文章编号: 1007- 2985(2009)03- 0017- 02

自适应变系数 EV 模型系数函数中　的估计*

周　丽[1], 张智顺[2], 许　健[3], 刘万荣[3]
(1. 湖南农业大学理学院, 湖南 长沙　410128; 2: 贵州大学计算机学院, 贵州 贵阳　550025;
3. 湖南师范大学数计院, 湖南 长沙　410081)

摘　要: 从一般情况下的自适应变系数 EV 模型入手, 来讨论一种特殊形式的自适应变系数 EV 模型, 然后利用 MAT-LAB 将一步迭代估计出来的结果进行了检验.

关键词: 变系数 EV 模型; 参数估计; 一步迭代估计
中图分类号: O212.7　　文献标识码: A

主要讨论了一类自适应变系数 EV 模型:

$$\begin{cases} Y_i = \boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i) + e_i, \\ \boldsymbol{X}_i = \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{u}_i. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x}_i = (x_{i0}, x_{i1}, \quad, x_{ip})^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{g}(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i) = (g_0(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i), g_1(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i), \quad, g_p(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i))^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{u}_i = (u_{i0}, u_{i1}, \quad, u_{ip})^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{X}_i = (X_{i0}, X_{i1}, \quad, X_{ip})^{\mathrm{T}}$; $i = 1, \quad, n$. $(\boldsymbol{x}_i, y_i)$ 是 $\mathbf{R}^{p+1}\quad \mathbf{R}^1$ 上的随机变量, $(\boldsymbol{x}_i, y_i)$ 的值不能精确观测, 其观测值相应为 $(\boldsymbol{X}_i, Y_i)$. 设 $g_j(\ )(j = 0, 1, \quad, p)$ 是有界连续函数, 且 $g_j(\ )\quad 0 (j = 0, 1, \quad, p)$. $(e_i, \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$ 为 $p+2$ 维独立同分布的随机误差向量, 满足

$$E(e_i, \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = 0, \mathrm{Cov}(e_i, \boldsymbol{u}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = \ ^2\boldsymbol{I}_{p+2} \qquad ^2 > 0 \text{ 未知.}$$

$\boldsymbol{x}_i$ 与 $\boldsymbol{u}_i$, y_i 与 e_i, $\boldsymbol{x}_i$ 与 e_i 都不相关, 每次观测之间相互独立.[1]

1　系数函数 $g_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})$ 中参数　的估计

考虑模型

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y} = \sum_{j=0}^{p} g_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{e}, \\ \boldsymbol{X} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}. \end{cases} \tag{2}$$

其中: $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \quad, \boldsymbol{x}_p)^{\mathrm{T}}$; $\ = (\ _1, \ _2, \quad, \ _p)^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{x}_i = (x_{i1}, \quad, x_{ip})^{\mathrm{T}}$; $i = 1, 2, \quad, n$.

根据文献[2]中定理 1 的第二部分, 若 $\ _p \quad 0$, 则模型(2) 可化成:

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y} = \sum_{j=0}^{p-1} g_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}_j + \boldsymbol{e}, \\ \boldsymbol{X} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}. \end{cases}$$

假设 $(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y})$ 的分布函数连续, 且 $E\{\boldsymbol{Y}^2 + \quad \boldsymbol{X} \quad ^2\} < \quad$, 要使 $E\{\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{y}\}^2$ 最小, 等价于是寻找　, 使

$$R(\ ) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{Y_i - \sum_{j=0}^{p-1} g_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i)x_{ij}\}^2 w(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i) \tag{3}$$

达到最小.

假设 $\hat{\ }$ 使方程(3) 达到最小值, 则 $\boldsymbol{R}(\hat{\ }) = 0$, $\boldsymbol{R}(\ )$ 是 $R(\ )$ 的导数, 任意给定 $\hat{\ }$ 附近的点 $\ ^{(0)}$, 由 Taylor 展开有

$$0 = \boldsymbol{R}(\hat{\ }) \quad \boldsymbol{R}(\ ^{(0)}) + \boldsymbol{R}(\ ^{(0)})(\hat{\ } - \ ^{(0)}), \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{R}(\ )$ 是 $R(\ )$ 的 Hessian 矩阵.

由(4) 式得到　的一步迭代估计结果为

* 收稿日期: 2009- 02- 13
基金项目: 湖南农业大学人才引进基金(06YJ01)
作者简介: 周　丽(1980-), 女, 湖南郴州人, 湖南农业大学理学院讲师, 湖南师范大学数计学院硕士研究生, 主要从事数理统计研究.

$$^{(1)} = \ ^{(0)} - \ddot{R}(\ ^{(0)})^{-1}\dot{R}(\ ^{(0)}).$$

其中: $^{(0)}$ 为前面选定的初始值;

$$\dot{R}(\ ) = -\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\{Y_i - \sum_{j=0}^{p-1} g_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})x_{ij}\}\{\sum_{j=0}^{p-1}\dot{g}_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i)x_{ij}\}\boldsymbol{x}_i w(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i);$$

$$\ddot{R}(\ ) = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\{\sum_{j=1}^{p-1}\dot{g}_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i)x_{ij}\}^2\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}w(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i) - \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\{Y_i - \sum_{j=1}^{p-1} g_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i)\}\{\sum_{j=0}^{p-1}\ddot{g}_j(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i)x_{ij}\}\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}}w(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i).$$

这里假定权函数 $w(\ )$ 的导数是 0, 而在实际应用中常认为 $w(\ )$ 是示性函数, 进一步地说, $w(\ ^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_i)$ 是前 1 次迭代的值, 是个常数.

2 用特殊模型对 的估计进行检验

考虑自适应变系数 EV 模型:

$$\begin{cases} Y = \sin(\ ^{\mathrm{T}} * \boldsymbol{x}) * \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}, \\ X = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}. \end{cases}$$

在 MATLAB 中的程序如下[3-4]:

```
n= 3;
v0= [ 1, 2, 3] ;
x= normrnd( 1, 1, n, 1) ;
u= normrnd( 0, 1, n, 1) ;
e= normrnd(0, 0.1, n, 1) ;
X= x+ u;
Y= sin(v0 * X) * X+ e;
Rv1= 0;
Rv2= 0;
for i= 1: n;
Rv1= Rv1- 2/ n* ( Y(i)- sin( v0 * X)* X( i)) *
cos( v0 * X) * X(i) * X;
end;
Rv1
for i= 1: n;
Rv2= Rv2+ 2/ n* ( cos( v0 * X) * X( i) )^2* X* X + 2/ n*
( Y(i)- sin( v0 * X)) * cos( v0 * X) * X( i) * X* X ;
end;
Rv2

v1= v0- inv( Rv2) * Rv1;
v1
```

在程序中 n 可以随意改变, $\boldsymbol{v}0$ 就是文中的 , $\boldsymbol{v}0$ 也可以随意改变, 只要是一个已知的向量即可. 当 $n = 3$, $\boldsymbol{v}0 = (1, 2, 3)^{\mathrm{T}}$ 时, 程序运行出来的结果是 $\boldsymbol{v}1 = (0.968\,8, 2, 3.002\,9)^{\mathrm{T}}$; 当 $n = 5$, $\boldsymbol{v}0 = (2, 2, 2, 2, 2)^{\mathrm{T}}$ 时, 程序运行出来的结果是 $\boldsymbol{v}1 = (2.011\,7, 2.140\,6, 1.750\,0, 1.812\,5, 1.937\,5)^{\mathrm{T}}$; 当 $n = 10$, $\boldsymbol{v}0 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)^{\mathrm{T}}$ 时, 程序运行出来的结果是 $\boldsymbol{v}1 = (1.004\,9, 1.962\,4, 2.987\,3, 3.983\,6, 5.031\,3, 6.046\,9, 6.999\,0, 8.046\,9, 8.992\,2, 10)^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{v}1$ 是 $\boldsymbol{v}0$ 的估计结果. 由此可知, 用一步迭代估计的方法去估计系数函数中参数 是可行的, 且效果比较好.

参考文献:

[1] FAN Jian-qian, ZHANG Wen-yang. Statistical Estimation in Varying Coefficient Models [J]. Annals of Statistics, 1999, 27: 1 491- 1 518.

[2] FAN Jian-qing, YAO Qi-wei, CAI Zong-wu. Adaptive Varying-Coefficient Linear Models [J]. Journal of Royal Statistical Society B, 2003, 65: 57- 80.

[3] 李泽华, 刘万荣, 肖正阳. 变系数 EV 模型系数参数的一步估计 [J]. 湖南师范大学学报: 自然科学版, 2006, 29(1): 14- 17.

[4] 王沫然. MATLAB 与科学计算 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.

Estimate in Coefficient Function of Adaptive Variable Coefficients EV Model

ZHOU Li[1], ZHANG Zhi-shun[2], XU Jian[3], LIU Wan-rong[3]

(1. Science College, Hunan Agricultural University, Changsha 410128, China; 2. Computer Institute, Guizhou University, Guiyang 550025, China; 3. College of Mathematics and Computer Science, Hunan Normal University, Changsha 410081, China)

Abstract: Starting from the adaptive variable coefficients EV model in general case, the authors discuss a special form of adaptive variable coefficients EV model, and then use MATLAB to verify the estimated result of one-step iterative.

Key words: variable coefficients EV model; parameter estimate; one-step iterative estimate

(责任编辑 向阳洁)