

# Matlab 软件在生产制造中的应用\*

周玲丽

(中山大学 数学系, 广东 广州 510275)

**摘要:** 针对某个弹簧储-放能产品设计中的实际问题, 运用数学知识进行数学建模, 建立了该问题的数学模型, 由于模型的复杂性, 无法求其符号解, 转而应用 Matlab 软件推导出该数学模型的数值解, 在指导实际生产中取得较好的效果.

**关键词:** Matlab 软件; 常微分方程; 数学模型

**中图分类号:** O 175.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0258-7971(2002)03-0172-03

Matlab<sup>[1]</sup> 软件是由美国 MathWorks 公司于 1984 年推出一套高性能的数值计算和可视化软件, 它集数值分析、矩阵运算、信号处理和图形显示于一体. 经过不断的发展和完善, 如今已成为覆盖多个学科的国际公认的最优秀的数值计算仿真软件之一. Matlab 软件具备强大的数值计算能力, 许多复杂的计算问题只需短短几行代码就可以在 Matlab 中实现, 并且 Matlab 还带有多个工具箱, 如优化、统计分析、小波分析、神经网络等, 能解决较多领域方面的问题.

常微分方程<sup>[2]</sup> (ODE) 在工程领域中的应用非常广泛, 用常微分方程可以建立实际生产中的许多模型, 此过程既为数学建模<sup>[3]</sup>. 但由于在实际问题中, 这些模型是很难, 甚至无法求得其符号解, 故转而考虑其数值解, 而 Matlab 在求解微分方程的数值解方面具有很大的优越性.

利用数值方法求解常微分方程, 其求解的大致思路为: 把求解的时间区间划分为有限步, 对应于每一步将计算出一个解, 如果求得的解不满足误差限制, 则减少步长, 再求解, 如此过程循环往复, 直到满足误差限制为止.

Matlab 在求解常微分方程方面提供了很好的解题指令, 从而使用数值方法来求解微分方程变得很容易, 并能将问题及解答表现在图形上.

在 Matlab<sup>[4]</sup> 中, 用数值方法求解常微分方程

常用的指令有 5 个, 分别用于解决刚性问题(stiff problems) 和非刚性问题(nonstiff problems), 它们分别是:

(1) ode45 采用龙格-库塔(Runge-Kutta) 解法中的中阶解法, 用于解决非刚性问题.

(2) ode23 采用龙格-库塔(Runge-Kutta) 解法中的低阶解法, 用于解决非刚性问题.

(3) ode113 采用 Adams-Bashforth-Moulton 解法的变阶解法(variable order), 用于解决非刚性问题.

(4) ode15s 采用数值差分的方法(吉尔 Gear's 方法), 用于解决刚性问题.

(5) ode23s 采用修正的 Rosenbrock 二阶解法, 解决部分 ode15s 无法解决的刚性问题.

## 1 问题的提出

现要设计和生产一种电动工具——冲击钻, 在以往的设计中, 冲击钻能量的获取主要是通过汽缸的膨胀和缩小来推动活塞运动, 一方面要保证活塞的运动自如, 另一方面要保证汽缸与活塞之间的密合性, 避免气体的泄漏, 在设计上有较大的难度.

因此现考虑通过弹簧来获取能量, 将冲击钻设计成一种弹簧储-放能的产品. 主要是利用弹簧的弹性, 通过对弹簧的施压获得能量, 然后将能量瞬间释放以得到一定的冲力, 使能量形式进行了转

\* 收稿日期: 2001-12-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(1007197).

作者简介: 周玲丽(1973-), 女, 浙江人, 硕士生, 助理工程师, 主要从事信息管理系统方面的研究.

换.

该产品的主要部件是一端面凸轮, 端面凸轮的曲面为一个凸轮付曲面, 其主要配件为滚子, 能量释放时推动滚子在凸轮付曲面上滚动.

端面凸轮以往的加工工艺是冷轧型材通过数控或仿型加工而成, 成本较高, 零件的一致性不好. 为了提高质量、降低生产成本, 考虑利用粉末冶金成型工艺.

由于粉末冶金的组分较疏松, 强度、硬度等机械方面的性能参数不如冷轧型材, 因此在设计时考虑采用滚子在曲面上滚动时任意点的正压力恒定的设计. 希望通过这一设计从而能使对曲面的强度、硬度等机械性能的要求大大降低, 并使曲面的磨擦机理(性能)得到提高. 从而使凸轮付曲面的设计, 不仅达到了耐磨的作用并且降低了生产制造的成木.

凸轮付曲面的主要受力分析如图 1 所示, 其中  $N$  为正压力,  $f_1, f_2$  分别为正压力  $N$  在水平及垂直方向的分量,  $\theta$  为  $N$  与  $f_2$  之间的夹角.

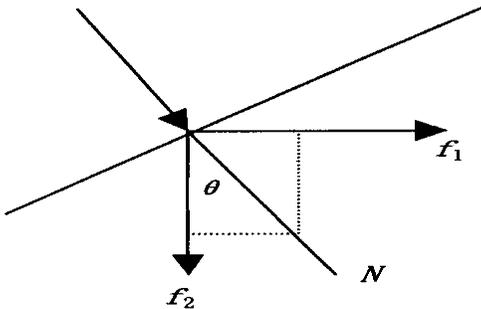


图 1 曲面的受力分析

Fig. 1 Analysis the curve's suffering

## 2 数学模型的建立

根据力学知识有  $F = ma$ , 其中  $a$  为加速度,  $m$  为质量. 而  $y' = \tan \theta$ , 故  $\theta = \arctan(y')$ .

考虑垂直方向的受力, 得到

$$f_2 - \mu f_1 - N_0 - ky = ma,$$

其中  $\mu$  为滑动摩擦因数,  $N_0$  为弹簧初压力,  $k$  为弹性模量.

而  $f_2 = N \cos \theta = N \cos(\arctan(y')), f_1 = N \sin \theta = N \sin(\arctan(y'))$ , 将 2 式代入上式, 又有  $a = y''$ , 得

$$N \cos(\arctan(y')) - \mu N \sin(\arctan(y')) - N_0 - ky = my'',$$

化简得到

$$\frac{N}{m} \cos(\arctan(y')) - \mu \frac{N}{m} \sin(\arctan(y')) - \frac{N_0}{m} - \frac{k}{m}y = y''.$$

令  $a_1 = \frac{N}{m}, a_2 = \frac{k}{m}, a_3 = \frac{N_0}{m}$ , 且  $\mu = 0.08$ ,

则得到如下常微分方程

$$a_1 \cos(\arctan(y')) - 0.08a_1 \sin(\arctan(y')) - a_2y - a_3 = y'',$$

其中  $a_1, a_2, a_3$  为常量. 其初值条件为

$$y(6 \times 10^{-3} \times \sin 25^\circ) = 6 \times 10^{-3} \times (1 - \cos 25^\circ)$$

$$y'(6 \times 10^{-3} \times \sin 25^\circ) = 10^{-3} \times (\tan 25^\circ),$$

$x$  的取值范围为

$$x \in (6 \times 10^{-3} \times \sin 25^\circ, 0.03).$$

## 3 问题的求解

观察通过建模得到的微分方程, 我们无法用常用的方法求得其符号解, 故考虑求其数值解, 而 Matlab 软件在数值运算方面有其优越性, 故采用 Matlab 软件的数值方法来求解该微分方程的解.

具体步骤如下:

第一步: 先把问题转化为一阶问题.

利用代换法, 令  $Y = [y_1, y_2]$ , 其中

$$y_1 = y, y_2 = y',$$

因此  $a_1 \cos(\arctan(y')) - 0.08a_1 \sin(\arctan(y')) - a_2y - a_3 = y''$  等同于下式一阶问题

$$y'_1 = y_2,$$

$$y'_2 = a_1 \cos(\arctan y_2) -$$

$$0.08a_1 \sin(\arctan y_2) - a_2y_1 - a_3.$$

第二步: 应用 Matlab 的函数文件描述一阶问题

将函数文件取名为 f.m, 文件具体内容如下:

```
function dy = f(t, Y)
```

```
global a1 a2 a3
```

```
dy = zeros(2, 1);
```

```
dy(1) = Y(2);
```

```
dy(2) = a1* cos(atan( Y(2))) -
```

```
0.08* a1* sin(atan( Y(2))) -
```

```
a2* Y(1) - a3;
```

第三步: 利用 Matlab 求解微分方程的解题指令求解  $Y$ .

采用 ode45 函数命令(龙格-库塔方法)调用

函数文件, 解出  $[t, Y]$ . 其中  $T$  为时间向量, 对应的  $Y$  矩阵是对应该时间的  $y_1, y_2$  的解. 具体的程序文件内容如下:

```
[t, Y] = ode45('f', [6* 10.^(-3)* sin(25*
pi/180) 0.03], ...
[6* 10.^(-3)* (1- cos(25* pi/180)); 10.^
(-3)* tan(25* pi/180)]);
plot(t, Y(:, 1))
```

程序文件的执行结果如图 2 所示, 图中曲线的纵坐标既为所要求的微分方程的解 (\* 为曲线在所给范围内的最高点, 图中所示为其坐标).

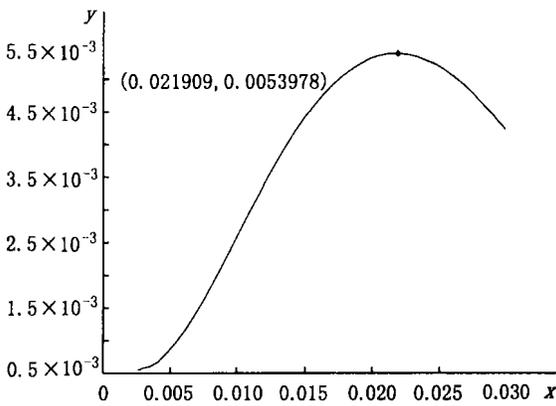


图 2 微分方程的解

Fig. 2 The solution of differential equations

## 4 实际效果

根据利用 Matlab 软件求解得到的微分方程的数值解, 绘制出一曲线, 并运用其它图像处理软件

(UG 软件) 得到一凸轮付曲面. 按照该曲面数据所设计的产品在实际运用中, 效果非常理想.

当滚子运动时, 运动付跑合的工作曲面得到一种类似于喷丸处理的工艺效果, 凸轮付曲面变得平滑光洁, 这充分说明了滚子在凸轮付曲面上滚动时, 曲面上任意点的正压力恒定, 从而减少了对曲面的摩擦, 提高了曲面的摩擦机理.

在冲击钻以往的设计中, 凸轮付曲面的设计主要是通过设计者的经验来考虑, 而没有通过科学的分析与计算, 故而滚子滚动时凸轮付曲面的磨损较严重, 从而影响了产品的实际功效. 由于该冲击钻的端面凸轮采用粉末冶金, 相对于冷轧型材, 大大地降低了生产成本, 从而在经济上能够取得较好的效益.

该冲击钻的设计, 采用 Matlab 软件圆满地解决该实际问题的数学模型, 也突显了 Matlab 软件在工程和生产制造中的作用, 且该产品正处于试生产阶段.

## 参考文献:

- [1] 蒙以正. MATLAB 5. X 应用与技巧[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [2] 王高雄, 周之铭, 朱思铭, 等. 常微分方程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1991.
- [3] 朱思铭, 李尚廉. 数学模型[M]. 广州: 中山大学出版社, 1995.
- [4] 张宜华. 精通 MATLAB 5[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.

## Application of Matlab software in the production

ZHOU Ling-li

(Department of Mathematics, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract** This text aims at a actual problem of a certain product design, applying the mathematical knowledge to establish the mathematical model of that problem. Because of the model's complexity, can not get the symbol solution, thus turn to apply the Matlab software to deduce out the numeral solution of the mathematical model and obtain the good result in practical production.

**Key words:** Matlab software; ordinary differential equations; mathematical model