

文章编号: 1007- 2985(2006) 06- 0060- 04

# 基于 TDOA 和 DOA 测量的单站无源定位方法

乔 梁

(广东金融学院计算机系, 广东 广州 510520)

**摘 要:**空中运动目标无源定位和跟踪技术在航空、制导等领域应用广泛. 探讨了一种基于辐射源的信号到达时间差(TDOA)和信号到达方向(DOA)信息, 利用固定单站对机动目标进行无源定位与跟踪的新方法. 在建立目标机动模型与测量方程的基础上, 运用修正增益扩展卡尔曼滤波(MGEKF)算法, 实现对机动目标进行定位与跟踪, 讨论了其定位原理与算法, 计算机仿真验证了该方法的正确性与有效性.

**关键词:**单站无源定位; 修正增益扩展卡尔曼滤波; 方位角; 俯仰角; 方位角变化率

**中图分类号:**TN911. 73

**文献标识码:**A

无源定位的研究于 20 世纪 60 年代就开始了, 并已在各方面取得了令人瞩目的成就. 然而, 随着无源定位与跟踪的应用变得越来越广泛, 需要研究的问题也越来越具体和深入. 由于测量误差、噪声、干扰的存在, 如何在这种情况下进一步提高无源定位的定位精度已成为人们普遍关心的问题. 无源定位系统本身不发射电磁波, 被动地接受辐射源的信号, 根据辐射源信号的到达时间、方向等信息来确定辐射源的位置, 具有很好的隐蔽性. 多个观察站定位需要各站协调工作, 并且数据传送依赖于站间的通信情况, 而单站定位具有高度的独立性, 因此, 单站无源定位已成为当前目标跟踪领域的一个研究热点问题. 对于单站无源定位, 由于观察量与目标状态参数的函数关系是非线性的, 因此需要求解一组非线性方程组才能获得辐射源的状态参数. 非线性滤波最经典的算法是扩展卡尔曼滤波算法(Extended Kalman Filter, KEF), 但由于 EKF 算法具有依赖于初始状态的估计并受测量噪声影响大等缺点, 估计过程中协方差易出现病态, 导致滤波定位结果不稳定. 为此许多研究工作开始致力于研究更加稳定、精度更高的算法.<sup>[1]</sup>

## 1 系统模型的建立

### 1.1 系统状态模型

设  $X_k = (x_k, y_k, z_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k, NT)^T$  为三维条件下辐射源  $k$  时刻状态矢量, 目标作一定加速度扰动下的匀速运动, 辐射源发射周期  $T$ , 恒定的脉冲信号, 观测站每接收  $N$  个脉冲做一次观测. 观测站位于坐标原点, 得到辐射源状态方程:  $X_{k+1} = A_{k+1} X_k + W_k$ . 其中:  $A_{k+1} = \begin{bmatrix} I_3 & T & I_3 & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & I_4 & & \end{bmatrix}$ ;  $W_k = (\frac{T^2}{2}w_{xk}, \frac{T^2}{2}w_{yk}, \frac{T^2}{2}w_{zk}, Tw_{\dot{x}k}, Tw_{\dot{y}k}, Tw_{\dot{z}k}, 0)^T$  为扰动噪声;  $E(W_k) = 0$ ;  $E(W_k, W_k^T) = Q_{j, k}$ ;  $T = NT_r$  为观测时间间隔.<sup>[2-3]</sup>

### 1.2 系统测量模型

目标的方位角、俯仰角、方位角变化率和脉冲到达时间是常用的无源定位观测量, 统称它们为空域变

收稿日期: 2006- 09- 20

作者简介: 乔 梁(1961- ), 男, 吉林省吉林市人, 广东金融学院计算机系高级工程师, 博士研究生, 主要从事信号处理及无源定位技术研究.

化量和时域变化量. 由方位角、俯仰角、方位角变化率及脉冲到达时间的定义, 可得到测量方程:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_k &= \arctan\left(\frac{x_k}{y_k}\right) + \alpha_k, \\ \beta_k &= \arctan\left(\frac{z_k}{(x_k^2 + y_k^2)^{1/2}}\right) + \beta_k, \\ \dot{\alpha}_k &= \frac{x_k \dot{y}_k - y_k \dot{x}_k}{x_k^2 + y_k^2} + \dot{\alpha}_k, \\ \Delta T_k &= \text{TOA}_k - \text{TOA}_{k-1} = (r_k - r_{k-1})/c + T + \Delta T_k. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

其中,  $\alpha_k, \beta_k, \dot{\alpha}_k, \Delta T_k$  分别为方位角、俯仰角、方位角变化率及脉冲到达时间差的测量噪声.

### 1.3 测量模型的线性化

因方程(1) 都是非线性的, 需对其进行线性化处理. 将(1) 式在预测点  $\mathbf{X}_{k|k-1}$  和测量集  $M_k$  (即  $\alpha_k, \beta_k, \dot{\alpha}_k, \Delta T_k$ ) 处进行 Taylor 级数展开并取一次项, 可以近似得出<sup>[4]</sup>:

$$z_k = h_k(\mathbf{X}_{k|k-1}) + \frac{\partial h_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} \Big|_{\mathbf{X}_{k|k-1}} (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1}) + \text{H. O. T},$$

其中 H. O. T 表示高阶项.

$$\frac{\partial h_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} = \left[ \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k}, \frac{\partial \alpha_k}{\partial z_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial y_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial z_k}, \frac{\partial \Delta T_k}{\partial r} \right] = \mathbf{g}_k(Z_{mk}, \mathbf{X}_{k|k-1}),$$

且

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k} = \frac{y_k}{x_k^2 + y_k^2} = \frac{\cos \beta_k}{r_{ky}}, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k} = -\frac{x_k}{x_k^2 + y_k^2} = -\frac{\sin \beta_k}{r_{ky}}, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial z_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial x_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial y_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial z_k} = \frac{\partial \Delta T_k}{\partial r} = 0.$$

$$z_k = h_k(\mathbf{X}_{k|k-1}) + \frac{\partial h_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} \Big|_{\mathbf{X}_{k|k-1}} (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1}) + \text{H. O. T}.$$

其中:

$$\frac{\partial h_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} = \left[ \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k}, \frac{\partial \alpha_k}{\partial z_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial y_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial z_k}, \frac{\partial \Delta T_k}{\partial r} \right] = \mathbf{g}_k(Z_{mk}, \mathbf{X}_{k|k-1});$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k} = -\frac{x_k z_k}{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)(x_k^2 + y_k^2)^{1/2}} = -\frac{\sin \beta_k \sin \alpha_k}{r_k r_{xyk}},$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k} = -\frac{y_k z_k}{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)(x_k^2 + y_k^2)^{1/2}} = -\frac{\cos \beta_k \sin \alpha_k}{r_k r_{xyk}};$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial z_k} = \frac{(x_k^2 + y_k^2)^{1/2}}{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} = \frac{\cos \beta_k}{r_k r_{xyk}}, \quad \frac{\partial \beta_k}{\partial x_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial y_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial z_k} = \frac{\partial \Delta T_k}{\partial r} = 0;$$

$$z_k = h_k(\mathbf{X}_{k|k-1}) + \frac{\partial h_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} \Big|_{\mathbf{X}_{k|k-1}} (\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{k|k-1}) + \text{H. O. T}.$$

其中:

$$\frac{\partial h_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} = \left[ \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k}, \frac{\partial \alpha_k}{\partial z_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial x_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial y_k}, \frac{\partial \beta_k}{\partial z_k}, \frac{\partial \Delta T_k}{\partial r} \right] = \mathbf{g}_k(Z_{mk}, \mathbf{X}_{k|k-1});$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k} = -\frac{2(y_k x_k - x_k y_k) y_k}{(x_k^2 + y_k^2)^2} + \frac{x_k}{x_k^2 + y_k^2} = -2 \frac{\cos \beta_k}{r_{xyk}} + \frac{x_k}{r_{xyk}^2};$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k} = -\frac{2(y_k x_k - x_k y_k) x_k}{(x_k^2 + y_k^2)^2} + \frac{y_k}{x_k^2 + y_k^2} = -2 \frac{\cos \beta_k}{r_{xyk}} + \frac{y_k}{r_{xyk}^2};$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial x_k} = \frac{y_k}{x_k^2 + y_k^2} = \frac{\cos \beta_k}{r_{xyk}}, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial y_k} = -\frac{x_k}{x_k^2 + y_k^2} = -\frac{\sin \beta_k}{r_{xyk}}, \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial z_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial x_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial y_k} = \frac{\partial \beta_k}{\partial z_k} = \frac{\partial \Delta T_k}{\partial r} = 0.$$

对于  $\Delta T_k$  测量方程, 利用 Taylor 展开后得 Jacobin 矩阵形式太复杂, 很难直接使用. 由于

$$r_{k-1} = ((x_k - Tv_x)^2 + (y_k - Tv_y)^2 + (z_k - Tv_z)^2)^{1/2} = \{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)$$

$$\left(1 - \frac{2T(x_k v_k + y_k v_k + z_k v_z)}{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)} + \frac{T^2(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2)}\right)^{1/2} =$$

$$r_k \left(1 - \frac{2T(x_k v_x + y_k v_y + z_k v_z)}{r_k} + \frac{T^2(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{r_k}\right)^{1/2},$$

目标距离观测站很远而其速度有限,在  $T$  为秒级的前提条件下,可知  $v_x T, v_y T, v_z T$  与  $r_k$  相比都可以忽略不计,忽略二次项,并由  $(1-x)^{1/2} = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \dots$ , 可得

$$r_k - r_{k-1} = \frac{T(x_k v_x + y_k v_y + z_k v_z)}{r_k} = T(v_x \sin \theta_k \cos \phi_k + v_y \cos \theta_k \cos \phi_k + v_z \sin \theta_k).$$

其中:  $\cos \theta_k = \frac{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}}$ ;  $\sin \theta_k = \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}}$ . 因此

$$r_k = \frac{T}{c}(v_x \sin \theta_k \cos \phi_k + v_y \cos \theta_k \cos \phi_k + v_z \sin \theta_k) + NT_r =$$

$$\frac{T}{c}(0, 0, 0, \sin \theta_k \cos \phi_k, \cos \theta_k \cos \phi_k, \sin \theta_k, c/T) X_k,$$

$$\frac{\partial (X_k)}{X_k} = \left[ \frac{\partial}{\partial x_k}, \frac{\partial}{\partial y_k}, \frac{\partial}{\partial z_k}, \frac{\partial}{\partial x_k}, \frac{\partial}{\partial y_k}, \frac{\partial}{\partial z_k}, \frac{\partial}{\partial NT_r} \right] = g_k(Z_{mk}, X_{k|k-1}).$$

其中:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial y_k} = \frac{\partial}{\partial z_k} = 0; \frac{\partial}{\partial x_k} = NT_r \sin \theta_k \cos \phi_k / c;$$

$$\frac{\partial}{\partial y_k} = NT_r \cos \theta_k \cos \phi_k / c; \frac{\partial}{\partial z_k} = NT_r \sin \theta_k / c; \frac{\partial}{\partial NT_r} = 1.$$

综上所述,建立测量量与目标状态之间的伪线性方程(因为线性项系数含有带噪声的观测信号,所以称为伪线性方程).应用修正增益的扩展卡尔曼滤波(EKF)算法.该算法就可以实时得到目标状态的滤波估计值,从而实现目标的定位跟踪.<sup>[5]</sup>

### 3 定位算法分析

无源定位通常都是非线性问题,而对非线性滤波最经典的算法是扩展卡尔曼滤波 EKF,卡尔曼滤波器是由 Kalman 于 1960 年提出来的,它应用系统的状态模型,通过递推处理,寻求对状态矢量在最小均方误差意义下的最佳估计.但是因为 EKF 算法存在协方差容易出现病态,对初始状态假定精度敏感等缺点,所以提出了 MGEKF(修正增益的扩展卡尔曼滤波)算法. MGEKF 滤波方法在大量实践中被证明是一种对非线性系统较好的滤波算法.

如果测量方程  $Z_k = h(X_k)$  满足

$$h(X_k) - h(X_k) = g_k(Z_{mk}, X_k)(X_k - X_k),$$

即这个非线性函数  $h(X_k)$  可以写成状态  $X_k$  的线性形式,那么称该非线性函数是可修正的,同时也就可以应用 MGEKF 滤波算法.具体算法如下:

- (1) 计算预测方程  $X_{k|k-1} = F_k X_{k-1}$ ;
- (2) 计算预测协方差  $P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k$ ;
- (3) 计算 Kalman 增益  $K_k = P_{k|k-1} g_k^T(Z_{mk}, X_{k|k-1}) [g_k(Z_{mk}, X_{k|k-1}) P_{k|k-1} g_k^T(Z_{mk}, X_{k|k-1}) + R_k]^{-1}$ ;
- (4) 计算滤波方程  $X_k = X_{k|k-1} + K_k [Z_{mk} - h(X_{k|k-1})]$ ;
- (5) 计算估计误差的协方差  $P_{k|k} = [I - K_k g_k(Z_{mk}, X_{k|k-1})] P_{k|k-1}$ .

其中:  $g_k(Z_{mk}, X_{k|k-1}) = (g_{k1}^T(Z_{mk}, X_{k|k-1}), g_{k2}^T(Z_{mk}, X_{k|k-1}), g_{k3}^T(Z_{mk}, X_{k|k-1}), g_{k4}^T(Z_{mk}, X_{k|k-1}))^T$ . 由前面分析可知,这些量均为已知.

### 4 计算机仿真

为了验证基于空域和时域测量参数对运动辐射源的无机动单站无源定位算法性能,下面进行计算机仿真试验.假设目标辐射源作带有加速度扰动的匀速运动.试验条件:辐射源脉冲周期  $T_r = 1 \text{ ms}$ , 采样脉冲数  $N = 1000$ .辐射源起始位置:  $x_0 = 120 \text{ km}$ ,  $y_0 = 100 \text{ km}$ ,  $z_0 = 8 \text{ km}$ , 运动状态:  $x = -300 \text{ m/s}$ ,  $y = 100 \text{ m/s}$ ,  $z = 2 \text{ m/s}$ .观测站位于坐标原点, 观测量为  $k_x, k_y, k_z$  和  $\text{TOA}_k$ , 对目标定位跟踪, 角度和时间测量精度分别为  $\sigma_{k_x} = \sigma_{k_y} = 5 \text{ mrad}$ ,  $\sigma_{k_z} = 0.2 \text{ mrad/s}$ ,  $\sigma_{\text{TOA}} = 10 \text{ ns}$ .做 100 次 Monte-Carlo 仿真, 取这 100 次的实际定位误差的平均, 计算得到平均定位相对误差  $\bar{\sigma}_{r_i} / r_i$ , 其中  $r_i$  为目标辐射源到观察器的距离.

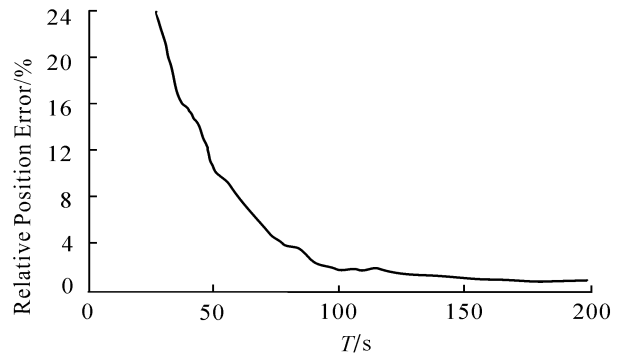


图 1 基于空域和时域测量参数 MGEKF 算法的定位仿真

### 5 结语

讨论了单站无源定位与跟踪, 提出了一种改进的无源定位与跟踪算法. 该算法不仅克服了传统的卡尔曼算法的不足, 而且计算比较简单, 容易实现, 具有很强的实用性. 经过一定次数的迭代滤波, 在较短的时间内可将定位误差减到几百米以内. 理论分析和仿真结果表明, 利用目标的方位角、俯仰角、方位角变化率和脉冲到达时间对运动辐射源进行定位与跟踪是一种有效的定位方法, 定位精度比较高, 收敛速度快. 分析与仿真结果对于确定具体定位与跟踪系统战术指标, 以及滤波算法的选用具有实用价值. 随着现代科技的发展, 无源定位精度已大大提高<sup>[6]</sup>.

#### 参考文献:

[1] 邓晓明, 徐 毓. 一种改进的单站无源定位与跟踪算法 [J]. 现代电子技术, 2004, 189(22): 83- 84.  
 [2] 邓新蒲, 周一宇. 单观察器无源定位误差下界的仿真分析 [J]. 电子与信息学报, 2002, 24(1): 54- 59.  
 [3] 王杰贵, 罗景青. 固定单站对机动目标无源定位 IMM 算法 [J]. 信息处理, 2002, 18(2): 137- 140.  
 [4] 李宗华, 冯道旺. 固定单站对三维运动辐射源无源定位算法及可观察性分析 [J]. 信号处理, 2004, 20(2): 117- 121.  
 [5] 李 硕, 曾 涛. 基于推广 Kalman 滤波的机载无源定位改进算法 [J]. 北京理工大学学报, 2002, 22(4): 521- 524.  
 [6] 杨莘元, 郑思海. 基于运动辐射体 TOA 和 DOA 测量的单站被动定位算法 [J]. 电子学报, 1996, 24(12): 66- 69.

## Sin le Station Passive Location Based on TDOA and DOA Measurement

QIAO Liang

(Finance Computer Department of Guangdong University, Guangzhou 510520, China)

**Abstract:** Passive location and tracking of moving target in space is a key problem in recent years. The technology has been widely applied in the fields of aviation and guidance. It has expansive prospects for application. The modified gain EKF (MGEKF) algorithm for passive localization of maneuvering target by single station is discussed. Based on the time difference of arrival (TDOA) and the direction of arrival (DOA) of the emitter, passive localization by single station is practicable, and also the localization of maneuvering target is practicable with the MGEKF algorithm. Some concerned issues, such as technical problems, principle and algorithm are discussed in this paper. With the help of computer simulation, the method is proven to be correct and effective.

**Key words:** single station passive location; MGEKF; azimuth angle; elevation angle; azimuth angle changing rate

(责任编辑 陈炳权)