

文章编号:0253-9993(2012)07-1099-06

基于模糊灰色系统的深部巷道围岩变形 预测模型及应用

靖洪文¹,吴俊浩¹,马 波²,杨圣奇¹

(1. 中国矿业大学 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室,江苏 徐州 221008;2. 江苏省交通科学研究院股份有限公司,江苏 南京 210017)

摘要:针对深部巷道围岩变形预测问题,建立了一种基于模糊数学理论及灰色理论的模糊灰色系统预测新模型。首先根据模糊数学理论,对监测的数据样本进行模糊化处理,采用不同时刻历史数据赋予不同的隶属度,并引入巷道围岩变形影响因素的权重参数,将数据序列转化为一个带权重参数的模糊序列,再利用灰色理论建立具有新陈代谢功能的深部巷道围岩变形的模糊灰色系统预测模型(FGM)。同时在 Matlab 平台上开发了深部巷道围岩变形的模糊灰色系统预测软件,并成功的进行了工程应用。

关键词:模糊数学;灰色系统;深部巷道;变形预测

中图分类号:TD322 **文献标志码:**A

Prediction model and its application of deep mine tunnel surrounding rock deformation based on fuzzy-gray system

JING Hong-wen¹, WU Jun-hao¹, MA Bo², YANG Sheng-qi¹

(1. State Key Laboratory for Geomechanics & Deep Underground Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China; 2. Jiangsu Transportation Research Institute Co., Ltd., Nanjing 210017, China)

Abstract: Aiming at the question of deep mine tunnel surrounding rock deformation's prediction, a new prediction model which was based on fuzzy mathematics theory and gray theory was established. Firstly, this paper fuzzed monitoring data sample by using fuzzy mathematics theory, adopted historical data of different periods to endow different degrees of membership, and weight parameter was led in the factors influencing deformation of surrounding rock of tunnel, inverted the measured data sequence to a fuzzy data sequence accompanied with weight parameter, then used gray theory to establish a Fuzzy-Gray-Model. At the same time, it has the function of metabolism and developed Fuzzy-Gray-Model prediction system on the platform of Matlab used to predict surrounding rock deformation, and got the success of the engineering application.

Key words: fuzzy mathematics; gray system; deep tunnel; deformation's prediction

随着煤炭开采深度的增加,出现了许多与浅部开采不同的新问题和新特点,深埋巷道围岩与中浅部巷道不同点在于巷道开挖后围岩普遍处于不稳定的破裂状态^[1],从而显现出如岩层压力大、巷道位移量显著增加、支架损坏严重、巷道返修量剧增等问题,致使巷道维护变得异常困难。为确保巷道工程的安全稳定,系统分析巷道变形的影响因素,并采用行之有效的计算方法预测其变形具有很高的理论意义和应用

价值。

影响巷道围岩变形的主要因素较多,如原岩应力、围岩类别及支护方式等,除了这几个定量因素外,一些定性和不可预见的影响因素很难进行定量分析,如地下水的作用,与浅部相比,深部巷道围岩变形预测问题的难点在于变形机制的模糊不确定性,其影响因素的敏感性又发生变化,如原岩应力在预测中作用比重的改变,准确计算这些影响因素作用下的巷道变

形量非常困难。

灰色理论^[2-3]作为一种预测方法,于1982年由邓聚龙提出,在巷道围岩变形预测中应用时间不长却已取得诸多成果。目前已有的灰色模型包括:等时距灰色模型,非等时距灰色模型,Verhulst模型等,很多学者采用不同的灰色模型进行了工程应用,毕向阳等^[4-6]利用灰色系统理论中的典型GM(1,1)等时距模型分别进行了围岩变形量和瓦斯涌出量预测。王国军等^[7-8]分别针对引水隧洞围岩和岩石隧道围岩建立了非等时距灰色预测模型,取得较好的预测结果。李宏建等^[9-10]用Verhulst模型预测了不同地下工程围岩的变形,结果较GM(1,1)模型效果好。但这些预测模型存在预测精度不高,且因原始数据的逐渐失真,无法进行长期预测等问题。

鉴于此种情况,根据灰色理论的新信息优先原理,即越新的样本数据对变形预测结果的影响越大;然后利用模糊数学原理^[11],建立合适的隶属度函数,对历史数据按其时间序列进行模糊化处理,赋予其近远期不同的隶属度,以达到强化近期数据的目的,同时选取影响围岩变形的5个主要因素进行理论分析和数值模拟,确定一个影响巷道围岩变形量的权重参数,参与到隶属度函数的计算。从而建立可新陈代谢的FGM(1,1)巷道围岩变形预测模型,预测其变形规律、特征和变形量值,并结合具体工程实践,验证其可靠性,预测精度得以很大改善。

1 模糊灰色系统预测模型权重参数的确定

权重参数的获得将通过参考其他学者及课题组以往的研究成果^[12-14],运用ANSYS模拟软件进行数值模拟,对数据运用正交实验法综合分析各影响因素的敏感性,得到其权重因子 W ,然后再通过模糊数学的正态模糊集构造隶属度函数,求出一个权重参数 u 。

1.1 巷道围岩变形影响因素的选取

影响巷道围岩变形的因素繁多,基于近年相关研究成果、工程可获数据情况及数值模拟条件,选取断面形状、巷道跨度、巷道原岩应力、支护方式及围岩类别5个主要因素进行理论分析和数值模拟研究。断面形状分别为半圆拱形、矩形、梯形和马蹄形,巷道跨度分别为3、4、5和6 m,原岩应力为20、25、30和35 MPa,支护方式为锚网、锚网索、型钢和联合支护。围岩各项力学参数见表1。

支护方式中锚网支护,锚杆间排距为800 mm×800 mm,锚杆长度为2.3 m,直径为22 mm,施加30 kN预应力;锚网索支护中锚杆同上,锚索间排距为1 600 mm×1 600 mm,长度为6.5 m,直径为17.8 mm,

表1 巷道围岩类别所选力学参数

Table 1 Mechanics parameters about difference of selected class tunnel surrounding rock

围岩级别	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E/GPa	μ	c/MPa	$\varphi/(\text{°})$
II	2 800	26.50	0.23	1.80	55.0
III	2 600	13.00	0.28	1.10	44.5
IV	2 350	3.65	0.33	0.45	33.0
V	2 200	1.00	0.38	0.15	25.0

施加60 kN预应力;型钢采用beam单元,间距0.8 m,断面面积0.003 7 m²,极惯性矩1.383×10⁻⁵ m⁴,根据边界位移条件,取模型宽度和高度分别为巷道宽度和巷道顶高的7倍,开挖长度设置为3.2 m,采用1次开挖方式。

1.2 巷道围岩变形影响因素敏感性分析

为了便于研究,假定巷道围岩受力及变形均为弹塑性应变问题,采用德鲁克-普拉格(Drucker-Prager)屈服准则,围岩的变形为各向同性,结构为3D六面体单元,且支护结构的材料均为弹性材料。然后通过ANSYS模拟软件进行开挖数值模拟研究,其核心思想是对4个因素进行定量,一个因素改变。

通过数值模拟软件的计算,得到各个变形影响因素的变形量数据,建立了20个单因素和16个多因素的正交实验模型,正交表选取 $L_{16}(4^5)$,即行数为16、水平数为4、列数为5的正交实验表。用正交实验法进行影响因素敏感性分析,得出各个影响因素对于不同部位的权重因子 W ,值越大,该影响因素对巷道变形越敏感。

(1)对于顶板,巷道围岩类别对巷道变形的影响权重最大,为0.27;其次为原岩应力,为0.24;支护方式为0.18;巷道跨度为0.16;最小的是断面形状,为0.15。

(2)对于帮部,巷道围岩类别对巷道变形的影响权重仍然最大,为0.31;其次是原岩应力,为0.26;支护方式为0.17;断面形状为0.14;最小的是巷道跨度,为0.12。

1.3 权重参数的确定

根据巷道围岩变形影响因素的权重因子及现场实际情况,选择模糊数学的正态模糊集,构造巷道围岩变形各个影响因素的隶属度函数,其构造方法为

$$A_i(u_j) = \exp \left[- \frac{(u_j - \max(u_i))^2}{\beta_{ij}} \right] \quad (1)$$

式中, A 为影响因素隶属度值; u_i 或 u_j 为上步正交实验获得各影响因素极差值; β_{ij} 为巷道围岩变形的各个

因素的第 j 个影响因素 u_j 值的均值, $i, j=1, 2, 3, 4, 5$ 。

由 $u=A_i W_i$ 最终得到一个权重参数值 u , 并用于下一步预测模型的建立。

2 模糊灰色系统预测模型的建立

鉴于围岩变形的模糊性、不确定性, 以及灰色系统需要数据较少这一优点, 建立在基于模糊数学原理和灰色理论基础之上的预测系统, 即为模糊灰色系统预测模型 (FGM(1,1)), 其中模糊数学原理是提高灰色建模功效性的关键。

灰色预测模型中做预测用的 GM(m, n) 模型, GM(1,1) 模型是其中最重要的同时也是最常用的一种灰色预测模型。由于在 GM(1,1) 预测模型中, 每一时刻的数据都被赋予同等重要的作用, 从而加大了预测误差。根据灰色系统理论新信息优先原理, 提出了将模糊数学技术应用于 GM(1,1) 模型中, 并将围岩变形影响因素权重参数 u 引入参与计算, 建立 FGM(1,1) 这一新的模糊灰色系统预测模型。

2.1 预测模型的模糊隶属度函数

由于所研究的系统对象总是发展变化的, 历史数据对系统的影响程度具有模糊性, 很难用确定的定量关系表示。因此, 将模糊数学原理与系统分析方法相结合, 综合考虑系统各方面的主要因素, 可以较好地模拟人们的模糊判断, 从而有效地实现对时间序列数据的预测。

模糊数学将二值逻辑 $\{0, 1\}$ 推广到可取 $[0, 1]$ 上任意值的、无穷多个值的连续逻辑, 设给定论域 U, μ_A 是 U 到闭区间 $[0, 1]$ 上的一个映射, 则称此映射确定了一个模糊子集 A , 称 μ_A 为 A 的隶属函数, $\mu_A(u)$ 叫做 u 对 A 的隶属度。在构造隶属函数时, 根据具体问题, 可参考一些典型的函数构造所需的隶属函数。因为函数分布曲线要符合灰色系统理论新信息优先原理, 所以选用实数域 R 的典型隶属函数升半柯西分布:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ \frac{1}{1 + \alpha(x - a)^\beta} & (x > a, \alpha > 0, \beta > 0) \end{cases} \quad (2)$$

2.2 预测模型的求解过程

FGM(1,1) 的核心思想是为每一时刻的数据指定一个模糊值, 以区别不同时刻的历史数据对模型预测结果的影响。由于需要为每一时刻的数据 x_i 指定一个模糊值 s_i , 数据序列便转化为一个模糊序列。假设一个时序数列 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ 及由模糊隶属度函数构成的数据序列是 $(x_1, s_1, t_1), (x_2, s_2, t_2), \dots, (x_n,$

$s_n, t_n)$, 其中 $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ 是相应数据收集的时间, 且时间越靠后, 数据越重要。这时可取 $s_i = f(t_i)$ 为 t_i 的单调增加函数且 $0 < \delta = s_1 \leq \dots \leq s_n = 1$ 。

对于巷道围岩变形, 选用时间为变量, 引入影响因素权重参数 u , 基于升半柯西分布建立巷道围岩变形数据的隶属度函数, 即模糊值:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ \frac{1}{[1 + u|\alpha|(t - T)]^\beta} & (t > 0, \alpha > 0, \beta > 0) \end{cases} \quad (3)$$

具体算法如下:

(1) 对于给定的序列 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, 计算级比

$$\sigma(k) = \frac{x(k-1)}{x(k)} \quad (4)$$

经过式(4)计算, 进而获得级比序列 $\sigma = (\sigma(2), \sigma(3), \dots, \sigma(n))$, 然后检验级比 $\sigma(k)$ 是否都落在覆盖中, 即

$$\sigma(k) \in (e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}}) \quad (5)$$

当 $k=2, 3, \dots, n, \sigma(k)$ 均落在可容覆盖, 则该序列可作 GM(1,1) 建模和进行序列灰色预测。

对于级比检验不合格的序列, 必须作数据变换处理, 使其变换后的序列, 其级比落于可容覆盖中, 通常变换处理有对数处理、方根处理和平移处理。把变换处理后的数据按 GM(1,1) 进行建模, 然后得出 2 个灰色参数 a 和 b , 代入 GM(1,1), 便可进行预测, 得出预测值。其中包含着对预测值的检验, 即事中检验和事后检验。

(1) 根据样本特点, 这一步建立的灰色模型 GM(1,1) 为非等时距灰色预测模型, 作为模糊灰色系统预测模型的基础, 参与下步的求解。

(2) 根据上一步得到的可建模原始序列 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, 加入时间和模糊值, 原始序列变为 $X = ((x_1, s_1, t_1), (x_2, s_2, t_2), \dots, (x_n, s_n, t_n))$, 其中 t_1, t_2, \dots, t_n 为相应数据收集的时间, T 为预测开始时间点, 然后对隶属度分布函数假定参数, 分布函数变为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq 0) \\ \frac{1}{[1 + u[0.2|(t - T)]^2]} & (t > 0) \end{cases} \quad (6)$$

再利用弱化缓冲算子对模糊序列进行作用, 得到模糊弱化缓冲作用序列:

$$x_k f d = \frac{s_k x_k + s_{k+1} x_{k+1} + \dots + s_n x_n}{s_k + s_{k+1} + \dots + s_n} = \frac{\sum_{i=k}^n s_i x_i}{\sum_{i=k}^n s_i} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

(3)按GM(1,1)模型对模糊弱化缓冲作用序列进行建模,进而计算FGM(1,1)预测模型中的2个灰色参数 a 和 b 。

(4)利用得到的参数 a 和 b 再代入GM(1,1)模型进行预测,得到相应的预测结果,完成了FGM(1,1)模型的一个求解过程。

同时,可以用该FGM(1,1)模型计算完毕后的新数据取代最早的数据,再次代入计算,从而实现了FGM(1,1)模型的新陈代谢,便于在保持预测精度的前提下进行长期预测。

3 模糊灰色预测系统软件

为使得该预测模型使用更加简便,在以往研究成果的基础上,根据以巷道变形的时间和各巷道变形的影响因素权重建立巷道变形的模糊灰色系统新陈代谢模型算法过程,选择功能强、开放性高的数学计算软件Matlab^[15]作为程序开发平台,编制并生成了巷道围岩变形的模糊灰色预测系统。

4 工程应用

4.1 工程概况

新安煤矿位于甘肃省平凉市崇信县境内,矿井采用主、副、风井三立井单一水平开拓,矿井工业场地标

高为+1 255 m,开采的煤层主要赋存在+1 050 ~ +350 m之间,井田煤层埋藏较深,开采水平为+535 m,井田内可采煤层为5层,煤层间距较大,煤2-1至煤5间距为75.9 m。井底车场巷道主要布置在5号煤底板岩层层中或穿1~5号煤层,顶、底板及两帮围岩主要为泥岩、砂质泥岩和煤,泥岩岩样的平均单轴抗压强度为12.6 MPa,最大为21.1 MPa,最小为7.6 MPa;砂岩岩样平均抗压强度16.06 MPa,单轴抗压强度为8.0~10.0 MPa。井底车场开拓巷道处于+535 m水平,位于新窑向斜西翼,掘进期间各煤层均有揭露,巷道顶底板主要岩层成分为泥岩,黏土成分较高,巷道在开挖后松动圈厚度约2.5 m,为大松动圈软岩巷道。

4.2 预测结果分析

基于模糊灰色系统的FGM(1,1)可新陈代谢模型在甘肃省新安煤矿深部巷道进行了工程应用,巷道为IV类围岩,半圆拱形断面,跨度5.2 m,采用锚杆支护,埋深为720 m,由此可以计算出其权重参数 $u=0.5033$,根据表2所测前期变形数据,利用可新陈代谢的FGM(1,1)模型进行预测,并同时利用GM(1,1)模型进行预测,用来与可新陈代谢的FGM(1,1)模型预测结果对比分析,直观的区分二者的精度差异。巷道围岩表面变形实测值、各模型预测值见表3。

表2 巷道位移实测值

Table 2 Measured displacement values of tunnel surrounding rock

日期	mm									
	8月17日	8月20日	8月23日	8月24日	8月27日	8月31日	9月3日	9月6日	9月9日	9月12日
顶板表面垂直位移	25	38	43	72	85	107	118	149	168	182
帮部表面水平位移	0	12	18	26	38	44	46	52	56	68

表3 不同预测模型预测误差分析与精度比较

Table 3 Different predicting model error analysis and accuracy comparison

日期	实测数据/mm		FGM(1,1)新陈代谢模型预测值/mm		GM(1,1)模型预测值/mm		FGM(1,1)新陈代谢模型相对误差/%		GM(1,1)模型相对误差/%	
	顶板	帮部	顶板	帮部	顶板	帮部	顶板	帮部	顶板	帮部
	9月15日	193	72	199.59	73.18	235.80	83.08	3.41	1.64	22.18
9月18日	207	76	207.26	76.96	280.21	97.19	0.13	1.26	35.36	27.900
9月21日	220	78	214.10	80.93	333.01	113.71	-2.68	3.75	51.36	45.780
9月24日	221	82	219.47	85.11	395.80	133.02	-0.69	3.79	79.09	62.220
9月27日	225	90	223.51	89.50	470.40	155.61	-0.66	-0.56	109.07	72.900
9月30日	231	96	226.53	94.12	559.02	182.05	-1.94	-1.96	141.99	89.630
10月3日	234	103	228.73	98.98	664.31	212.97	-2.25	-3.91	183.89	106.760
10月6日	237	107	230.38	102.90	789.50	249.14	-2.79	-3.83	233.12	132.840
10月9日	238	113	231.59	109.46	938.33	291.46	-2.69	-3.14	294.24	157.938
10月12日	240	118	232.52	115.11	1 115.11	340.96	-3.12	-2.45	364.63	188.950

根据表1的数据绘制不同模型预测值与实测值的精度曲线,以对比不同模型的预测准确度。

(1) 巷道顶板。

分别就巷道顶板垂直位移实测值与GM(1,1)模型预测值、FGM(1,1)模型预测值绘制曲线,如图1,2所示。

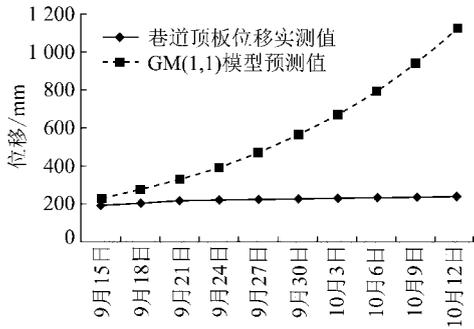


图1 GM(1,1)预测模型精度比较

Fig. 1 Predicting model accuracy comparison of GM(1,1)

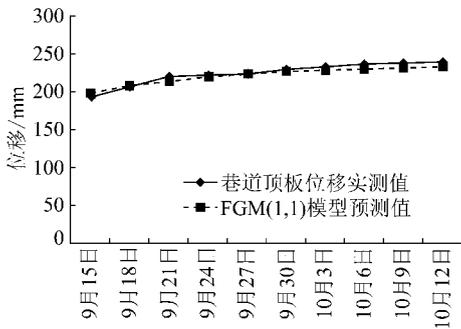


图2 FGM(1,1)预测模型精度比较

Fig. 2 Predicting model accuracy comparison of FGM(1,1)

由图1可知,GM(1,1)模型预测变形量前期数据与实测数据较吻合,而随着预测周期的增加,会出现预测值与实际值严重偏离的现象,即该模型不能进行长期预测。

由图2很直观的发现,FGM(1,1)模型预测值与实际值比较吻合,且长期预测值也没有出现GM(1,1)模型那种严重偏差。

(2) 巷道帮部。

与巷道顶板类似,绘制不同模型实测和预测值曲线图,如图3,4所示。

由图3,4发现,类似于巷道顶板,FGM(1,1)较GM(1,1)预测模型更具优势。

综上所述,由预测结果可知新陈代谢的FGM(1,1)模型在巷道顶板变形的预测中相对误差控制在10%以内。而GM(1,1)模型部分日期巷道变形预测值的相对误差甚至超过了100%,两者相比,FGM(1,1)模型明显具有较高的精度,预测结果更加准确,且能够用于长期预测。

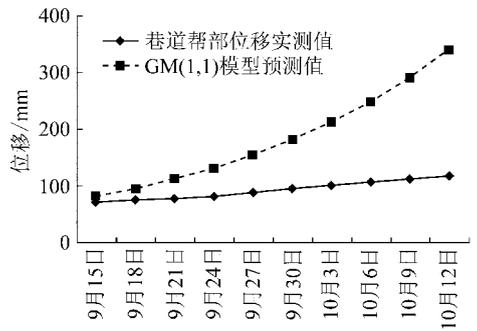


图3 GM(1,1)预测模型精度比较

Fig. 3 Predicting model accuracy comparison of GM(1,1)

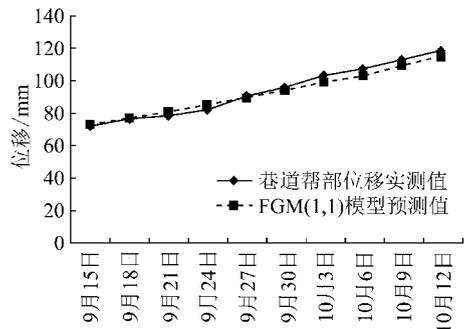


图4 FGM(1,1)预测模型精度比较

Fig. 4 Predicting model accuracy comparison of FGM(1,1)

5 结 论

(1) 根据模糊数学理论对监测的数据样本进行模糊化处理,采用不同时刻历史数据赋予不同的隶属度,即近期数据隶属度较大,远期数据隶属度较小,每一时刻的数据指定一个模糊值,以区别不同时刻的历史数据对模型预测结果的影响,同时引入巷道围岩变形影响因素的权重参数,将数据序列转化为一个具有时效性的模糊序列,以此建立了巷道变形的模糊灰色系统预测模型,提高了预测精度。

(2) 通过理论分析和数值模拟,确定了巷道埋深、跨度、围岩性质、断面形状及支护方式的5个影响巷道围岩变形量的主要因素影响权重,结合灰色系统GM(1,1)预测模型提出了可新陈代谢的模糊灰色系统FGM(1,1)预测新模型,并据此算法过程在Matlab平台上开发了深部巷道围岩变形的模糊灰色系统预测软件,方便该系统的推广使用。

(3) 在甘肃新安煤矿的工程应用,验证了该预测系统的准确性,且其误差已经控制在10%以内,在预测精度与其他模型相比得以较明显的提高,为深部巷道围岩变形控制提供了理论依据,无论在安全上还是经济上都取得了很好的效果。

参考文献:

[1] 靖洪文,李元海,许国安.深埋巷道围岩稳定性分析与控制技术

- 研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(6): 877-880.
- Jing Hongwen, Li Yuanhai, Xu Guoan. Analysis of surrounding rock stability of deeply buried roadways and study on its control techniques[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(6): 877-880.
- [2] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- Deng Julong. Grey theory basis[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002.
- [3] 邓聚龙. 灰色控制理论[J]. 华中工学院学报, 1982, 10(3): 9-18.
- Deng Julong. Gray control theory[J]. Journal of Huazhong Industrial College, 1982, 10(3): 9-18.
- [4] 毕向阳, 王永岩. 利用灰色模型预测巷道的围岩变形[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 1999, 14(3): 136-140.
- Bi Xiangyang, Wang Yongyan. The grey prediction model of roadway surrounding rock deformation[J]. Journal of Liaoning Technical University(Natural Science), 1999, 14(3): 136-140.
- [5] 伍爱友, 田云丽, 宋译, 等. 灰色系统理论在矿井瓦斯涌出量预测中的应用[J]. 煤炭学报, 2005, 30(5): 589-592.
- Wu Aiyou, Tian Yunli, Song Yi, et al. Application of the grey system theory for predicting the amount of mine gas emission in coalmine [J]. Journal of China Coal Society, 2005, 30(5): 589-592.
- [6] 王正帅, 邓喀中. 老采空区残余沉降的离散灰色预测模型[J]. 煤炭学报, 2010, 35(7): 1084-1088.
- Wang Zhengshuai, Deng Kazhong. Discrete grey prediction model of old goaf residual subsidence [J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(7): 1084-1088.
- [7] 王国军, 史弘鹤, 王著杰. 引水隧洞围岩位移的非等步长灰色模型预测[J]. 勘探科学技术, 2005(5): 42-43.
- Wang Guojun, Shi Honghe, Wang Zhujie. Tunnel rock displacement prediction based on unequal step grey model [J]. Exploration Science and Technology, 2005(5): 42-43.
- [8] 丁万涛, 李术才, 王书刚. 龙潭隧道围岩收敛变形灰色系统预测模型[J]. 岩土力学, 2006, 27(S1): 118-121.
- Ding Wantao, Li Shucai, Wang Shugang. Predication of gray system model on convergence of surrounding rock deformation of Longtan tunnel [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(S1): 118-121.
- [9] 李宏建. 隧道变形预测的灰色 Verhulst 模型[J]. 石家庄铁道学院学报, 2000, 13(4): 28-30.
- Li Hongjian. The grey Verhulst model of deformation forecast for tunnel [J]. Journal of Shijiazhuang Tiedao University, 2000, 13(4): 28-30.
- [10] 肖世洪, 靳晓光. 线性-非线性 GM 模型在围岩变形预测中的应用[J]. 地下空间与工程学报, 2006, 2(5): 877-880.
- Xiao Shihong, Jin Xiaoguang. Application of linear and non-linear GM model to forecast of surrounding rock deformation [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2006, 2(5): 877-880.
- [11] 宋晓秋. 模糊数学原理与方法[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2004.
- Song Xiaochu. Fuzzy mathematical theory and method [M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2004.
- [12] 马元, 靖洪文, 陈玉桦. 动压巷道围岩破坏机理及支护的数值模拟[J]. 采矿与安全工程学报, 2007, 24(1): 109-113.
- Ma Yuan, Jing Hongwen, Chen Yuhua. Numerical simulation of failure mechanism of surrounding rocks in mining induced roadway and its support [J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2007, 24(1): 109-113.
- [13] 何满潮, 郭红云, 陈新, 等. 基于和分解有限变形力学理论的深部软岩巷道开挖大变形数值模拟分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(S2): 4050-4055.
- He Manchao, Guo Hongyun, Chen Xin, et al. Numerical simulation analysis of large deformation of deep soft rock engineering based on solar decomposition theorem [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(S2): 4050-4055.
- [14] 段庆伟, 何满潮, 张世国. 复杂条件下围岩变形特征数值模拟研究[J]. 煤炭科学技术, 2002, 30(6): 55-58.
- Duan Qingwei, He Manchao, Zhang Shiguo. Numerical simulation of deformation character of surroundings in complicated situations [J]. Coal Science and Technology, 2002, 30(6): 55-58.
- [15] 何强, 何英. Matlab 扩展编程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- He Qiang, He Ying. Matlab expand programming [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.