nuclear devices and Monte Carlo program. It is validated that this algorithm can suppress the disturbance of scattering and cross-talk. And the precision of CT scanning is improved greatly through image reconstruction simulation.

Key words: high energy CT; integrating factor; simulation calculation

将工业 CT 技术引入到核装置检测在一些 发达国家已得到大力发展,美国 Los Alamos 实验室甚至将 CT 技术作为研究原子弹内爆的 观测方法之一<sup>[1]</sup>。目前关于核装置高能 CT 检 测的研究国内外公开的文献报道较少。

一般的工业 CT 重建算法都假定被检测的 物体为一黑匣子,里面的情况一无所知。但有 些情况下,对被检测物是有一定先验知识的,如 医学 CT 对人体进行成像后的图像分割大量采 用对人体结构的先验知识进行边缘提取,同样 也可将这样的思想引入到核弹头的图像重建 中,因为对核弹头的结构是有大量先验知识的。 在高能 CT 检测中串扰和散射是一非常突出的 问题,高能 X 射线在穿过物体时往往有很强的 散射效应,由于核弹头内部含有大量的高密度 材料,散射问题更为突出;另一方面由于采用

收稿日期:2010-10-18;修回日期:2011-04-01

作者简介:杨杰(1982-),男,湖北应城人,博士研究生,控制科学与工程专业

9 MeV的高能 X 射线检测核弹头,大量的高能 X 射线及它在探测器单元(以下简称探测元)中 所激发的高能次级电子极易从一个探测元中逃 逸到邻近的探测元中。如何有效地降低这两种 效应的影响,是高能 CT 研究的一重要内容。 目前减小散射和串扰影响的方法主要有加硬件 消噪和利用软件消噪,但利用加硬件消噪的方 法带有局限性,利用软件消噪是目前较为通用 的方法。本文利用核弹头的先验知识并结合 MCNP 程序来修正重建算法中的被积函数,以 降低串扰和散射对重建后图像质量的影响<sup>[2]</sup>。

## 1 数学模型的建立

式(1)、(2)、(3)分别为 CT 数据获取和图 像重建的3个基本公式。由于散射及串扰的存 在,式(1)中探测器所探测到的辐射强度并非理 论上强度沿直线积分得到的,它受到其它探测 元的干扰及散射的影响,由于重建算法受高频 噪声的影响极大,因而必须对探测元测量到的 辐射强度进行修正<sup>[3-6]</sup>。

$$\overline{f}[p, \boldsymbol{\Phi}] = -\ln \frac{I}{I_0} = \int_{L} \mu(x, y) \,\mathrm{d}s \quad (1)$$

$$\overline{f}[p, \boldsymbol{\Phi}] = \iint_{R^2} f(\boldsymbol{X}) \,\delta(p - \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{X}) \,\mathrm{d}x \,\mathrm{d}y \,(2)$$

$$f(\mathbf{X}) = \frac{-1}{2\pi^2} \int_0^{\pi} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial_p \overline{f}[p, \mathbf{\Phi}]}{p - \mathbf{X} \cdot \mathbf{\Phi}} dp \right) d\varphi \quad (3)$$

式中: $\mu(x,y)$ 与 f(X)均表示光子在位置(x,y)处的线衰减系数,X为坐标(x,y)的向量形式;  $I_0$ 与 I 分别为沿直线 L 光子的入射与出射强 度;p 为坐标原点到 X 射线的垂直距离; $\varphi$  为坐 标原点至直线 L 的垂线与 x 轴正向的夹角;  $\Phi$  为矩阵 $\begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}$ ; $\overline{f}[p,\Phi]$ 为沿直线 L 的线衰 减系数积分。

假设某探测元实际探测到的能量沉积为 E<sup>'</sup>,而理想情况下的能量沉积应为 E,设修正因 子为 W,三者关系如式(4)所示:

$$E = WE' \tag{4}$$

根据式(1)可得:

$$\overline{f}[p, \mathbf{\Phi}] = -\ln \frac{I}{I_{o}} = -\ln \frac{E}{E_{o}} = -\ln \frac{WE'}{E_{o}} = -\ln \frac{E'}{E_{o}} - \ln W \qquad (5)$$

即被积函数  $\overline{f}[p, \boldsymbol{\Phi}]$  需在原变换的基础上减去

修正项 ln W。本文采用 MCNP 程序结合美国 核装置模型的先验知识尝试对式(1)进行修正。

图 1 为散射和串扰模型示意图,假设 X 射 线源发射扇形束,令  $E(\theta, y)$ 为图中出射方向为  $\theta$ 的射线在 y 轴[0, y]区间探测器阵列中所沉 积能量。则  $u(\theta, y) = \frac{\partial^2 E(\theta, y)}{d\theta dy}$ 为射线能量随 角度  $\theta$  和直线 y 分布变化的能量沉积率,由于 散射和串扰的存在, $\theta$  方向对应探测元的能量 沉积率受到其它射线和探测元高能次级电子的 影响。若不存在散射和串扰,则角度位于[ $\theta, \theta$ +  $\Delta \theta$ ]区间的射线所正对的探测元应吸收该射线在 y 轴上沉积的所有能量,记为  $E_a(\theta, \Delta \theta), \mu$ :



 $E_{a}(\theta,\Delta\theta) = \int_{a}^{\theta+\Delta\theta} \int_{-\infty}^{+\infty} u(\theta,y) \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}\theta$ 



而探测元实际上受到来自其它射线的影响,其实际探测到的能量为射线在探测元上沉积的能量总和,若探测元位于与[ $\theta$ , $\Delta \theta$ ]对应的区间[y,y+ $\Delta y$ ],记探测元实际探测到的能量为 $E_{\rm b}(y,\Delta y)$ ,则:

$$E_{\rm b}(y,\Delta y) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{y}^{y+\Delta y} u(\theta, y) \,\mathrm{d}y \,\mathrm{d}\theta \quad (7)$$

因而必须将  $E_{\mathfrak{b}}(y, \Delta y)$ 修正为  $E_{\mathfrak{a}}(\theta, \Delta \theta)$ 才能使式(1)成立,记修正因子为  $W(y, \Delta y), 则$ :

$$W(y,\Delta y) = \frac{E_{a}(\theta,\Delta\theta)}{E_{b}(y,\Delta y)}$$
(8)

由积分中值定理及分段求积分得到:

$$W(y, \Delta y) = \frac{\int_{\theta}^{\theta+\Delta\theta} \int_{-\infty}^{+\infty} u(\theta, y) \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{y}^{y+\Delta y} u(\theta, y) \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}\theta} = \frac{\sum_{i} \int_{\theta}^{\theta+\Delta\theta} \int_{y_{i}}^{y_{i+1}} u(\theta, y) \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}\theta}{\sum_{i} \int_{\theta_{i}}^{\theta_{i+1}} \int_{y}^{y+\Delta y} u(\theta, y) \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}\theta} = \frac{\Delta\theta \sum_{i} \int_{y_{i}}^{y_{i+1}} u(\xi_{i}, y) \, \mathrm{d}y}{\sum \Delta\theta_{i} \int_{y}^{y+\Delta y} u(\eta_{i}, y) \, \mathrm{d}y}$$
(9)

(6)

式中: $\Delta \theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ ,  $\eta_i \in (\theta_i, \theta_{i+1})$ ,  $\xi_i \in (\theta, \theta + \Delta \theta)$ ;  $(y_i, y_{i+1})$ ,  $(\theta_i, \theta_{i+1})$ 分别是对 y 和  $\theta$  积分 区间的分割。

式(9)即是理想的修正因子  $W(y,\Delta y)$ 的表 达式。对式(9)进行直接计算是有困难的,因为 计算机无法在整个实轴上积分,因而须对式(9) 进行简化,考虑到探测器阵列是有限长的且相 对于高能 X 射线源分布在一较小的角度内,每 个探测元体积很小且近似相同,以及 $[\theta,\Delta\theta]$ 与  $[y,y+\Delta y]$ 描述的是同一探测元等条件,因而 式(9)可进一步化简为:

$$W(y, \Delta y) = \frac{\Delta \theta \sum_{i} \int_{y_{i}}^{y_{i+1}} u(\xi_{i}, y) dy}{\sum_{i} \Delta \theta_{i} \int_{y}^{y+\Delta y} u(\eta_{i}, y) dy} \approx \frac{\sum_{i=1}^{n} \int_{y_{i}}^{y_{i+1}} u(\theta_{i}, y) dy}{\sum_{i=1}^{n} \int_{y}^{y+\Delta y} u(\theta_{i}, y) dy} = \frac{A}{B}$$
(10)

其中:A表示从角度θ<sub>i</sub>发出的射线在探测器阵 列中的能量沉积;B表示从不同角度发出的射 线在角度θ<sub>i</sub>所正对探测器元中的能量沉积。

式(10)即是基于有先验知识的抑制散射与串 扰的修正公式。之所以必须有先验知识,是因为 只有充分了解物体内部的信息才能计算出从不同 角度散射情况的先验分布,进而计算式(10)。

但事实上修正因子不仅与  $y, \Delta y$  有关,还 与被测物体所处的状态(如所处高度、与射线的 夹角、位置等),以及与源的状态(如焦点的尺 寸、射线的能量分布)有关。若用状态向量  $\alpha$ 和 $\beta$ 分别表示物体的状态和源的状态,则修正 因子可表示为  $W(y, \Delta y, \alpha, \beta)$ ,利用式(10)可计 算不同状态下的修正因子,建立数据库,便于快 速修正。

对式(10)的计算可用经典输运理论计算, 也可用蒙特卡罗方法进行计算。由于输运理论 需求解大量的偏微分方程,且计算复杂的几何 体有困难,而蒙特卡罗方法在求解复杂的输运 模型方面表述灵活、计算简便快捷,因而选用 MCNP 程序对式(10)进行计算,以得到核装置 抑制散射与串扰的修正因子 W。

## 2 利用修正算法提高重建图像的指标

利用 CT 检测核装置的示意图示于图 2。



图 2 高能 X 射线 CT 检测核装置的侧视图 Fig. 2 Side view of high energy X-ray detecting nuclear device

由于实际检测中,X射线源的性质较复杂, 若能量、强度及焦点的几何形状等参数都是不 均匀的,且核装置的结构与性质也非常复杂,探 测器阵列也存在不一致性等问题,因而需对实 际的核装置检测模型进行简化。

为简化计算,假设射线源为单能点源,能量 为9 MeV,焦点直径为0 mm,点源距离旋转中 心1 100 mm,点源距离探测器阵列1 500 mm, 射线束平面穿过核装置中心,核装置模型采用 美国核装置模型,即核弹头结构由里至外分别 为:空腔(外径 5.77 cm),武器级铀(外径 7 cm),铍(外径 9 cm),贫化铀(外径 12 cm),炸 药(外径 22 cm),铝(外径 23 cm),空气(外径 30 cm),钢壳(外径 32 cm)。探测器采用 CdWO4阵列,每个阵列元均为半径 0.8 mm、长 度 3.0 mm 的圆柱体,且沿 y 轴紧密排列。

本文采用源粒子单向抽样技巧,分别对指向序号为1~8的探测元的射线进行模拟计算, 计算的内容包括射线在各探测元中的能量沉积,将模拟的结果代入式(10),得到8组修正因子W,分别为1.0152,1.0069,0.9962,0.9694, 0.9018,1.0073,1.0084,0.9955。可看出, W 很接近1,说明本例中散射与串扰并不明显, 修正因子对成像质量的改进不大。散射与串扰 不明显的原因是康普顿散射截面随射线能量的 增加迅速减小,且由于 CdWO4 密度很大,对次 级电子有很强的阻止能力,因而对串扰也有很 好的抑制效果。本模拟结果也说明减小焦点、 增加射线的能量、采用密度大的探测器制成阵 列有抑制串扰与噪声的作用。

实际工业 CT 并不能达到焦点直径为 0 mm、能量为单能的理想情况,因此,本工作取 X 射线的平均能量 3 MeV,焦点尺寸 5 mm,探 测器改为 NaI(Tl),此时模拟的 8 组修正因子 W 为 2.147 7,1.515 2,0.842 6,0.741 5,0.882 2, 1.883 6,1.741 3,0.902 4。可看出,修正因子 最大值已达到原值的 2 倍,因而在 X 射线能量 较低、焦点尺寸较大、探测器密度较小时均需作 串扰与散射修正。

为说明修正后的效果,使用滤波反投影法 对不作任何修正和引入修正因子后对沿核装置 直径方向密度分布进行计算(计算中忽略了射 线所引起的统计涨落,坐标系的原点是核装置 模型的球心)。

图 3、4 分别为在不修正与修正两种情况下 利用滤波反投影算法对图 2 中的核弹头模型进 行仿真得到的效果图,其中,ρ 为核装置内部物 质的密度,R 为距核装置模型球心的距离,以 离开放射源的方向为正方向。从图4可看出,修 正后的重建图像保持了密度曲线的基本形状, 而未修正的图像由于散射的存在,密度曲线之 间的过渡带十分明显,很难分清曲线的边缘。 从图 4 还可看出,利用蒙特卡罗方法修正后的 曲线仍有不稳定涨落情况出现,其根本原因是 蒙特卡罗方法也存在一定的误差,而滤波反投 影法对噪声特别敏感,会放大误差带来的影响。



图 3 理想情况下核装置模型密度沿直径的分布 Fig. 3 Ideal density distribution of nuclear device model along diameter





### 3 小结

本文针对核装置检测专门设计了一种算法,这种算法是在已对核装置的内部信息有大量先验知识的前提下推导的,利用滤波反投影法重建后与原来的图像比较表明,这种改进算法可有效地抑制核装置检测过程中出现的散射与串扰现象。

### 参考文献:

[1] ZIOCK H J, ADAMS K J, ALRICK K R, et al. The protonradiographyconcept, LA-UR-98-1368 [R]. [S. l.]: [s. n.], 1998.

- [2] 刘宾. 高分辨率 ICT 重建技术研究[D]. 太原: 中北大学,2006.
- [3] 龙彦伟. 工业 CT 技术研究[D]. 太原:华北工学 院,2001.
- [4] 温学兵.小波在局部 CT 图像重建中的应用[D]. 长春:吉林大学,2003.
- [5] 何拥军.快速反投影与变换方法 CT 图像重建[D].北京:北京邮电学院,1993.
- [6] 罗戎蕾. 基于小波多分辨率分析的图像算法研 究[D]. 杭州:浙江大学,2004.