

文章编号:1007-2985(2012)01-0036-05

一维函数光子晶体的禁带特性理论*

王清才,王 岩,王光怀

(吉林师范大学物理学院,吉林 四平 136000)

摘 要:提出了一种新型函数光子晶体,其折射率是一个空间位置函数.在费马原理的基础上,利用传输矩阵理论研究了光子晶体介质层的折射率、周期数、入射角等对光子晶体带隙变化的影响.为灵活实现某特定带隙的光子晶体的制备提供了理论依据.

关键词:光子晶体;折射率;传输矩阵

中图分类号:O431

文献标志码:A

DOI:10.3969/j.issn.1007-2985.2012.01.010

光子晶体是 1987 由 Yablonovitch 和 John 提出的新型光学材料,利用改变不同折射率材料的堆积方式来实现对光传播的控制^[1-2].由于光子在这种光学材料中的行为类似电子在凝聚态材料中的行为,光子晶体可能具有类似半导体能带的禁带^[3-7].对于一些特殊的光子晶体的研究需要进一步的深入,因为这些特殊类型的光子晶体具有传统的光子晶体所不具有的一些特性,这些特性能够进一步的满足人们对于光子晶体器件性能的实际需要,具有非常重要的应用价值^[8-16].笔者提出了一种新型光子晶体,它的 2 个介质层的折射率是随空间位置变化的周期函数.给出光在这种特殊类型的函数光子晶体中的运动方程,从光学角度出发,根据光学传输理论计算了一维函数光子晶体的传输特性.研究结果表明:函数光子晶体具有比传统光子晶体更多、更宽或更窄的带隙结构.

1 光在函数光子晶体中的运动方程

对于函数光子晶体,介质层的折射率是一个随空间位置变化的周期函数,一维函数光子晶体所对应的介质层的折射率分别为 $n(z)$.由费马原理可知光在一维光子晶体中二维空间传播的运动方程^[17] 为

$$\frac{\partial n(z)}{\partial z} - n(z) \frac{z}{1+z^2} = 0. \tag{1}$$

2 单介质层中传输矩阵的推导

由电场和磁场的边值关系:在介质交界面的切向方向上的电场强度和磁场强度是连续的.如图 1 所示, $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$ 为在界面 I 的上侧的场矢量, $\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$ 为在界面 I 的下侧的场矢量, $\mathbf{E}_{11}, \mathbf{H}_{11}$ 为在界面 II 的下侧的场矢量.在界面 I 的上电场分量有入射光波 \mathbf{E}_{i1} 、透射光波 \mathbf{E}_{t1} 、反射光波 \mathbf{E}_{r1} 和从界面 I 下侧入射到界面 I 的光波 \mathbf{E}_{r2}' .

由电场和磁场的边值关系,对于界面 I 的两侧,电场强度 E 和磁场强度 H 在切向方向上的分量是连续的,界面 I 的两侧有 $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_1, \mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_1$,所以在界面 I 上有:

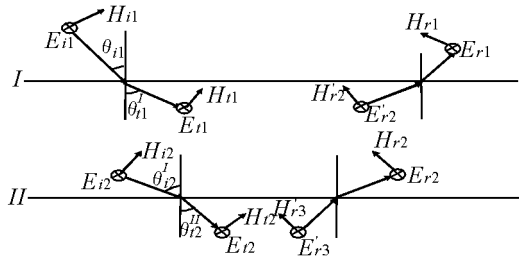


图 1 在任意介质层中光传播的情况

* 收稿日期:2011-07-20

作者简介:王清才(1984-),男,安徽宿州人,吉林师范大学物理学院硕士生,主要从事理论物理研究.

$$\begin{cases} \mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_{r1} + \mathbf{E}_{r2}', \\ \mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_1 = H_{i1} \cos \theta_i^I - H_{r2}' \cos \theta_i^I. \end{cases} \quad (2)$$

同样对于界面 II 的两侧, 电场强度 E 和磁场强度 H 在切向方向上的分量也是连续的, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{II} = \mathbf{E}_1 = E_{i2}' + E_{r2}, \\ \mathbf{H}_{II} = \mathbf{H}_1' = H_{i1} \cos \theta_i^I - H_{r2} \cos \theta_i^I. \end{cases} \quad (3)$$

计算入射角 θ_{i1}^I , 由(1) 式可知

$$\frac{\partial n(z)}{n(z)} = \frac{z \partial z}{1 + z^2}. \quad (4)$$

则

$$\begin{cases} E_I = \frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} n(b) E_{i1} e^{i\delta_b} \cos \theta_i^I}} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} n(b) \cos \theta_i^I \cos \delta_b E_{II} - i \sin \delta_b E_{II}}, \\ H_I = \frac{n(0) \cos \theta_{i1}^I}{n(b) \cos \theta_{i2}^I} (-i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} n(b) \cos \theta_i^I \sin \delta_b E_{II} + \cos \delta_b E_{II}). \end{cases} \quad (5)$$

由(5) 式可得

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_I \\ \mathbf{H}_I \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{II} \\ \mathbf{H}_{II} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

其中 \mathbf{M} 矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \delta_b & \frac{-i \sin \delta_b}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} n(b) \cos \theta_i^I}} \\ -i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0} n(0) \cos \theta_i^I \sin \delta_b} & \frac{n(0) \cos \theta_i^I}{n(b) \cos \theta_i^I} \cos \delta_b \end{pmatrix}, \quad (7)$$

(7) 式中的 \mathbf{M} 为半个周期的传输矩阵. 当 $n(0) = n(b)$ 时, 则

$$\theta_i^I = \theta_i^I. \quad (8)$$

于是半个周期的传输矩阵 \mathbf{M} 为

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \cos \delta_b & -\frac{i}{\eta_b} \sin \delta_b \\ -i \eta_b \sin \delta_b & \cos \delta_b \end{pmatrix}, \quad (9)$$

其中 $\eta_b = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\eta_0} n(0)} \cdot \cos \theta_i^I$.

3 一维函数光子晶体中传输矩阵的推导

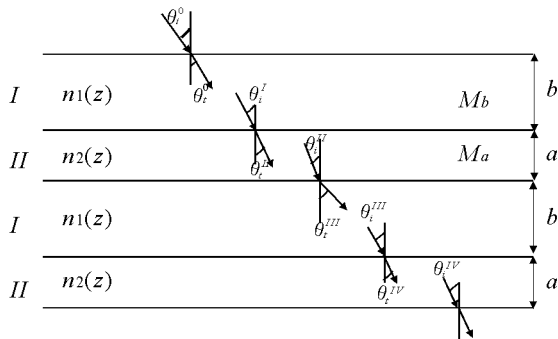


图 2 2 个周期函数光子晶体的投射图

由上分析知道传统的光子晶体是由 2 种折射率不同的介质构成, 并且折射率在两介质的表面不是连续的. 于是设计的一维函数光子晶体的结构如下: 在上半个周期的介质中, 介质的折射率是 $n_1(z)$, 在下半个周期的介质中, 介质的折射率是 $n_2(z)$, 而上半个周期和下半个周期的介质厚度分别为 b 和 a , 其折射率满足的条件为 $n_1(b) \neq n_2(0)$, 如图 2 所示.

传输矩阵为

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_b \mathbf{M}_a = \begin{pmatrix} \cos \delta_b & -\frac{i}{\eta_b} \sin \delta_b \\ -i\eta_b \sin \delta_b & \cos \delta_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \delta_a & -\frac{i}{\eta_a} \sin \delta_a \\ -i\eta_a \sin \delta_a & \cos \delta_a \end{pmatrix}, \quad (10)$$

对于第 N 个周期, 电场强度 E_N 、 E_{N+1} 和磁场强度 H_N 、 H_{N+1} 满足的关系式为

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = \mathbf{M}_N \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

从(11)式可得到 N 个周期光子晶体的特征方程为

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ H_1 \end{pmatrix} = M_1 M_2 \cdots M_N \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} = M_b M_a M_b M_a \cdots M_b M_a \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

4 一维函数光子晶体的反射率、透射率和色散关系

根据第 1 个界面和第 $N+1$ 界面上的电磁分量方程, 由(12)式可以求出一维光子晶体的透射率 T 和反射率 R 分别为

$$\mathbf{T} = \mathbf{t} \cdot \mathbf{t}^*, \quad (13)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}^*. \quad (14)$$

其中: 透射系数

$$t = \frac{E_{tN+1}}{E_{i1}} = \frac{2\eta_0}{A\eta_0 + B\eta_0\eta_N + C + D\eta_{N+1}}; \quad (15)$$

反射系数为

$$r = \frac{E_{r1}}{E_{i1}} = \frac{A\eta_0 + B\eta_0\eta_N - C - D\eta_{N+1}}{A\eta_0 + B\eta_0\eta_N + C + D\eta_{N+1}}. \quad (16)$$

根据特征矩阵(11)式可得

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = M_b M_a \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

又根据 Bloch 定理可得

$$\begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} = e^{-ikd} \begin{pmatrix} E_{N+1} \\ H_{N+1} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

其中 $d = b + a$, k 为布洛赫波矢, 则一维周期结构的函数光子晶体的色散关系为

$$\cos kd = \cos \delta_b \cos \delta_a - \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_b}{\eta_a} + \frac{\eta_a}{\eta_b} \right) \sin \delta_b \sin \delta_a. \quad (19)$$

5 计算结果

由上述分析, 利用计算机模拟计算出一维函数光子晶体的带隙结构. 参数选取为: A 介质层是 ZnS , 其厚度 $a = 740 \text{ nm}$, B 介质层是 MgF_2 , 其厚度 $b = 1260 \text{ nm}$, 空间周期 $d = a + b = 2000 \text{ nm}$, $n_1(0) = \sqrt{1.9}$, $n_2(0) = \sqrt{5.5}$, $\theta_i^0 = \frac{\pi}{3}$, $m = 4$. 利用传输矩阵理论计算光子晶体介质层的折射率、周期数、入射角等对光子晶体带隙变化的影响.

5.1 不同函数形式的折射率对光子晶体带隙的影响

讨论光子晶体介质层折射率对光子晶体的禁带影响. 定义其他的参数保持不变, 选取不同函数形式的折射率, 其周期取值为 8 个周期, 选取 2 种不同函数形式的折射率.

(1) 正弦型函数折射率:

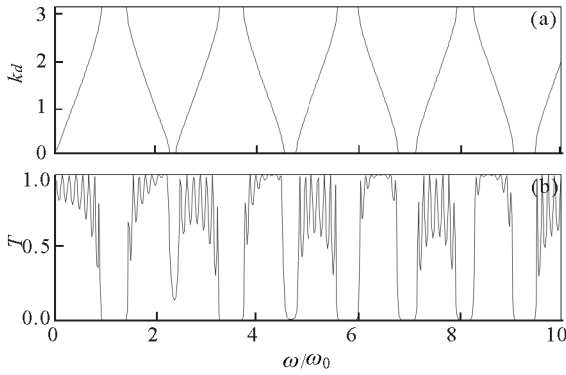
$$\begin{cases} n_1(z) = n_1(0) + A_1 \sin \frac{\pi}{b} z & 0 \leq z \leq b, \\ \{ \\ n_2(z) = n_2(0) + A_2 \sin \frac{\pi}{a} (z - b) & b \leq z \leq b + a. \end{cases} \quad (20)$$

(2) 向上折线型函数折射率:

$$n_1(z) = \begin{cases} n_1(0) + \frac{2(m-1)n_1(0)z}{b} & 0 \leq z \leq \frac{b}{2}, \\ n_1(0) + \frac{2(m-1)n_1(0)}{b}(b-z) & \frac{b}{2} \leq z \leq b. \end{cases} \quad (21)$$

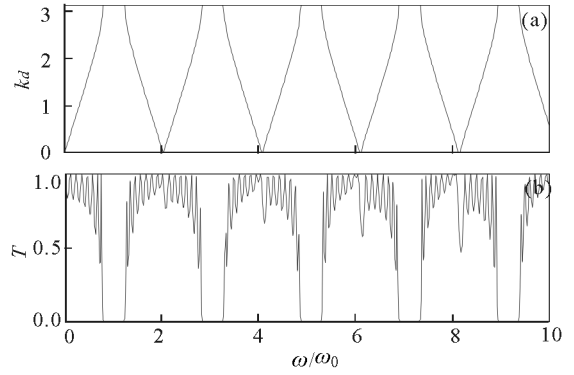
$$n_2(z) = \begin{cases} n_2(0) + \frac{2(m-1)n_2(0)}{a}(z-b) & b \leq z \leq b + \frac{a}{2}, \\ n_2(0) + \frac{2(m-1)n_2(0)}{a}(a+b-z) & b + \frac{a}{2} \leq z \leq b+a. \end{cases} \quad (22)$$

图 3 为介质层的折射率取正弦型函数时的光子晶体带隙结构,图 4 为介质层的折射率取向上折线型函数时的光子晶体带隙结构.由图 3,4,可以得到如下结论:在色散曲线断开的区域,有带隙;断开的区域越大,带隙越宽.



a—色散关系;b—透射率和频率的关系

图 3 正弦函数时的光子晶体带隙结构



a—色散关系;b—透射率和频率的关系

图 4 取折线向上的函数形式时的光子晶体带隙结构

5.2 周期数对光子晶体带隙的影响

定义其他的参数保持不变,只改变周期数.笔者选取的是正弦型函数的折射率,在分析周期数对光子晶体的光子带隙影响时,分析了周期数的取值为 4,6,8 个周期时的情况.图 5(a)、b)、c)分别为其对应周期透射率和频率的关系,随着介质层的周期数的增加,一维函数光子晶体的光子禁带数目增多、禁带特性增强,带隙的透射率越来越低,但随着周期数增加到一定数时,发现光子晶体的禁带不再发生变化.

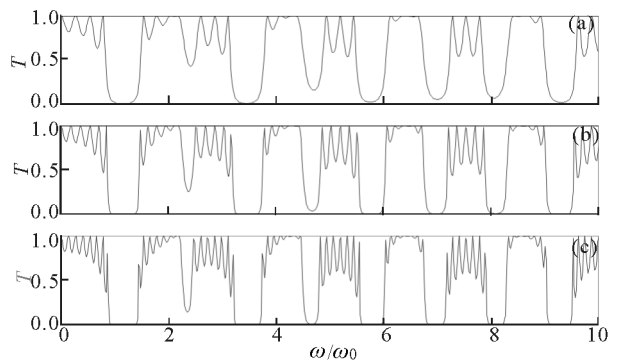


图 5 不同介质层周期数的光子晶体带隙结构

5.3 入射角对光子晶体带隙的影响

光子晶体的带隙的位置和宽度都随入射角的变化而变化.

笔者选取的还是正弦型函数的折射率,折射率的函数表达式为(13)式,然后利用计算机编程运算,可以仿真模拟出介质层的折射率取正弦函数形式时不同入射角的一维函数光子晶体的带隙结构.图 6(a)、b)、c)分别为入射角为 30°,60°,90°时透射率和频率的关系,通过观察可以发现,随着入射角角度的增加,一维函数光子晶体的光子禁带宽度增大,光子禁带数目也在增加,带隙的透射率越来越低,反射率越来越高.

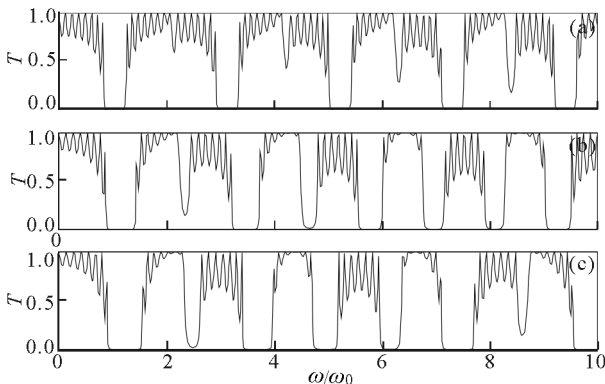


图 6 折射率取正弦函数形式时入射角不同的光子晶体的带隙结构

6 结语

笔者提出了一种新功能的光子晶体,根据光在一维函数光子晶体中的运动方程,研究一维函数光子晶体的禁带特性.再利用传输矩阵理论计算光子晶体介质层的折射率、周期数、入射角等对光子晶体带隙变化的影响,研究表明:函数光子晶体具有比传统光子晶体更多、更宽或更窄的带隙结构,为研制某特定带隙的光子晶体的制备提供了理论依据.

参考文献:

- [1] YABLONOVITCH E. Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics [J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58: 2 059 - 2 062.
- [2] JOHN S. Strong Localization of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices [J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58: 2 486 - 2 489.
- [3] TRAN P. Photonic-Band-Structure Calculation of Material Possessing Kerr Nonlinearity [J]. Phys. Rev. B, 1995, 52: 10 673 - 10 676.
- [4] BUSCH K, JOHN S. Liquid-Crystal Photonic-Band-Gap Materials: The Tunable Electromagnetic Vacuum [J]. Phys. Rev. Lett., 1999, 83: 967 - 970.
- [5] SCALORA M, et al. Optical Limiting and Switching of Ultrashort Pulses in Nonlinear Photonic Band Gap Materials [J]. Phys. Rev. Lett., 1994, 73: 1 368 - 1 371.
- [6] YURII A VLASOV, MARTIN O'BOYLE, HENDRIK F HAMANN, et al. McNab Active Control of Slow Light on a Chip with Photonic Crystal Waveguides [J]. Nature, 2005, 438: 65 - 69.
- [7] KUSHWAHA M S, et al. Theory of Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites [J]. Phys. Rev. B, 1994, 49: 2 313 - 2 322.
- [8] PENDRY J B, MACKINNON A. Calculation of Photon Dispersion Relations [J]. Phys. Rev. Lett., 1992, 69 (19): 2 772 - 2 775.
- [9] PENDRY J B. Calculating Photonic Band Structure [J]. J. Phys.: Condens. Matter, 1996, 8: 1 085 - 1 108.
- [10] KENJI ISHIZAKI, SUSUMU NODA. Manipulation of Photons at the Surface of Three-Dimensional Photonic Crystals [J]. Nature, 2009, 460: 367 - 370.
- [11] SAJEEV JOHN. Photonics; Light Control at Will [J]. Nature, 2009, 460: 337 - 337.
- [12] 王 辉, 李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构 [J]. 物理学报, 2001, 50(11): 2 172 - 2 178.
- [13] CHASSAGNEUX Y, et al. Electrically Pumped Photonic-Crystal Terahertz Lasers Controlled by Boundary Conditions [J]. Nature, 2009, 457: 174 - 178.
- [14] TORRENT D, HAKANSSON A, CERVERA F, et al. Homogenization of Two-Dimensional Clusters of Rigid Rods in Air [J]. Phys. Rev. Lett., 2006, 96: 204 302 - 204 305.
- [15] TORRENT D, SANCHEZ-DEHESA J. Acoustic Metamaterials for New Two-Dimensional Sonic Devices [J]. New. Jour. Phys., 2007, 9: 323 - 335.
- [16] RUSSELL P. Photonic-Crystal Fibers [J]. Science, 2003, 299: 358 - 362.
- [17] WU Xiang-yao, ZHANG Bai-jun, YANG Jing-hai, et al. Function Photonic Crystals [J]. Physica: E, 2011, 43: 1 694 - 1 700.

One-Dimensional Function Photonic Crystals

WANG Qing-cai, WANG Yan, WANG Guang-hua

(Institute of Physics, Jilin Normal University, Siping 136000, Jilin China)

Abstract: A new kind of function photonic crystals is presented, whose refractive index is a function of space position. Based on Fermat principle and by using the transfer matrix theory, the influences of the refractive index of photonic crystal dielectric layer, number of cycles, and angle of incidence on the band structure of photonic crystals are studied. This study provides a theoretical basis of the preparation of photonic crystals with specific band gap.

Key words: photonic crystals; refractive index; transfer matrix

(责任编辑 陈炳权)