

文章编号:1001-5132 (2007) 02-0141-06

# 基于任意形状颗粒集合二值图像的体积估算模型

陈 愚, 赵 攀, 汪一聪

(宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

**摘要:** 基于任意形状颗粒集合的二值图像, 提出了估计其体积(或质量)的方法. 首先利用发光背景台面获取的颗粒灰度图像变换为相应的二值图像, 得到颗粒的边界轮廓. 然后再基于其边界信息, 定义与颗粒形状特征相关的描述量, 并将其无量纲化. 将由此定义的无量纲参变量作为回归变量建立一个多元线性回归(multiple linear regression)模型用以估计颗粒集合的扁平度, 进而估算颗粒体积. 回归变量的系数由随机采样的 501 个样本颗粒(尺寸范围为 4.75 ~ 25 mm)用误差最小平方和求得. 将模型应用于由具有相似统计分布特征的其他颗粒集合, 并将得到的体积估计值与其体积真实值相比较, 实验结果显示模型的相对误差在  $\pm 2\%$  以内.

**关键词:** 体积估计; 体积模型; 任意形状颗粒; 图像分析处理; 颗粒集合

中图分类号: TP391

文献标识码: A

许多颗粒加工过程对颗粒的三维相关参数有要求, 如体积或质量等. 例如在建设沥青高速公路或机场跑道的过程中要使用大量的碳酸钙碎石颗粒, 在这些颗粒堆中, 由于各颗粒体积和形状在集合中的分布情况与道路质量直接相关, 因而要求能用某种方式将它们的单个及总体积估算出来<sup>[1]</sup>. 在过去的 10 多年里产生了一些利用图像处理法来求取颗粒体积的新技术. 然而, 这些技术都是使用多个照相机从不同的角度对颗粒进行拍摄取图<sup>[2-5]</sup>, 因而增大了处理时间与硬件成本. 在本研究中, 只用 1 台照相机, 从固定的位置和角度对颗粒集合摄取一单视图像, 用得到的图像信息估算颗粒集合的体积. 对于那些具有规则形状的颗粒对象, 诸如球形, 圆柱形, 等立方形颗粒, 由于它们规则的几何形状, 用图像分析法来求取体积相对较方便. 而对

任意形状的颗粒对象, 例如前面提到筑路用的碳酸钙颗粒, 由于它们描述参量的随机性, 则对问题分析处理则有相当的难度. 当然, 采用手工检测不失为一种可以考虑的方法, 但对于数量很大的颗粒堆而言, 该法耗工耗时, 因而不切实际. 更大的问题是, 在颗粒混配过程中, 该法不能快速实时地反馈处理结果, 因而加大了过程质量控制的成本.

本文叙述了基于颗粒的二值图像对任意形状和尺寸(大小在一定的范围内)的颗粒进行体积估算. 在应用体积估算算法之前, 首先对颗粒图像进行前期处理, 包括将其灰度图像转变为相应的二值图像, 然后进行边缘检测、形心定位、主次直径计算、面积计算等. 体积估算模型采用多元线性回归(Multiple Linear Regression, MLR)模型, 最终建立起估算体积与回归变量之间的关系, 例如本文即将

介绍的颗粒的长宽比、圆度、投影面积及边齿度等。这些从颗粒二维图像中获取的回归变量将是模型构建的关键,将在文章的后面章节中具体定义和描述。为了确定 MLR 模型中的回归系数,必须采集一些先知历史数据,具体地说就是真实体积和回归变量值。经过随机抽样得到的、而体积分布近似于正态分布的 501 个颗粒的真实体积值可以在实验室利用数字天平测出颗粒的质量(设颗粒的比重为一常量)求得,而回归变量值则从相应的颗粒二值图像中计算出来。通过比较由模型算出的颗粒集合体积值和同一颗粒集合的真实体积值,可以求得模型的精确度。要注意的是,用于检验模型精确度的颗粒集合与建模使用的样本颗粒集合的体积应该有相同的材质以及呈相似的统计分布(在此应呈近似的正态分布)。结果显示,本研所得到的 MLR 模型在解决与任意形状颗粒体积相关的应用问题中的结果是令人满意的。

## 1 颗粒图像的前期处理

用于建立模型的原始二维图像为灰度图像,是在一定的光线强度环境下摄取的。初期的实验表明若将光源投向颗粒背景会造成许多明显的伪边界,这些伪边界是由颗粒纹理和投影在背景上的阴影造成的。为了克服这一问题,本研究采用了发光背景台面,即将颗粒对象放在发光的背景上,将一数字相机置于背景几何中心的正上方,用其拍摄随机放在发光背景上的颗粒集合<sup>[6]</sup>。对用该装置所获得的灰度图像的像素分布曲线(pixel histogram)通过设一阈值用将其变换为相应的二值图像。值得一提的是,用此方法获得的灰度图像能显示出近乎于黑色的颗粒轮廓以及近乎白色的背景,这无疑有助于二值图像的转化中缩小阈值的选择范围,最大限度地保持颗粒的真实轮廓。图 1(a)为 2 个颗粒的灰度图像,图 1(b)显示了利用发光背景变换后的二值图像。由图 1 可看出,颗粒现在具有对比度很强

的边界以及轮廓内外的像素值分别为 1 和 0。对于相互接触和轻度搭接的颗粒,可用陈恩等人<sup>[7]</sup>介绍的鞍点分离法进行分离。

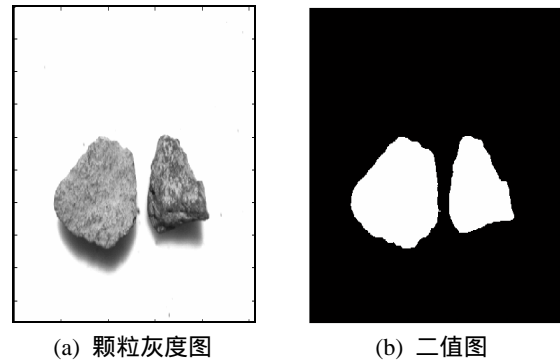


图 1 二值图像变换过程

对于每个颗粒对象,在体积估算模型中必须定义出若干个与颗粒形状和大小特征相关的参变量,即 MLR 模型中的回归变量。这些具有描述信息的参变量被无量纲化为平移无关、旋转无关,以及缩放比例无关,并与另一和体积相关的无量纲应变量(颗粒扁平度)建立起函数关系,以便于全局计算。基于颗粒的二值图像,若干个特征参变量选定为颗粒的背景投影面积、长宽比、归一化后的边界波形平均值及方差,以及颗粒的扁平度。长宽比的计算涉及到求出颗粒形心位置,其可以通过边界检测求得。投影面积可以将轮廓内所有像素相加求和得到,每个像素的公制单位面积( $\text{mm}^2$ )则用实验调试法解得<sup>[6]</sup>。对颗粒边界点用主元分析法(principal component analysis)可以求出颗粒投影轮廓的主次直径。具体是:首先求出一个基于边界点的  $2 \times 2$  协方差矩阵,再求出该协方差矩阵的特征向量,该特征向量标出了主元和次元的方向,亦即主轴和次轴的方向。迫使主轴和次轴通过形心,2 轴与边界的交点可成为主次直径的两端点。主次直径的比值用作颗粒形状的长宽比。颗粒的扁平度定义  $F$  为颗粒的名义高度  $H_{\text{nom}}$  与次直径  $D_{\text{min}}$  的比值。而名义高度为一虚拟值,定义为颗粒的体积  $V$  与其图像投影面积  $A_{\text{part}}$  的比值。颗粒边界波形的统计量,如均值与方差等,可用文献[8]中介绍的方法求得。

## 2 颗粒体积模型

颗粒体积建模最基本的策略是设法建立起颗粒体积  $V$  与其二值图像测得的若干特征参变量的关系, 可以用式(1)表示:

$$V = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i), \quad (1)$$

其中,  $x_i$  为特征参变量, 如背景投影面积( $\text{mm}^2$ )、长宽比等. 所谓特征即为从前述二值图像中抽取出的诸如圆度等无量纲变量. 足够数目的颗粒必须以随机方式采样出来用来建模, 然后用模型估算更大数目颗粒集合的体积. 就模型本身而言, 对于每一个颗粒对象的体积估计的绝对精度并不重要, 关键是对满足统计数量和分布要求的颗粒集合的单个和总体积的估计值将相应地逼近其真实体积, 即如果采样的数量足够大, 近似满足正态分布, 则随机应变量  $V$  的中心趋势应无限逼近颗粒集合统计量的精确估计值<sup>[9]</sup>.

颗粒的体积估计值  $V$  实际上是前面提到的虚拟名义高度  $H_{\text{nom}}$  与颗粒背景投影面积  $A_{\text{part}}$  的乘积. 将名义高度除以颗粒的次直径  $D_{\text{min}}$ , 这样名义高度就化为无量纲参变量, 在此研究中被定义为颗粒的扁平度  $F$ . 这样, 扁平度为  $F = V / (D_{\text{min}} A_{\text{part}})$ . 如前所述,  $F$  为扁平度,  $A_{\text{part}}$  为颗粒的投影面积,  $D_{\text{min}}$  为次直径, 后两者从颗粒图像中计算得出. 这样, 对颗粒的体积估计则变为对其扁平度  $F$  的估计. 模型可表示为:

$$\hat{V} = \hat{F} D_{\text{min}} A_{\text{part}}, \quad (2)$$

在(2)式中, “ $\hat{\quad}$ ”表示相应参变量的估计值. 颗粒扁平度的估计值为  $\hat{F}$ , 用从颗粒图像获得的3个无量纲特征参变量来建立 MLR 模型对扁平度进行估计, 3个无量纲特征参变量具体定义和意义如下:

(1)  $D_{\text{maj}} / D_{\text{min}}$  为长宽比, 描述颗粒投影形状的宽窄程度.

(2)  $D_{\text{min}} / 2M_{\text{sig}}$  为圆度, 其中  $M_{\text{sig}}$  是标识线(signature)的平均值( $\text{mm}$ ), 即从颗粒图形的形心(centroid)到其边缘的平均长度. 该值随着形状愈

趋于全圆而趋于 1.

(3)  $V_{\text{sig}} / M_{\text{sig}}^2$  为边齿度,  $V_{\text{sig}}$  为标识线的方差( $\text{mm}^2$ ). 该值用于描述颗粒形状边缘的微观凸凹程度. 边缘愈平滑, 该值则愈趋于 0. 由于该值很小, 所以在 MLR 模型中对该值取对数的负值, 然后再对结果取倒数.

MLR 模型的建立如下:

$$F = \beta_0 + \beta_1 \frac{D_{\text{maj}}}{D_{\text{min}}} + \beta_2 \frac{D_{\text{min}}}{2M_{\text{sig}}} + \beta_3 \left( -\log \left( \frac{V_{\text{sig}}}{M_{\text{sig}}^2} \right) \right)^{-1} + \varepsilon, \quad (3)$$

其中,  $F$  为颗粒的扁平度,  $\varepsilon$  为均值为零, 方差为常数的随机误差项,  $\beta_k$  ( $k=0, 1, 2, 3$ ) 为回归系数.

$$\hat{F} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{D_{\text{maj}}}{D_{\text{min}}} + \hat{\beta}_2 \frac{D_{\text{min}}}{2M_{\text{sig}}} + \hat{\beta}_3 \left( -\log \left( \frac{V_{\text{sig}}}{M_{\text{sig}}^2} \right) \right)^{-1}. \quad (4)$$

式(4)为式(3)的估计模型, 一旦用式(4)得到了  $F$  的估计值  $\hat{F}$ , 则用式(2)计算颗粒的体积估计值.

## 3 确定回归系数

MLR 模型中所有的回归系数  $\beta_k$  ( $k=0, 1, 2, 3$ ) 均需确定后才能运用到对体积的最终估算. 一个经过随机采样后含有 501 个颗粒的集合被用来求取回归系数值. 颗粒的尺寸(次直径)为 4.75 ~ 25 mm. 颗粒样本分几组, 每组排成若干行, 每行以左高右低的排列方式放置在发光背景台面上. 这种排列方式的目的在于使每个颗粒能够依次被识别和进行特征参变量计算而不会被重复处理, 如图 2 所示. 颗粒的图像首先为灰度图像, 随后用前述的方法转化为二值图像. 基于二值图像, 按先后顺序, 每个颗粒由前章所定义参变量, 诸如投影面积和主次直径等均被计算出来, 并将其列入数据库中. 相应颗粒的质量则可用数字天平测出, 用阿基米德原理可得到颗粒的比重, 所以颗粒的真实体积随之

得出. 用真实体积值除以相应的投影面积和次直径, 则可得到颗粒的真实扁平度, 从而建立起每个颗粒的真实扁平度与其图像所计算出的参变量的关系, 即(3)式.

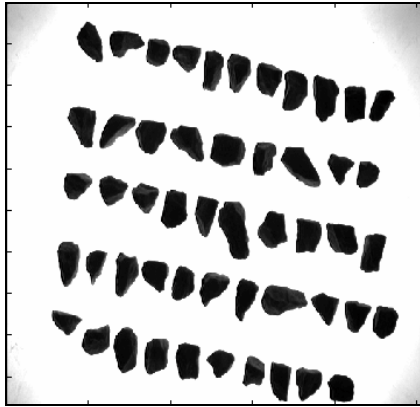


图2 颗粒样本的排列

用误差最小平方和法(least squares)估计的回归系数  $\beta_k (k=0, 1, 2, 3)$  列在表1中. 用式(4)表示的模型估算出扁平度  $F$ , 再用(2)式就可估算出颗粒的体积.

表1 MLR模型的回归系数

$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
0.666 0	- 0.139 0	- 0.475 4	- 0.488 8

有数种方法可用来计算MLR模型的精确度<sup>[9]</sup>. 图3显示了颗粒真实体积与估计体积值的分布, 注意若两者相等, 则数据点应处在直角坐标系的45°对角线上.

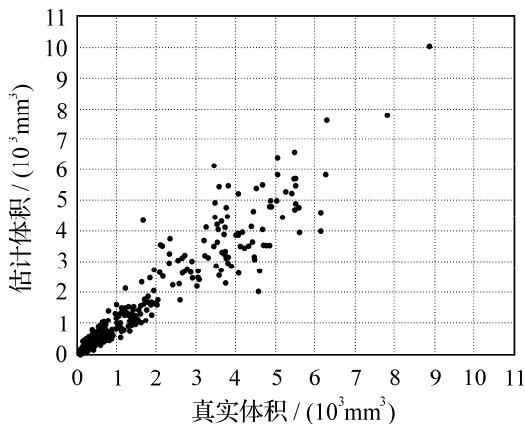


图3 真实体积与估计体积值的分布

运用 MLR 模型的假设之一就是误差应该是不相关的随机变量并呈均值为零方差为常数  $NID(0,$

$\sigma_e^2)$ 的正态分布. 为了测试绝对误差的正态分布程度, 绝对误差可以用下列公式对其进行标准化.

$$d_i = \varepsilon_i / \sqrt{MS_E}, \tag{5}$$

其中,  $i=1, 2, 3, \dots, 501$ ,  $MS_E$  为均方值, 并有

$$E(MS_E) = \sigma_e^2, \tag{6}$$

式中,  $E(\cdot)$  表示数学期望,  $\sigma_e^2$  为误差的方差<sup>[9]</sup>.

如果误差属于正态分布, 则大约 95% 的标准化后的绝对误差值  $d_i$  应在  $(-2, 2)$  的区间内. 图4显示了其的柱状分布图.

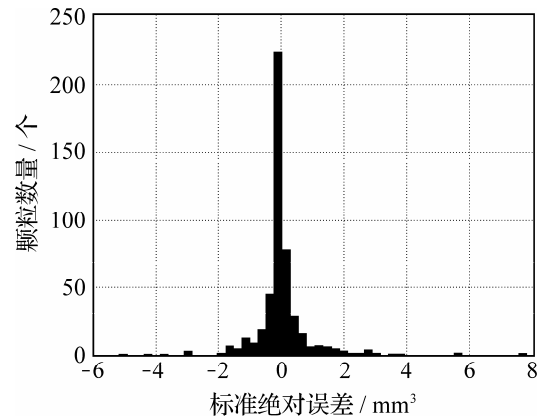


图4 标准化绝对误差分布

用标准化后绝对误差得到的柱状分布图计算出的结果显示, 其在  $(-2, 2)$  范围内的值占 94.01%, 这样误差可认为是呈正态分布的, 证明了模型与数据较好的相关性.

## 4 模型测试

将所得模型用在除建模以外的数个不同的颗粒集合上, 以测试模型的精确度. 共有 1862 个颗粒被随机挑选出来, 它们均属同一材质, 规格和大小以及单个体积分布与建模颗粒样本基本相似. 这些颗粒被分为 8 批, 每批含 76~123 个不等, 这主要是因为发光背景台面尺寸的限制所致. 每一批颗粒样本被随机放置后拍照 1 次, 一共 5 次, 这样一共有 40 张颗粒集合的图像, 图5为其中的 1 张典型图像. 注意在图像中, 一些颗粒与其他的颗粒相接触, 为满足模型计算的条件, 用陈恳等人<sup>[7]</sup>

将接触的颗粒在图像前期处理中均预先进行分离。

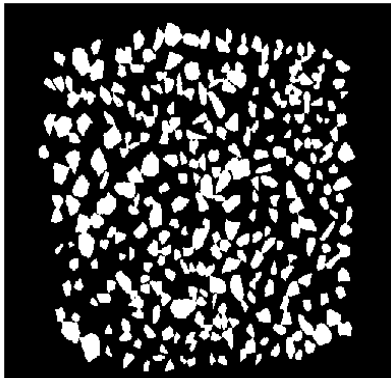


图 5 用于模型检测的颗粒二值图像

为了完成对整个 1 862 个颗粒的体积估算, 从每批颗粒集合的每 5 张图像中随机抽取 1 张, 这样每次运算有 8 张从每批颗粒集合随机抽取的图像, 将各图所得的模型估计体积值相加, 得出 1 862 个颗粒的体积估计值. 本研究用这种方法运行 100 次, 图 6 显示了模型运算 100 次的体积相对误差. 可见模型相对误差除在第 96 次外, 其余均没有超过 2%.

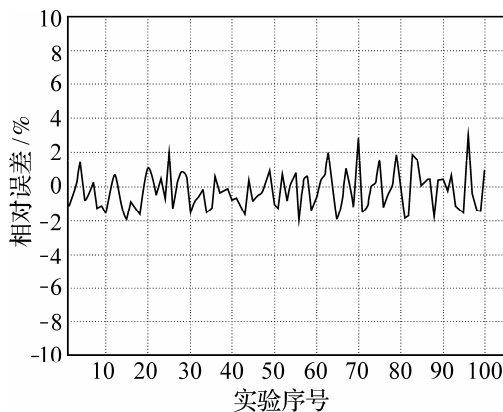


图 6 对 1 862 个颗粒运算 100 次的模型体积相对误差

## 5 结论与展望

本文提出了一种关于任意形状与一定尺寸颗粒集合的体积估算模型. 用一个照相机拍摄分散在发光背景台上的颗粒集合, 将所得的灰度图像再转变为相应的二值图像. 基于所得的二值图像, 定义 3 个可描述二维颗粒形状特征的参变量作为多

元线性回归模型的回归变量, 最终用以估算单个颗粒的体积. 算法用有限但是随机采样的颗粒集合进行测试, 用颗粒估算出的总体积和其真实总体积进行比较, 结果显示对于 100 次测试, 其相对误差不大于 2%.

本研究提出的基本方法也有助于解决其他领域中颗粒分拣以及分类问题<sup>[10]</sup>, 例如可应用制药业和农业上的产品加工处理等. 该方法还可以扩展到更大尺寸范围的颗粒, 而且能够找出更加复杂的形状特征参变量以建立更加精确的估算模型.

### 参考文献:

- [1] FHWA-SA-95-003, background of superpave asphalt mixture design and analysis[EB/OL]. [1995-02-01]. <http://www.fhwa.dot.gov>.
- [2] Parkin R M, Calkin D W, Jackson M R. Roadstone aggregate: an intelligent opto-mechatronic product classifier for sizing and grading[J]. *Mechatronics*, 1995, 5(5): 461-467.
- [3] Chetana R, Tutumluer E. Determination of volume of aggregates: new image analysis approach[C]// *Proceedings of the 79th annual meeting of transportation research board*, Washington D C, 2000:73-80.
- [4] Kim H, Browne C, Rauch A, et al. Technical aspects of implementing rapid aggregate gradation[C]// *Proceedings of the 8th annual international center for aggregates research symposium*, University of Texas at Austin, 2000: 12-14.
- [5] Rauch A, Hass C, Kim H. State of the art in aggregate classification: review of aggregate gradation technologies [C]// *Proceedings of the 7th annual international center for aggregates research symposium*, University of Texas at Austin, 1999:19-21.
- [6] Chen Ken, Banta L E. Image profile area calculation based on circular sample measurement calibration[J]. *Journal of Electronics*, 2005, 22(5):528-532.
- [7] Chen Ken, Banta L E, Jiang Gangyi. Saddle-point based separation of touched objects in 2D image[J]. *Journal of Electronics*, 2006, 22(3):452-456.
- [8] Gonzalez R G, Woods R E. *Digital image processing*[M]. Massachusetts: Addison Wesley Publishing, 1992.

- [9] Hines W W, Douglas C. Montgomery, probability and statistics in engineering and management science[M]: 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1980.
- [10] 陈恳, Banta L E. 用图像筛选法求取带有随机参数之颗粒堆的质量分级曲线[J]. 宁波大学学报: 理工版, 2004, 17(3):299-303.

## Volume Model for Random-shaped Particle Aggregate Based on 2-D Image

CHEN Ken, ZHAO Pan, WANG Yi-cong

( Faculty of Information Science and Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China )

**Abstract:** Based on the binary image of particle aggregate, the author presents a modeling approach designed for estimating the volume of particles of arbitrary shapes and sizes. A gray image is first photographed, followed by converting it to its binary counterpart using backlighting technique. In doing so, the edge of the particle can be detected relatively handily, and based on the edge points found, a number of variables concerning the particle shape are defined and made non-dimensional. The resultant dimensionless variables are used as regression variables in a multiple linear regression model engineered to estimate the flatness of the particles in interest, and consequently the volume is estimated. The regression coefficients are computed by randomly selecting 501 particle samples using the Least Squares technique. Applying the established model to estimate the volume of other batches of particles that resemble the volume distribution characteristics of the particle samples used for modeling, suggests that the relative error are within  $\pm 2\%$ .

**Key words:** volumetric estimate; volumetric modeling; random shape and size; image analysis and processing; aggregates

**CLC number:** TP391

**Document code:** A

(责任编辑 史小丽)